MÓDULO 9

DGD

INTERSECÇÃO DE RECTAS COM SÓLIDOS

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
INSTITUTO NACIONAL DE DESENVOLVIMENTO DA EDUCAÇÃO - INDE

BAIXAR EXAMES DA 6ª CLASSE – MOÇAMBIQUE

Toque no nome da disciplina para Baixar todos exames em PDF

C. NATURAIS	MATEMÁTICA
C. SOCIAIS	PORTUGUÊS

BAIXAR EXAMES DA 10ª CLASSE – MOÇAMBIQUE

Toque no nome da disciplina para Baixar todos exames em PDF

BIOLOGIA	INGLÊS
FÍSICA	MATEMÁTICA
GEOGRAFIA	PORTUGUÊS
HISTORIA	QUÍMICA

Tudo em Biblioteca.MozEstuda.com MozEstuda.com
contacto@mozestuda.com

BAIXAR EXAMES DA 12ª CLASSE – MOÇAMBIQUE

Toque no nome da disciplina para Baixar todos exames em PDF

BIOLOGIA	HISTÓRIA
DGD	INGLÊS
FILOSOFIA	MATEMÁTICA
FÍSICA	PORTUGUÊS
FRANCÊS	QUÍMICA
GEOGRAFIA	

TODOS EXAMES

TODOS EDITAIS

TODOS LIVROS

Tudo em Biblioteca.MozEstuda.com MozEstuda.com
contacto@mozestuda.com

BAIXAR EXAMES DE ADMISSÃO – MOÇAMBIQUE

Toque no nome da Instituição para Baixar todos exames em PDF

IFP/ Formação de Professores	ETP / Ensino técnico Profissional
UEM	UP / UniRios: Save, Rovuma, Licungo, ...
UJC/ ISRI	UNIZAMBEZE
ISPG	ISPT
ISPSONGO	ISCISA
AC. MILITAR	ACIPOL
PRM	CFJJ
ISCAM	IFAPA
ICS – SAÚDE – ENSINO MÉDIO	EDITAIS

ENEM	ENCCEJA
VESTIBULARES	TODOS EXAMES

Direitos de autor

MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E CULTURA
Instituto de Desenvolvimento da Educação

Av. 24 de Julho nº 254 Maputo

Moçambique

Fax: +25821490000 Tel: +25821490000
E-mail: inde@inde.gov.mz
Site da Internet: www.mec.mz

Agradecimentos

O Ministério da Educação e Cultura e o Instituto Nacional de Desenvolvimento da Educação desejam agradecer os abaixo mencionados pela sua contribuição na elaboração deste módulo através do fornecimento da Template:

COL

Conteúdos

Acerca deste MÓDULO 9 DGDDGD

O Módulo 4 de DGD foi produzido pelo Instituto Nacional para o Desenvolvimento da Educação - INDE. Todos os módulos produzidos pelo INDE estão estruturados da mesma maneira, conforme delineado abaixo.

Como está estruturado este MÓDULO 9 DGDDGD

Este curso está devidido por módulos autoinstrucionais, ou seja, que váo ser o seu professor em casa, no trabalho, na machamba, anfim, onde quer que você deseja estudar.

Este curso é apropriado para você quejá concluiu a 10ª classe mas vive longe de uma escola onde possa frequentar a 11ª e 12ª classes, ou está a trabalhar e à noite não tem uma escola próxima onde possa continuar os seus estudos, ou simplesmente gosta de ser aut didacta e é bom estudar a distância.

Neste curso a distância não fazemos a distinção entre a 11ª e 12ª classes. Por isso, logo que terminar os módulos da disciplina estará preparado para realizar o exame nacional.

O tempo para concluir os módulos vai depender do seu empenho no auto estudo, por isso esperamos que consiga cocnluir com todos os módulos o mais rápido possível, pois temos a certeza de que não vai necessitar de um ano inteiro para conclui-los.

Ao longo do seu estudo vai encontrar as actividades que resolvemos em conjunto consigo e seguidamente encontrará a avaliação que serve para ver se percebeu bem a matéria que acaba de aprender. Porém, para saber se resolveu ou respodeu correctamente às questões colocadas, temos as resposta no final do seu módulo para que possa avaliar o seu desmpenho. Mas se após comparar as suas respostas com as que encontrar no final do módulo, tem sempre a possibilidade de consultar o seu tutor no Centro de Recursos e discutir com ele as suas dúvidas.

No Centro de Recursos, também poderá contar com a discussão das suas dúvidas com outros colegas de estudo que possam ter as mesmas dúvidas que as suas ou mesmo dúvidas bem diferentes que não tenha achado durante o seu estudo mas que também ainda tem.

Recomendamos insistentemente que você leia a visão geral cuidadosamente antes de iniciar o seu estudo.

Conteúdo do curso

O curso esta subdividido em lições. Cada lição inclui:

- Uma introdução ao conteúdo da lição.
- Objectivos da lição.
- Nova terminologia/Vocabulário.
- Conteúdo principal da unidade com uma variedade de actividades de aprendizagem.
- Resumo da lição.
- Actividades e avaliações, conforme o caso.

Recursos

Para aqueles que estão interessados em aprender mais acerca dos conteúdos desenvolvidos na lição ou rever algum conteúdo duma classe anterior, têm à sua disposição uma lista de recursos adicionais no fim deste módulo, que neste caso é a bibliografia existente

Visão geral do curso

Boas vindas ao Módulo 2 de DGD

Este modulo ira iniciar com os marcos teoricos que sao necessarios para fazer a interseccao de rectas com solidos.

Depois dos marcos teoricos iniciais sera abordado o metodo geral que e utilizado para realizar a interseccao de uma recta com um solido

Depois da abordagem do metodo geral serao estudados os conteudos sobre interseccao de solidos com rectas, nomeadamente interseccao de rectas com prismas, piramides, com cones e cilindros.

Módulo 2 de DGD —este curso é para você?

Este curso destina-se a pessoas que tenham concluído a 10ª classe e que após a conclusão dos mesmos queiram seguir curso superiores ou médios, ligados a disciplinas de ciências naturais.

As áreas de estudo nos níveis médio ou superior para qualquer curso, idependentemente se são da área das ciências naturais ou sociais.

Objectivos de aprendizagem

Ao concluir o modulo de DGD você será/deverá ser capaz de:

Objectivos

- Descrever os conhecimentos necessários para a determinação da intersecção de uma recta com um sólido geométrico.
- Explicar como utilizar o método de intersecção de recta com um sólido geométrico
- Determinar a intersecção de rectas em varias posições com cones, prismas, pirâmides e cilindros.
- Utilizar método adequado para intersectar rectas com cones e cilindros
- Utilizar a convenção adequada na representação de linhas que definem uma peca desenhada em projecções ortogonais.

Utilizar a convenções gráficas correctas na resolução de exercícios de intersecção de rectas com sólidos.

Duração

Quanto tempo?

Esperamos que necessite de cerca de 5 dias se resolver.

Para cada lição irá necessitar em média, cerca de 45 minutos para completa-la.

Recomendamos que resolve, pelo menos, duas lições por dia.

Habilidades de aprendizagem

Estudar à distância é muito diferente de ir a escola pois quando vamos a escola temos uma hora certa para assistir as aulas ou seja para estudar. Mas no ensino a distância, nós é que devemos planear o nosso tempo de estudo porque o nosso professor é este módulo e ele está sempre muito bem disposto para nos ensinar a qualquer momento. Lembre-se sempre que “ ***o livro é o melhor amigo do homem***”. Por isso, sempre que achar que a matéria esta a ser difícil de perceber, não desanime, tente parar um pouco, reflectir melhor ou mesmo procurar a ajuda de um vinho ou colega de estudo, que vai ver que irá superar toas as suas dificuldades.

Para estudar a distància é muito importante que planeie o seu tempo de estudo de acordo com a sua ocupação diária e o meio ambiente em que vive.

Necessita de ajuda?

Ajuda

Sempre que tiver dificuldades que mesmo após discutir com colegas ou amigos achcar que não está muito claro, náo tenha receio de propcurar o seu tutor no Centro de Recursos, que ele vai lhe ajudar a supera-las.Ño Centro de Recursos também vai dispor de outros meios como livros, gramáticas, mapas, etc, que lhe vão axiliar no seu estudo.

Actividades

Actividades

Neste modulo tem em geral, no final de cada lição, pelo menos duas actividades que resolvemos conjuntamente consigo, para que possa perceber melhor como aplicar o conhecimento que acaba de adquirir.

Avaliações

Avaliações

No final de cada lição, após as actividades, há duas ou mais actividades que lhe ajudam a avaliar o seu progresso no estudo.

Esta avaliação encontra-se no final de cada lição. Após responder a esta avaliação, a correcção deverá ser feita por si mesmo. Por isso as respostas a todas questões colocadas encontram-se no final do módulo.

No final do modulo também tem outra avaliação que chamamos teste de preparação para o final do módulo.

Esta avaliação encontra-se no final de cada módulo. Após ter respondido a esta avaliação a correcção da mesma será feita por si mesmo. Por isso a resposta a todas questões colocadas também se encontram-se no final do módulo.

Após resolver o teste de preparação, deverá se deslocar ao Centro de Recurso para realizar o Teste de Final de Módulo para que possa passar para o próximo módulo.

Esta avaliação está no Centro de Recurso com o seu Tutor e por isso será corrigida por ele.

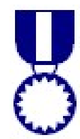
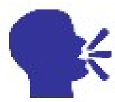
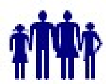
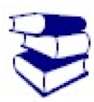
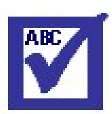
A duração do teste de preparação para o final do módulo e do próprio teste de final de módulo será de 90 minutos.

Organização deste Módulo de DGD

Ícones nas Margens

Durante o seu esudo irá frequentemente encontrar os icons que se seguem. Estes servem, fundamentalmente para lhe chamar atenção a mudança de actividade.

Sugirimos-lhe que se familiarize com o significado do conjunto de icones que se seguem antes de começar com o seu estudo.

 Trabalho	 Avaliação	 Actividades	 Estudo de caso
 Discussão	 Actividade de grupo	 Ajuda	 Note!
 Objectivos de aprendizagem	 Leitura	 Reflecção	 Habilidades de aprendizagem
 Resumo	 Terminologia	 Tempo	 Dica

1

1.Intersecção de recta com solidos: Formação do plano auxiliar

Introdução

Os pontos de intersecção de uma recta com um sólido geométrico são dos pontos através dos quais uma recta, durante o seu percurso no espaço, penetra e sai dum determinado sólido.com efeito uma recta que encontra no seu percurso um sólido ela penetra no sólido, num determinado ponto do sólido que pode ser a base do sólido, pode ser a face lateral, ou uma superfície lateral. Na continuação do seu percurso a recta vai através de um outro ponto sair do sólido.

Ao completar esta lição, você será capaz de:

Objectivos

- Enumerar os requisitos necessários para intersectar uma recta com um sólido.
- Explicar as vantagens da utilização do método de intersecção de recta com sólidos.
- Desenhar objectos em três projecções ortogonais.
- Utilizar a convenção adequada na representação de linhas que definem uma peca desenhada em três projecções ortogonais

Visualização da intersecção de uma recta com um sólido.

O troco da recta que vai do ponto através do qual a recta entra no sólido ate o ponto onde a recta sai e o ponto que pertence simultaneamente a recta a recta e ao sólido como pode se observar na figura.

O que fazer para determinar a intersecção de uma recta com um sólido?

Para encontrar os pontos de intersecção de uma recta com um sólido deves utilizar um processo chamado por processo de determinação da intersecção da intersecção duma recta com um sólido. Este processo e que fornece as indicações teóricas claras e precisas do que e necessário fazer para encontrar os pontos de intersecção da recta com o sólido. Este processa e composto por uma série de passos e procedimentos adequados

Porque utilizar um método para intersectar uma recta com um sólido?

O conhecimento e aplicação do método de intersecção de recta com um sólido são importantes porque constituem a garantia de resolver de forma adequada um problema de intersecção de recta com um sólido geométrico. E por essa razão que e necessário aplicar o método de intersecção de recta com sólidos. Tenha sempre presente que os passos a seguir são obrigatórios, nunca olhe para uma recta e pense que descobriu os pontos de intersecção, este enganado.

Conhecimentos necessários para intersectar uma recta com um sólido.

Os conhecimentos que se aplicam ao longo da resolução dum exercício de intersecção de uma recta com um sólido foram adquiridos nos capítulos anteriores e compreendem: projecções da recta, projecções de sólidos, representação da secção dum sólido, representação dum plano e intersecção de planos.

Representação de um plano através de rectas paralelas.

A representação de planos através de rectas paralelas constitui um dos passos que compõe o método de procura da intersecção da recta com sólido. Pelo que vamos revê-la resolvendo o seguinte exercício.

Desenhe as projecções duma recta obliqua r que contem o ponto P (0;3;1). A projecção horizontal da recta faz 30 graus e o seu traço vertical tem 4cm de abcissa.

Represente uma recta s paralela a recta e contem o ponto M (3;4;1).

Resolução

Representamos as projecções as projecções do ponto P, começamos por marcar a abcissa zero na LT, como o ponto tem abcissa zero a sua linha de referencia encontra-se passa pelo ponto zero da LT, marcando afastamento e cota teremos as projecções do ponto.

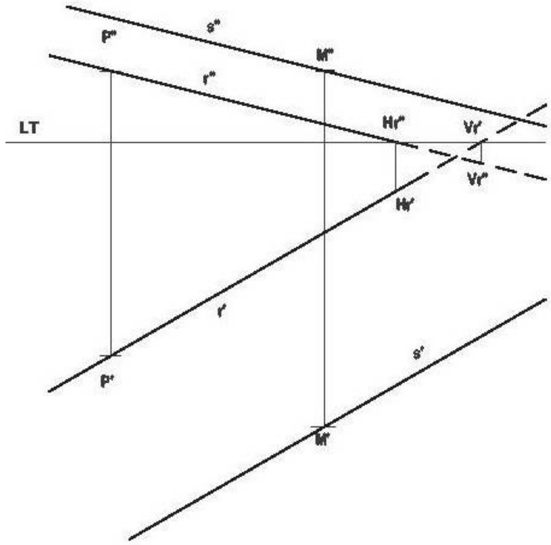
Na projecção horizontal do ponto M passamos a projecção horizontal da recta r a fazer um ângulo de 30 graus com a LT.

Procuramos o ponto de abcissa 4cm, onde estará a linha de referência do traço vertical. Na intersecção entre esta linha de referência e a projecção vertical da recta vamos ter a projecção do traço vertical da recta.

Como o traço vertical da recta tem afastamento zero a sua projecção horizontal estará na LT. Unindo a projecção horizontal do ponto v com a projecção horizontal do ponto P obtemos a projecção horizontal da recta r.

Marcamos a abcissa 3 e vamos encontrar a linha de referencia das projecções do ponto M. marcando afastamento e cota teremos as projecções de M.

Pela projecção vertical do ponto M vamos traçar a projecção vertical da recta s numa direcção paralela a projecção vertical da recta r e pela projecção horizontal do ponto M vamos traçar a projecção horizontal da recta s numa posição em que seja paralela a projecção horizontal da recta r.


s''
P''
M''
r''
LT
Hr''
Vr'
Vr''
Hr'
r'
s'
P'
M'

o

Resumo

Nesta lição você aprendeu.

A resolução de exercícios de intersecção de rectas com sólidos requer a utilização dum método próprio chamado método de intersecção de recta com um sólido.

O método de resolução de exercícios de intersecção de rectas com sólidos e composto por passos e procedimentos que devem ser seguidos obrigatoriamente para resolução do exercício de forma acertada.

A resolução dum exercício de intersecção de recta com sólidos exige a combinação de vários conhecimentos adquiridos anteriormente: projecções de rectas, representação do plano, determinação da secção de sólidos, intersecção de planos.

s

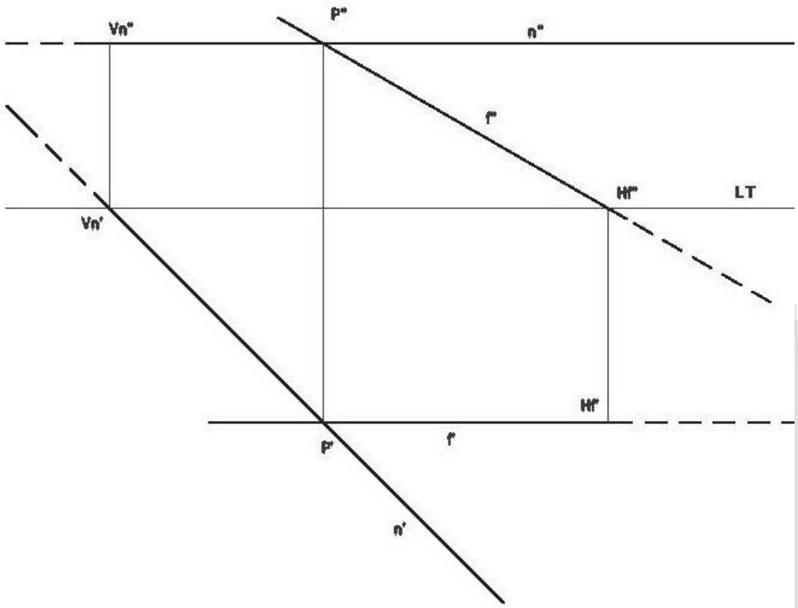
abalhos/Tarefas

1.Qual é o nome pelo qual e conhecido o método que permite encontrar os pontos comuns a uma recta e a um sólido

2.represente as projecções de duas rectas f e n concorrentes.

a) a recta de frente faz um ângulo de 30 graus com a LT(a. e). e o seu traço horizontal e ponto H de 3cm de afastamento.

b)a recta de nível e concorrente com a recta f no ponto P, cuja linha de chamada dista 4cm a esquerda da linha de chamada do traço horizontal da recta f e a sua projecção horizontal faz 45 graus com a LT (a, d).



2

ecção de recta com solidos: Introdução

io

Agora vais determinar a intersecção de uma recta com um sólido, mas antes iras conhecer o método geral da intersecção de recta com um sólido e posteriormente vais aplica-lo este numa situação concreta para determinar a intersecção da recta com uma pirâmide. E importante seguir rigorosamente estes passos para no fim estares seguro de que os pontos encontrados são de factos os pontos de intersecção procurados.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

tivos

- Mencionar os passos para determinação da intersecção da recta com um sólido.
- Descrever o método geral de intersecção de recta com um sólido.
- Determinar a intersecção de uma recta com uma pirâmide.
- Representar as linhas visíveis e invisíveis e os traçados auxiliares através da convenção gráfica adequada.

Método de determinação da intersecção de uma recta e um sólido.

Como foi várias vezes referido na lição anterior, o método geral e composto por vários passos e procedimentos que garantem êxito na resolução de exercícios de intersecção de rectas com sólidos.

O método de intersecção compreende os passos que a seguir se enunciam:

1.representar a recta e o sólido.

2.fazer passar pela recta um plano auxiliar.

3.representar as projectores da secção produzida no sólido.

4.indicar os pontos de intersecção, da recta dada pelo enunciado com a secção produzido pelo plano auxiliar, obtendo desta forma os pontos de intersecção da recta com o sólido que se pretendiam obter.

5.indicar as linhas visíveis e invisíveis e através da convenção gráfica adequada e distinguir as espessuras das linhas, com traços grossos e finos.

Aplicação do Método de determinação da intersecção de uma recta e um sólido.

Vamos agora aplicar o método geral para resolver um problema concreto cujo enunciado e o seguinte: uma pirâmide quadrangular regular de base de nível e definida pelos pontos A e V da aresta lateral AV e intersectada por uma recta r definida pelos pontos P (1;2;2) e Q (4;3;3). Determine os pontos de intersecção da recta com a pirâmide.A(3;0,5;1,5); V (4;2;6).

Começamos por ler atentamente o enunciado, e em seguida vamos trabalhar para encontrar os pontos de intersecção seguindo rigorosamente os passos que estão escritos em cima.

Esboço das projecções da pirâmide.

Vamos trabalhar para encontrar as projecções da pirâmide

O desenho da pirâmide deve começar por um esboço a mão livre da pirâmide. Estando a base pirâmide assente num plano de nível, a sua projecção vertical terá a forma de uma linha e a projecção horizontal estará em verdadeira grandeza.

Como a pirâmide e regular, o seu eixo e perpendicular a base, essa perpendicularidade e observada na projecção vertical.

Desenho rigoroso da pirâmide.

Vamos desenhar os pontos A e V que são os pontos da pirâmide que o enunciado nos fornece os seus dados. Abcissa, afastamento e cota.

O ponto A é um ponto da base, por isso, permite encontrar o plano da base na projecção vertical. por a base ser estará numa linha paralela a LT que contem o ponto A″.

A construção da projecção horizontal da base e feita com ajuda da circunferência que contem a base. O centro da base coincide o ponto V. Com o compasso no ponto O e abrindo o compasso ate o ponto A traça-se a circunferência.

Divide-se a circunferência em três partes, considerando o ponto A como um dos três pontos. Une-se os pontos e obtém-se a projecção horizontal da base.

A partir das projecções horizontais dos pontos da base traçam-se linhas de referência que quando intersectam o traço vertical do plano da base permitem obter a projecção vertical da base.

A união dos pontos da base com o vértice, nas projecções vertical e horizontal, permite completar a projecção horizontal da pirâmide.

Desenho rigoroso da recta.

Vamos desenhar os pontos ***P*** e ***Q*** que são os pontos que definem a recta, esse desenho não oferece nenhuma dificuldade uma vez que são dadas todas as suas coordenadas.

Representação do plano auxiliar.

Vamos fazer passar pela recta um plano auxiliar projectante. A escolher duma lista formada pelos planos de topo, vertical. O plano de topo e o plano vertical são os planos que permitem obter uma secção fácil de determinar.

O plano de vertical é o plano escolhido neste caso, e também porque os pontos da secção podem ser facilmente obtidos na projecção vertical.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar.

Os pontos que formam a secção são obtidos determinando os pontos onde o plano auxiliar intersecta as arestas da pirâmide. Observando que o eixo da pirâmide não e aresta por isso no seu cruzamento com o plano auxiliar não e obtido nenhum ponto da secção.

O plano auxiliar intersecta as arestas AV, CV, BV. As projecções horizontais destes pontos e obtida traçando linhas de referência a partir da projecção vertical do ponto ate se cruzar com a projecção vertical da aresta correspondente.

A união dos pontos anteriormente obtidos permite formar a figura da secção.

Esta secção tem a forma de uma linha na projecção vertical e na projecção horizontal tem a forma triangular.

Obtenção dos pontos de intersecção.

Os pontos de intersecção da pirâmide com a recta seram encontrados nos dois pontos onde a seccao produzida pelo plano auxiliar cruzam com a recta.

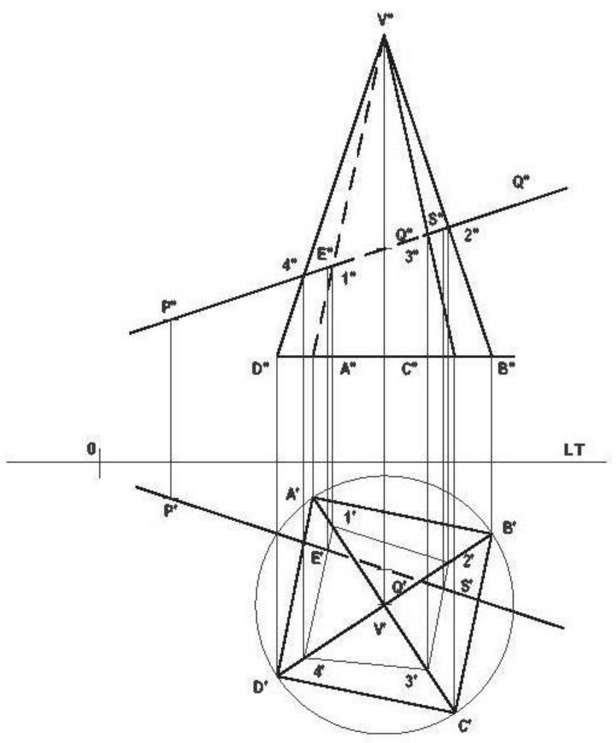
Os pontos de intersecção da recta com a secção produzida pelo plano auxiliar são observáveis na projecção na projecção horizontal, já que a disposição dos pontos em forma de linha na projecção vertical impede-nos de ver a intersecção entre a recta e a secção.

Definição das linhas visíveis e invisíveis.

Para definir correctamente as linhas visíveis e invisíveis deve-se associar mentalmente as projecções horizontais e verticais, para criar a imagem mental da pirâmide e da recta.

A imagem mental que corresponde a observação da pirâmide por cima permite definir na projecção horizontal as linhas visíveis, estas linhas que tem maior cota, porque não há elementos que impede a visibilidade destes elementos.

Seguindo a mesma lógica a imagem mental que corresponde a vista de frente ajuda a definir as linhas visíveis e invisíveis na projecção vertical. Nesta projecção serão visíveis as linhas que tem maior afastamento, porque estão mais próximos do observador porque não tem nada a tapa-las



o

Resumo

Nesta lição você aprendeu que:

Para encontrar os pontos de intersecção da recta com uma pirâmide deve seguir rigorosamente os passos que se encontram escritos no método geral de determinação de intersecção de rectas com sólidos.

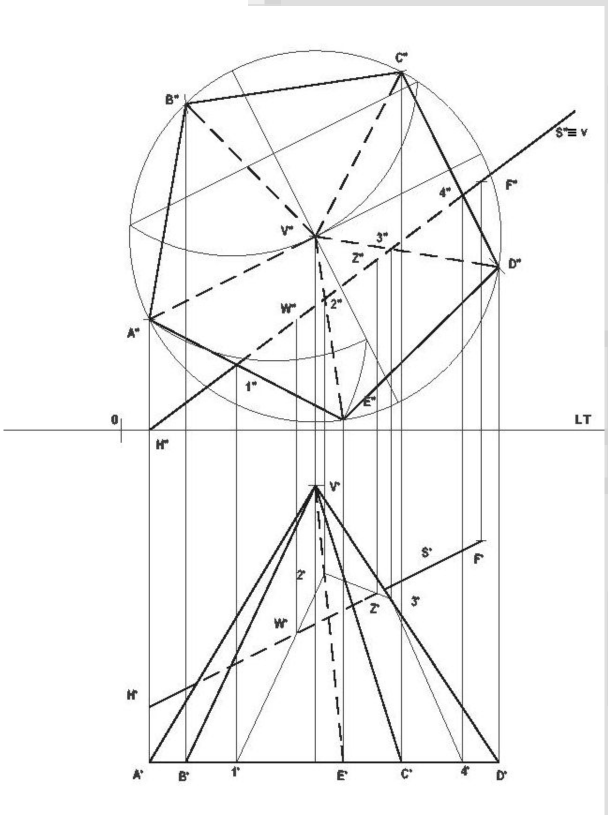
Antes de começar a desenhar deve ler e perceber bem o enunciado do problema.

Durante a resolução começa-se por desenhar a pirâmide e a recta, em seguida faz-se passar um plano auxiliar pela recta, determina-se a secção produzida pelo plano auxiliar na pirâmide e depois procuram-se os pontos de intersecção da secção com a recta.

abalhos/Tarefas

1.determinar a intersecção da recta r com a pirâmide pentagonal regular, com a base paralela a **φo** e dele distante 6cm. o vértice da pirâmide e o ponto V(3,5;1;3,5) e um dos vértices da base da pirâmide é o ponto A(0,5; 6;2). o traço horizontal da recta **r** tem 5cm de afastamento, a sua linha de chamada coincide com a linha de chamada A, **r** também passa pelo ponto F(6,5;2;4,5) .

Resposta



ão

Avaliação

1.determine a intersecção da recta s com a pirâmide quadrangular regular, de base de frente. .

E(0;7;4) e F(2;7;0) sao vertices da base [EFGH]. O vertice V da piramide é um ponto de 1cm de afastamento.

As projecçoes horizontal e vertical da recta fazem ângulos respectivamente iguais a 30^0 e 45^0 com a LT (a.d) e o seu traco horizontal tem 3cm de afastamento e abcissa -2cm.

Utilize a convenção gráfica adequada para desenhar as linhas visíveis e invisíveis.

3

ecção de recta com prisma

io

Para descobrir os pontos através dos quais uma recta penetra num prisma terá, tal como procedeu com a pirâmide, de seguir passos correctos e respeitar procedimentos que lhe permitirão no fim resolver com sucesso problemas de intersecção de rectas com prismas.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

tivos

- Descrever os passos a seguir para encontrar os pontos de entrada e saída da recta num prisma.
- Determinar os pontos de entrada e saída da recta num prisma.
- Distinguir as linhas visíveis e invisíveis e os traçados auxiliares através da convenção gráfica adequada.

Passos a seguir para determinar a intersecção de recta com um prisma.

Os passos para determinar a intersecção de recta com um prisma são os mesmos que aqueles que foram utilizados para fazer a intersecção da recta com a pirâmide. Vamos recorda-los para trabalharmos seguros de que estamos no caminho certo.

1.antes de mais nada ler e procurar perceber o que o enunciado pede.

2.recordar os conhecimentos teóricos dos capítulos anteriores que são necessários para resolver o exercício, nomeadamente, projecções da recta, projecções de prismas, secções de prismas e finalmente rever os passos de determinação da intersecção de recta com sólido.

3.esbocar a mão livre a solução do problema, e preciso recordar que o exercício só estará correctamente resolvido se utilizar todos os dados que estão no enunciado. Cada dado que esta no enunciado serve para ajudar a resolver o exercício. Não e normal haver dados a mais ou a menos num problema.

4,resolver rigorosamente o exercício e definir no fim da resolução as linhas visíveis e invisíveis.

Resolução de um exercício de intersecção de recta com um prisma.

Resolvamos agora um problema concreto de intersecção de uma recta com um prisma, para aplicarmos na prática as regras que enunciamos acima.

1.um cubo de 4,5cm de aresta tem duas faces de nível de cotas 1 e 5,5cm e as restantes assentes em planos verticais que fazem ângulos de 60 **(a.e)** e 30 **(a.d).** com o plano vertical de projecção **(a.d).**

O vértice de maior afastamento da base (ABCD) é o ponto A (0;6;1).

Determine os pontos de entrada e saída duma recta **r** definida pelos pontos P (-4;5;4,5) e Q (3;1;2).

Determinação das projecções do prisma.

1.depois de ler o enunciado percebeu que uma recta intersecta um cubo que assenta em planos de nível, portanto, sua colocação no espaço lembra uma caixa colocada no chão que esta de pé. Por isso o esboço do prisma torna-se fácil.

2.esbocando as o cubo obtemos duas imagens (uma que corresponde a projecção vertical e outra a projecção horizontal). Na projecção vertical horizontal o cubo parece um quadrado porque a base de cima tapa a base de baixo, ficando como se fosse um quadrado. Na projecção vertical as bases de nível estão reduzidas a linhas e conseguimos ver duas faces do cubo e as outras não são visíveis porque estão atrás.

Com base no esboço construímos rigorosamente o cubo, começando pelas projecções do ponto A, porque conhecemos o seu afastamento e a cota, como este ponto tem maior cota vai pertencer a base de maior cota que estará numa linha paralela a LT que passa pelo ponto **A″**

A projecção horizontal da base e construída a partir de A tendo dois lados que fazem ângulos de 30 e outros lados que fazem ângulos de 60 com a LT, por causa das faces que fazem ângulos da 30 e 60.

Construída uma das bases, marca-se a altura do cubo, para baixo porque a base desenhada primeiro e de maior cota, a altura do cubo e de 2,5 porque um cubo tem medidas das suas arestas iguais.

A recta e fácil de desenhar porque são conhecidas as coordenadas do ponto P e do ponto Q que a definem.

Representação do plano auxiliar.

Já sabe que depois de desenhar o prisma a seguir tem que passar um plano auxiliar pela recta. vejamos como proceder para representar o plano auxiliar.

1.observando o comportamento das projecções da recta em relação a **LT** vamos escolher o plano auxiliar. As projecções da recta apresentam-se obliquas em relação a **LT** por isso e uma recta obliqua.

2.por se tratar de recta obliqua os planos auxiliares que devem ser usados são o plano de topo e o plano vertical.

3. Escolhemos o plano de topo por ser o plano que provoca no prisma uma secção fácil de encontrar.

Determinação da secção.

A secção será obtida procurando os pontos onde o plano auxiliar intersecta as arestas do cubo.

1. Quando o plano auxiliar intersecta a aresta **CG** forma-se o ponto 1 da secção, cuja projecção vertical se encontra na projecção vertical desta mesma aresta.

2.o plano auxiliar volta a intersectar as arestas do cubo na base de maior cota, através de dois pontos. Um dos pontos pertence a aresta **AE** e outro pertence a aresta **DC**. As projecções verticais localizam-se nas projecções verticais das mesmas arestas.

Unindo estes pontos forma-se a secção que e constituída pelos pontos 1, 2 e 3.

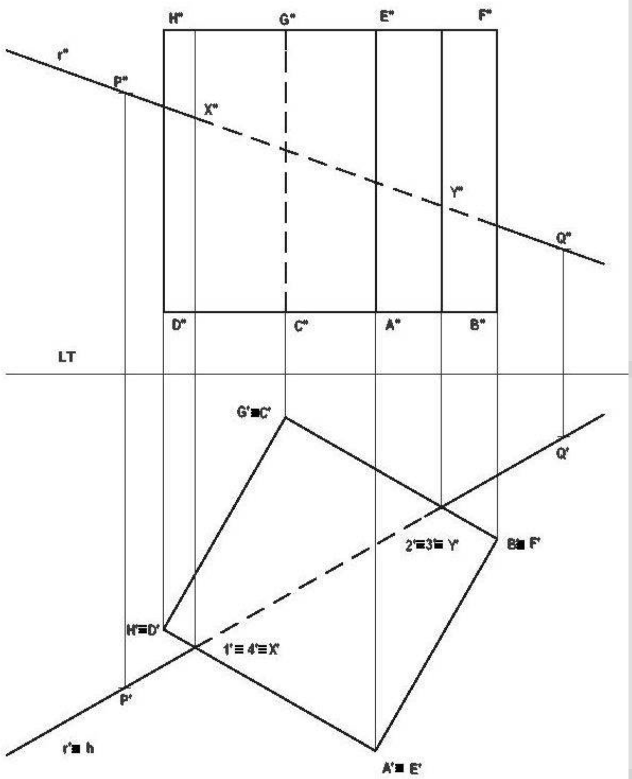
Determinação dos pontos de intersecção.

Os pontos de entrada e saída da recta no cubo serão encontrados na intersecção da secção que foi originada pelo plano auxiliar mais a recta dada pelo enunciado.

A secção produzida pelo plano auxiliar mais a recta intersectam-se nos pontos **X** e **Y**. esses são os pontos pedidos no problema.

Distinção de linhas visíveis e invisíveis.

As linhas que estão visíveis em função da sua localização, são representadas a traço grosso continuo e as linhas que são invisíveis porque estão tapadas pelas faces são representadas a traço médio interrompido e finalmente as linhas de construção como as linhas de chamada, a secção, o eixo são representadas a traço fino.



Resumo

Nesta lição você aprendeu que.

Para encontrar a intersecção duma recta com um prisma deve seguir rigorosamente os passos que se encontram escritos no método geral de intersecção de rectas com sólidos.

Antes de resolver qualquer exercício de intersecção de uma recta com um prisma deve ler e perceber o enunciado do exercício.

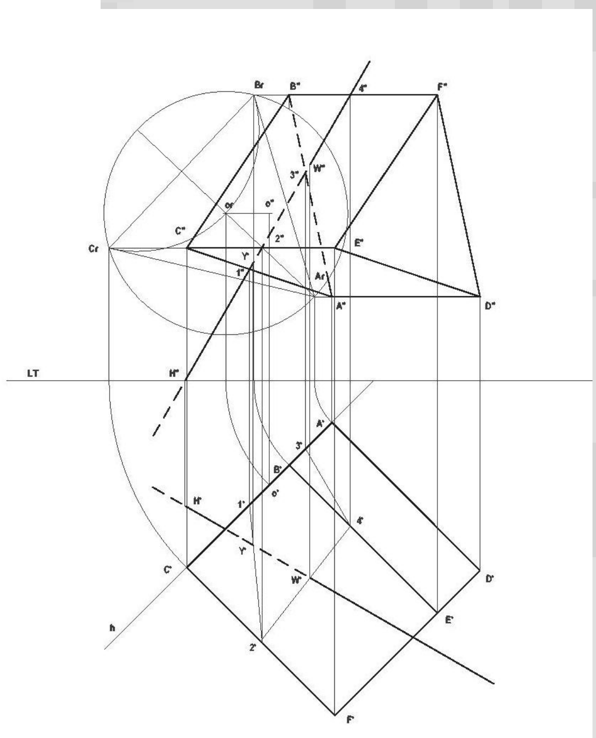
No processo da resolução começa-se por desenhar o prisma e a recta, em seguida passa-se um plano auxiliar pela recta, determina-se a secção produzida pelo plano auxiliar no prisma. No cruzamento da secção provocada pelo plano auxiliar com recta procuram-se os pontos de intersecção da recta com o prisma.

Determine as projecções dos pontos de intersecção de uma recta obliqua **s** com um prisma triangular regular, existente no **IQ.**

O prisma tem as bases assentes em planos verticais que fazem ângulos de 45 graus com o plano vertical de projecção (a.e).

O centro duma das bases e o ponto O (2,5;4) e um dos vértices da base e o ponto A (1;2).

de 5,5cm. As projeccoes horizontal e vertical da recta obliqua fazem iguais a 30 graus e 60 graus. O traco horizontal da recta e o ponto H amdada esta situada a 3.5 a esquerda da linha de chamada do ponto



2.

ão

Determine a intersecção de uma recta r com um prisma hexagonal regular de base de frente e com duas arestas da base topo .

Avaliação

O lados da base medem 3cm e os centros das circunferências que lhe são circunscritas são os pontos O (3;3;2) e O_1 (3;3;7).

A recta e definida pelos pontos P (1;1;1,5) e Q (7;6;6).

Tenha em atenção que devera distinguir as linhas visíveis, invisíveis, os traçados auxiliares utilizando a representação gráfica usual

4

cção de recta com cone

io

A intersecção de uma recta com um cone segue de maneira geral os método que foi estudado e aplicado para fazer a intersecção de rectas com pirâmide e prisma. Mas porque há algumas diferenças na forma de aplicação do método preferimos tratar separadamente deste caso de intersecção com vista a criar um espaço próprio para explicita-lo, evitando deste modo o surgimento de dúvidas na sua aplicação

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- Explicar como proceder para achar a intersecção de uma recta com um cone.
- Distinguir a intersecção de uma recta com prisma e pirâmide da intersecção de recta com cone.
- Formar um plano auxiliar para a determinação da intersecção de uma recta com um cone.
- Explicar porque trabalhar com plano definido por duas rectas na intersecção de uma recta com um cone.

nologia/Vocabulário

Cone de revolução Cone cujo eixo e perpendicular a base

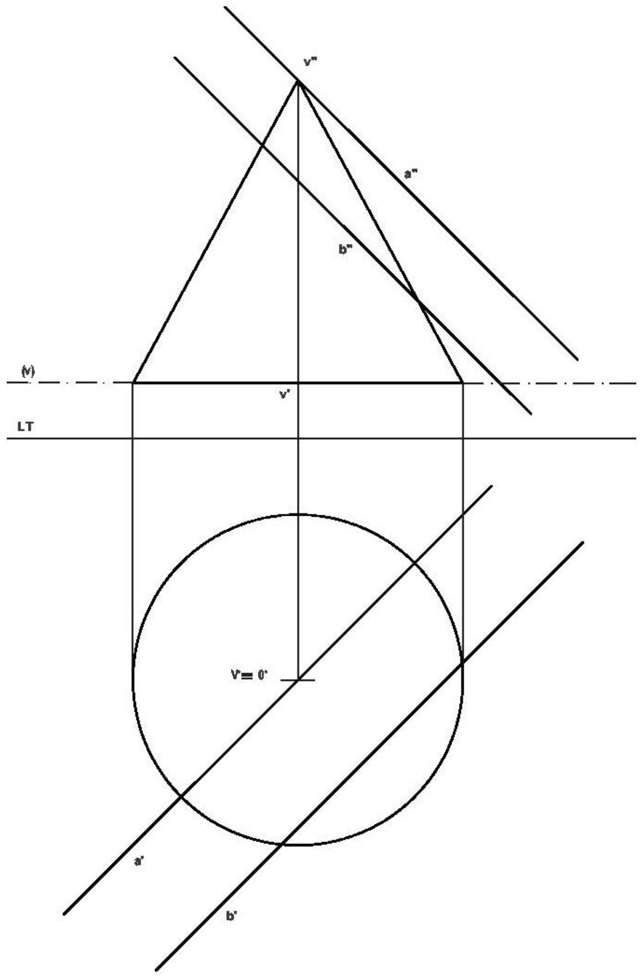
Obliquo: Cone cujo eixo e obliquo a base

Diferença entre a intersecção de recta com pirâmide ou prisma e intersecção de recta com cone.

Referimos acima que o método que utilizado para intersectar a recta com prisma ou com a pirâmide é o mesmo na sua essência que deve ser aplicado para fazer a intersecção de recta com o cone.

As diferenças que pode ser encontrada estão na diferença de execução de alguns passos:

A diferença esta forma como o traçado do plano auxiliar deve ser feito. No prisma ou na pirâmide usamos frequentemente um plano definido pelos seus traços, enquanto na intersecção com o cone usamos um plano definido por duas rectas paralelas ou concorrentes onde uma das rectas e a recta dada pelo enunciado e outra e uma recta que devemos traçar pelo vértice do cone.



Na figura acima o plano auxiliar é formado pelas rectas paralelas **a** e **b.** A recta **b** é a recta dada pelo enunciado, enquanto que a recta b é a recta traçada pelo vertice do cone

Porque formar um plano auxiliar através de duas rectas?

Traçamos um plano auxiliar por rectas para garantir a obtenção de uma secção fácil de determinar, porque sendo o cone formado por uma superfície lateral curva a secção originada por um plano auxiliar que não passa pelo vértice e uma curava complexa de obter e não e uma figura de traçado rigoroso.

Vamos resolver um exercício concreto de intersecção de recta com cone para treinarmos a aplicação do plano formado por duas rectas.

Como formar um plano auxiliar através de duas rectas?

O plano auxiliar que se forma pode ser constituído por duas rectas paralelas ou por duas rectas concorrentes, dependendo a escolha da facilidade que cada opção oferece em cada caso concreto e do nosso domínio para trabalhar com um ou outro plano.

Lembramos que as duas rectas que das duas rectas que devem formar o plano auxiliar, uma delas e dada pelo enunciado e outra e uma recta qualquer que devemos traça pelo vértice do cone., sendo contudo obrigatório que ela seja concorrente ou paralela a primeira recta.

Seguidamente iremos trabalhar conjuntamente em dois exercícios de formação de planos auxiliares.

Dado um cone de revolução situado no IQ e uma recta obliqua r , forme um plano auxiliar através de rectas paralelas.

A base do cone situa-se num plano de nível de 1cm de cota , o raio da base mede 3cm , o seu centro tem 4cm de afastamento e a altura do cone e de 5,5cm.

A recta contém o ponto P(1,5;1) cuja linha de chamada esta situada 4,5cm à direita da linha de chamada do vértice do cone, a sua projecção vertical faz 30^0 com a LT(a.e) e projecção a horizontal faz um ângulo de 45^0 (a.e)com a LT

Resolução.

Representamos o plano de nível de 1cm de cota que contem a base do cone e o centro com 4cm de afastamento.

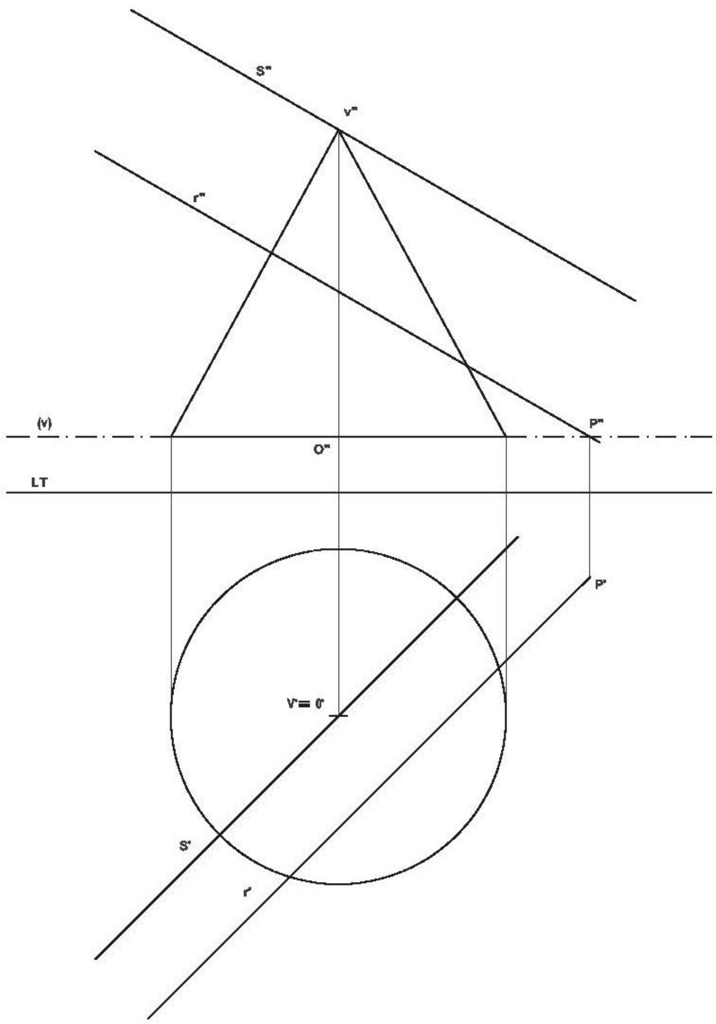
Representamos o cone de acordo com o enunciado.

Procuramos o ponto P a linha de chamada das suas projeccoes situa-se 5cm a direita da linha de chamada do vértice do cone e que tem zero de cota e afastamento 1cm.

Traçamos as projecções horizontais e verticais, sabendo que fazem ângulos de 45 com a LT.

Para formarmos o plano auxiliar procedemos assim: pela projecção vertical do vértice do cone traçamos a projecção vertical da recta s paralela a projecção vertical da recta r .Finalmente pela projecção horizontal do vértice da recta s paralelamente a projecção horizontal da recta r.

Desta forma acabamos de formar um plano auxiliar utilizando duas rectas paralelas, que são a recta dada pelo enunciado e a recta s que traçamos paralelamente a recta **r.**



Formação de plano um plano auxiliar através de duas concorrentes.

Dado um cone obliquo, situado no IQ, e uma recta de nível n, forme um plano auxiliar que passa pelo vértice do cone , utilizando um plano auxiliar constituído por duas rectas concorrentes sendo uma das rectas a recta n.

O cone tem a base situada num plano de frente de 1cm de afastamento, ela mede 3cm de raio, e o seu centro e um ponto O (0;1;4). O vértice do cone e o ponto V (5;6;3).

A recta de nível tem 4,5cm de cota, faz um ângulo de 30^0 com o plano ν_0 (a.e) e o seu traço vertical tem 7cm de abcissa.

Resolução

Representamos o cone pelas suas projecções. Este cone um vértice que não coincide com o centro da base na projecção vertical.

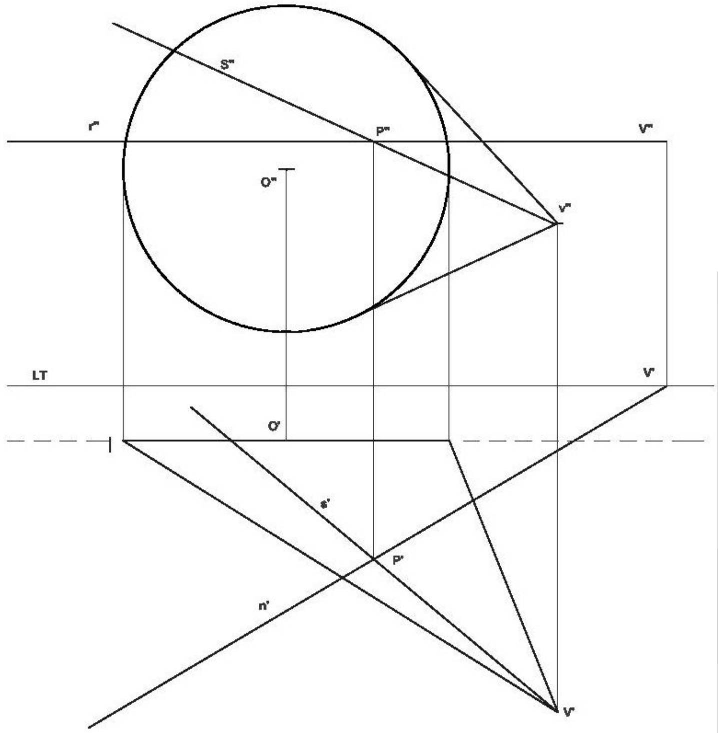
Representamos a projecção vertical da recta n com 4,5cm de cota paralela a LT, procuramos o traço vertical da recta sabendo que a sua linha de chamada esta no ponto da linha de terra de 7cm de abcissa e por se tratar de traço vertical e um ponto que tem afastamento zero, com a sua projecção horizontal situada na LT.

Pela projecção horizontal do traço vertical da recta faz-se passar a projectado horizontal da recta a fazer 30^0 graus com a LT (a.e)

Para formar o plano auxiliar devemos procede assim: escolher um ponto qualquer da recta n e marcar nele um ponto qualquer da recta n e marcar nela um ponto P**.** Lembrando que para o ponto pertencer a recta as suas projecções tem que estar sobre as projecções do mesmo da recta.

A união do ponto **P** com o vértice do cone origina a recta r que juntamente com a recta n, dada pelo enunciado, formam o plano auxiliar.

Nota: atenção que como o cone e obliquo a localização do vértice não coincide com o ponto o na projecção horizontal, e a recta auxiliar deve passar pelo ponto **V** e não e não pelo ponto **O.** Então sempre que trabalhar com um cone obliquo deve localizar correctamente o vértice do cone nas projecções horizontal e vertical.


S''
r''
P''
V''
O''
LT
V'
O'
s'
P'
n'

Resumo

Nesta lição você aprendeu que.

Para determinar os pontos de intersecção de uma recta com um cone deves seguir o processo de determinação de intersecção de rectas com sólidos.

A diferença da intersecção de rectas com cones e a intersecção com outros sólidos esta na formação do plano auxiliar. No caso do cone usa-se um plano auxiliar definido por rectas paralelas ou concorrentes, enquanto com o prisma e pirâmide usa-se um plano definido pelos seus traços.

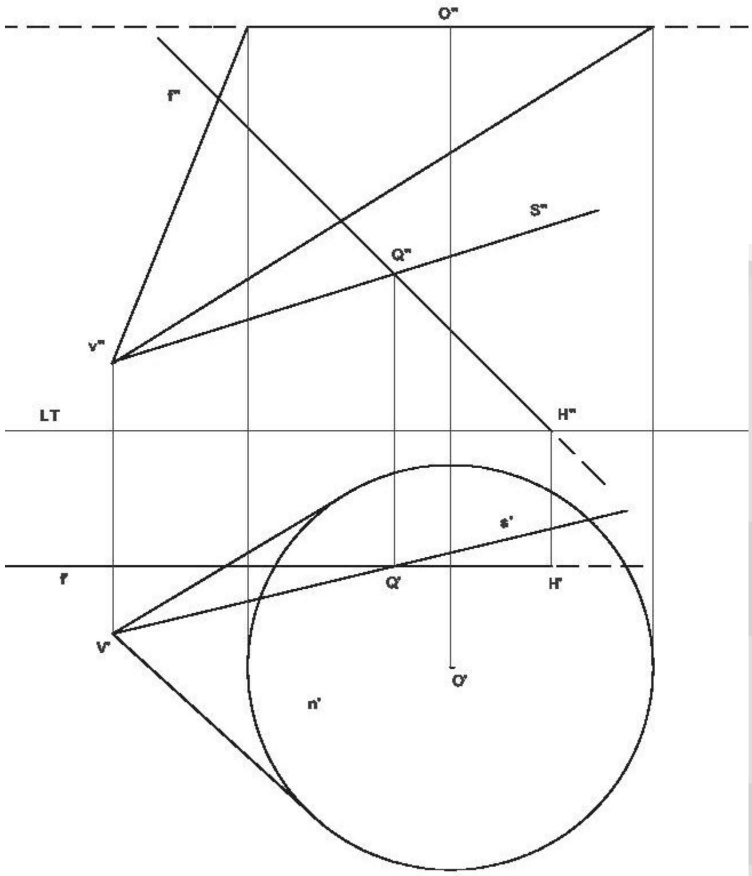
A construção do plano auxiliar deve ser bem treinada porque, quando o plano não bem traçado resultara numa solução não correcta de todo o exercício.

Represente um cone obliquo situado no IQ e uma recta de frente ***f*** sabendo que:

O cone tem a base situada num plano de nível de 6cm de cota, ela mede 3cm de raio, o seu centro e o ponto **O (0;3,5;6).** O vértice do é o ponto V (-5;3;1).

A recta de frente f tem 2 de afastamento, faz um ângulo de 45^0 graus com v_0 (a..e) e o seu traço horizontal tem 1,5cm de abcissa.

Represente, através de duas rectas concorrentes um plano que contem o vértice do cone em que uma das rectas e a recta de frente ***f.***


O''
f''
S''
Q''
V''
LT
H''
s'
f'
Q'
H'
V'
O'
n'

ão

Avaliação

Represente um cone de revolução situado no IQ, e uma recta obliqua ***s*** sabendo que:

A base do cone situa-se num plano de frente de 2cm de Afastamento, mede 4cm de raio e o seu centro tem 5cm de cota, a altura do cone e de 7cm.

O traço vertical da recta ***s*** tem 1cm de cota, e situa-se 5cm a esquerda da linha de chamada do cone. As suas projecções verticais e horizontais fazem ângulos respectivamente iguais a 30 e 45 com a LT (a. d).

a)represente um plano auxiliar atraves de duas rectas paralelas

5

ção de um exercício de intersecção de om cone

ção

Vamos dedicar esta aula a aplicação das considerações teóricas que vimos na aula passada, sobre intersecção de rectas com cone resolvendo um exercício concreto. Isto vai ajudar a perceber pela via pratica como proceder para intersectar um cone com uma recta. O importante e acompanhar a resolução e combinar os aspectos teóricos e práticos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- Aplicar o método de determinação da intersecção duma recta com um cone.
- Explicar os passos para encontrar os pontos comuns a uma recta e a um cone.

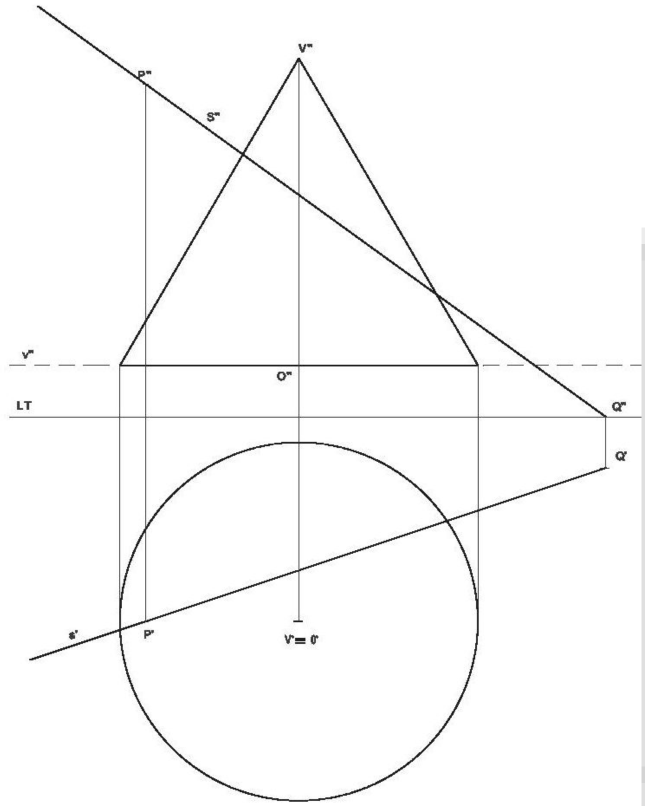
Utilizar correctamente a linguagem gráfica adequada para representar as linhas na intersecção de rectas e cones.

Representação das projecções do cone e da recta.

Vamos resolver um exercicio onde um cone de revolução com a base assente num plano de nível que é intersectado por uma recta obliqua. Vejamos enunciado seguinte:

Determine os pontos comuns a uma recta r e a um cone de revolução com base de nível e com 3,5de raio. O centro da base tem, de abcissa 3cm, de cota 1cm, de afastamento 4.A altura do cone e de 6. A recta **s** é definida pelos pontos P (0;4;6,5) e Q (9;1;0).

1. Projectamos o ponto **O** com abcissa 3, afastamento 4m e cota 1cm. Como a base encontra-se num plano de nível ela estará reduzida a uma linha que contem o ponto O″ . Na projecção horizontal estará em verdadeira grandeza com a forma de circunferência com centro **O′.**
2. Marcando a altura de 6 cm de na projecção vertical (perpendicular da base ate ao vértice) vamos encontrar a projecção vertical do vértice. na projecção horizontal o centro da base coincide com o vértice.
3. As projecções das recta são facilmente encontradas porque os pontos P e Q que a formam tem todas as coordenadas definidas pelo enunciado, no ponto de abcissa zero da linha de terra traça-se a linha de chamada do ponto P, porque o ponto tem abcissa zero. Seguidamente obtém-se as projecções do ponto P utilizando o seu afastamento e a sua cota.
4. Procedendo de modo semelhante obtém-se as projecções do ponto Q que unidas com as projecções do ponto P formam a recta.



Representação do plano auxiliar e obtenção da secção que ela produz no cone

Vamos seguidamente mostrar e explicar como colocar aqui neste exercício, um plano auxiliar e obter a secção.

Vamos formar um plano auxiliar por duas rectas concorrentes associando a recta r dada pelo enunciado mais a recta que vamos desenhar a passar pelo vértice do cone:

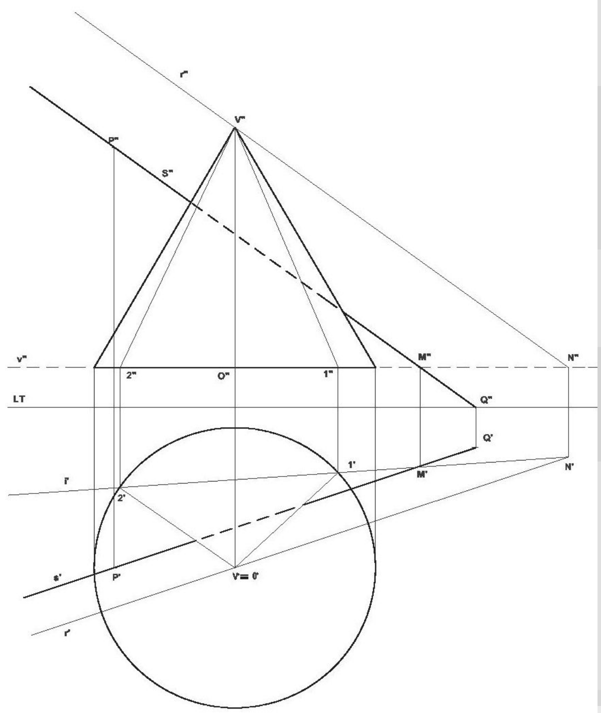
Para obtermos a recta ***s*** marcamos um ponto M recto r. As projecções do ponto M devem situar-se nas projecções da recta r. A seguir unimos o ponto V com M e obtemos assim a recta s. Traçámos. Obtemos desta forma o plano auxiliar formado pelas rectas concorrentes r e s, que se cruzam no ponto M.

O plano auxiliar   composto pelas rectas concorrentes r e s provoca no cone uma secção que tem a forma de triângulo, porque passa pelo vértice do cone.

Intersectamos as rectas r com o plano de nível onde esta assente a base do cone obtendo o ponto L. depois intersectamos também a recta s com o plano de nível onde se encontra a base do cone e obtemos o ponto T. unindo os pontos L e T obtemos a recta de intersecção do plano auxiliar formado pelas rectas r e s com o plano de nível onde esta situada a base do cone.

Agora temos que intersectar a recta i obtida anteriormente com a circunferência da base do cone, esta intersecção acontece nos pontos 1 e 2 onde a recta cruza com a circunferência.

Ao fazermos a união do ponto 1 com o ponto 2, do ponto 2 com o ponto V desenhamos um triângulo. Este triangulo e a secção provocada pelo plano formado pelas rectas r e s no cone.



Obtenção dos pontos de intersecção e distinção das partes visiveis e invisiveis.

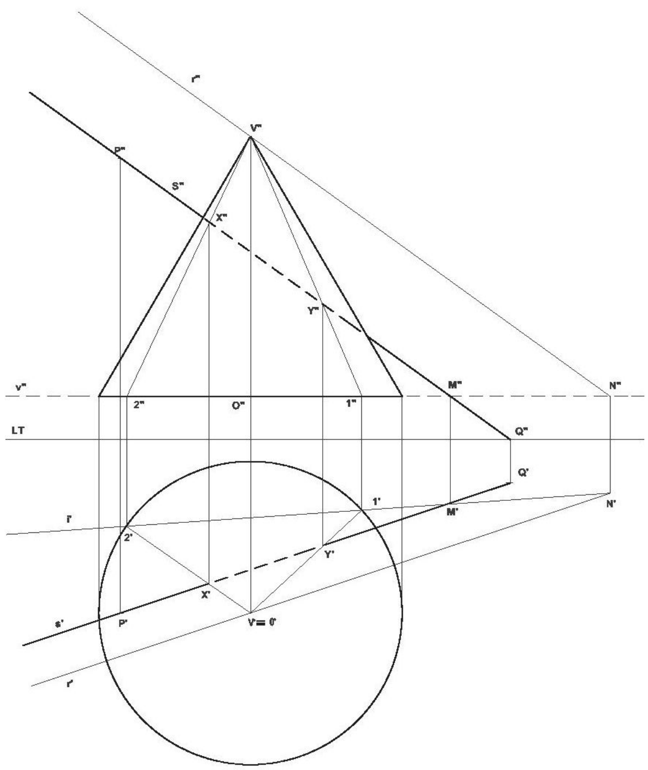
Os pontos de intersecção da recta com o cone são os pontos de intersecção da secção com forma de triângulo intersecta a recta r dada pelo enunciado.

O triângulo da mais a recta cruzam-se nos pontos E e S. Pedaço da recta que vai do ponto E ate ao ponto S encontra-se no interior do cone.

Para descobrir as partes visíveis e invisíveis da recta e do cone e necessário fazer o esforço de imaginar o cone e a recta r posicionados no espaços e procurar definir as partes visíveis e invisíveis.

Na projecção horizontal a superfície lateral do cone, mais o vértice são visíveis, apenas a base se encontra invisível porque esta na parte inferior do cone. Quanto a, o único percurso da recta invisível e o que se encontra no interior do cone.

Na projecção vertical, o cone tem a forma de triangulo, o que e visível tapa o que e invisível. Relativamente a recta, nas partes onde há sobreposição do cone com a recta esta fica invisível porque a recta esta atrás do cone. A recta e invisível depois do traço horizontal.



o

Resumo

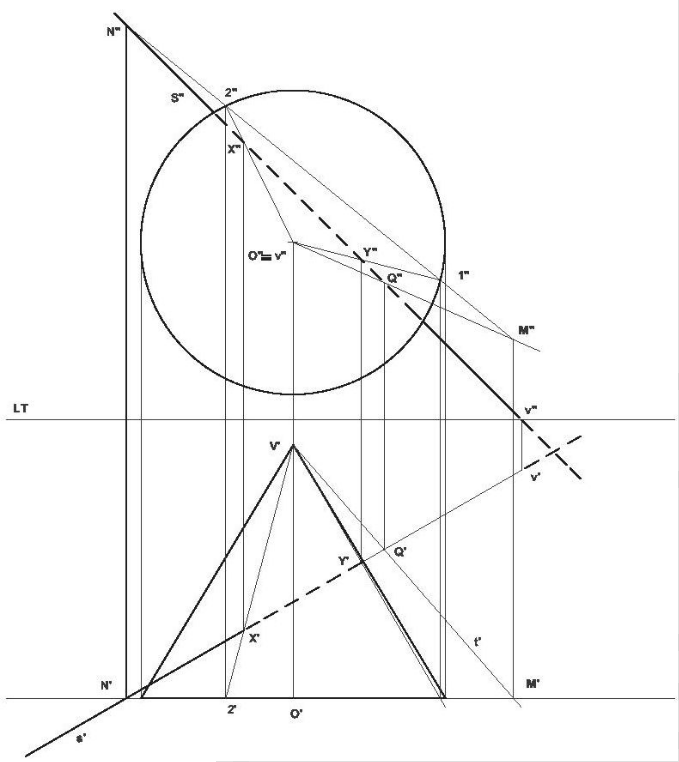
Nesta lição você aprendeu que

Como aplicar o método de intersecção da recta com um cone para resolver um exercício concreto.

Na resolução de um exercício de intersecção dum cone com uma recta e necessário formar um plano auxiliar através de duas rectas paralelas ou concorrentes. Destas duas rectas, uma recta e dadas pelo enunciado e outra e outra e uma recta que deve ser traçada a passar pelo vértice do cone.

A secção que o plano auxiliar produz no cone tem a forma de triangulo e é constituída por dois pontos na base, mais um ponto que coincide com o próprio vértice do cone.

1.Determine os pontos de intersecção de uma recta r, com um cone de revolução assente num plano de frente. O diâmetro da base mede 6cm.o vértice é o ponto V (3,5;0,5;3) e o centro da base é o ponto O (3,5;4;3). A recta s passa pelo ponto V e as suas projecções vertical e horizontal fazem com a LT ângulos respectivamente de 45^0 e 30^0 (a. e). V (8;1;0).



ão

Avaliação

Determine os pontos **X** e **Y** de intersecção de um cone de revolução com uma recta de frente, sabendo que:

O eixo do cone e o segmento vertical **OV** de 6cm de comprimento em que **V** e o vértice do cone o ponto **O** é o centro da base; **V** (0;4,5;0).

O ponto **A** pertence a base do cone e tem de abcissa -2cm e afastamento 8.

A recta de frente tem 3cm de afastamento, faz um ângulo de 30 graus com o **PHP** (a. e). A sua linha de chamada do seu traço horizontal situa-se 5cm a direita da linha de chamada do vértice do cone.

Tenha em atenção as convenções usualmente utilizadas para a representação de linhas visíveis e invisíveis e os traçados auxiliares.

6

cção de recta com cone de base de perfil

ção

Quando temos que enfrentar um exercício que nos pede para que determinemos a intersecção de uma recta com cone que bases assentes em planos de perfil temos que aplicar os conhecimentos já adquiridos nas aulas anteriores, mas também temos que adicionar mais algumas operações geométricas, para alem das habituais, pela razão de o cone ter a base assente no plano de perfil

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- Descreve o processo de obtenção da intersecção de uma recta com um cone com base de perfil.
- Explicar as diferenças entre a intersecção de uma recta com um cone de base de perfil com cones assentes em planos de nível, de frente.
- Resolver um exercício de intersecção de uma recta com cone de perfil.

nologia/Vocabulário

Inversão de rebatimento:	Operação contraria ao rebatimento, que com base na figura rebatida permite obter as projecções da figura.
Ponto de concorrência:	Ponto de cruzamento

Diferença entre a determinação de intersecção de uma recta com base de frente, de nível com um cone com base de perfil

Antes de mais nada, devemos dizer que o método que temos aplicado nas aulas anteriores continua valido. Para trabalhar aqui com sucesso e necessário tê-lo na memoria.

Desenhar a recta e formar o plano auxiliar.

Desenhar a secção provocada pelo plano auxiliar no cone, intersectar a secção com a recta dada pelo enunciado.

A diferença que vai encontrar entre um cone com bases de perfil e cone com base de frente ou de nível e que para encontrar os dois pontos de intersecção da recta ***i*** (que resulta da intersecção das rectas que formam o plano auxiliar com o plano da base do cone) com a circunferência da base do cone e necessário fazer rebatimento desta recta i e também da circunferência da base do cone, porque como ambos estão num plano de perfil, os pontos onde se intersectam não são visíveis quer na projecção horizontal quer na projecção vertical.

Resolução de exercícios de intersecção de um cone de base de perfil com uma recta.

A melhor maneira de perceber esta diferença é lidar com ela na prática, por isso vamos resolver um problema real de intersecção de uma recta com um cone de base de perfil.

Determine os pontos de intersecção de um cone de revolução de base de perfil com uma recta de frente sabendo que:

A circunferência da base do cone tem 3,5 cm de raio, o seu centro e o ponto O (-5;4,5;5). O vértice do cone e o ponto de abcissa -12.

A recta de frente f tem 3cm de afastamento e faz com v_0 um ângulo de 30 graus de abertura para a esquerda e o seu traço vertical tem abcissa -2.

Representação das projecções do cone e da recta.

Projectamos o ponto O de abcissa -5cm, afastamento 4,5 e cota 5cm.como a base encontra-se num plano de perfil rebatemos o ponto O sobre o ***PVP*** e construímos a circunferência da base. Ao fazermos a inversão do rebatimento encontramos as projecções da base.

Marcada a altura do cone, vamos encontrar as projecções verticais e horizontais do vértice do cone. Neste caso, o vértice encontra-se a esquerda porque tem abcissa inferior que o centro base. I

As projecções da recta são facilmente encontradas, a projecção horizontal tem 3cm de afastamento e e paralela a LT, a seguir projecta-se o traço horizontal da recta sabendo que tem abcissa -2cm, cota zero e afastamento igual ao da recta, portanto 3cm. pela projecção vertical do traço horizontal da recta passa a projecção vertical da recta a fazer um ângulo de 30 graus.

Representação do plano auxiliar.

Vamos seguidamente mostrar e explicar como colocar aqui neste exercício um plano auxiliar que vai ajudar a encontrar os pontos onde a recta entra e sai do cone.

Vamos formar um plano através de duas rectas paralelas, associando a recta r, dada pelo enunciado, mais a recta s que vamos desenhar a passar pelo vértice do cone.

Pela projecção vertical do vértice do cone vamos desenhar a projecção vertical da recta s paralela a projecção vertical da recta r. Pela projecção horizontal do vértice do cone vamos traçar a projecção horizontal da recta r. No final disto temos o plano auxiliar formado por duas rectas paralelas r e s.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar.

O plano auxiliar e composto pelas rectas f e s provoca no cone uma com a forma triangular.

Intersectamos as recta f com o plano de perfil onde esta assente o plano da base do cone obtendo o ponto L e depois no ponto de intersecção da recta s com plano de perfil da base do cone surgi o ponto T. unindo L e T obtemos a recta i de intersecção do plano auxiliar com o plano da base do cone.

Agora temos que intersectar a recta i obtida anteriormente com a circunferência da base do cone, como a base e de perfil a intersecção da recta i com a circunferência da base não e observável nem na projecção horizontal, nem na projecção vertical. a obtenção deste pontos será possível graças ao rebatimento.

Rebatemos a recta i através dos pontos L e T que a definem, utilizando o mesmo procedimento que usamos para rebater a circunferência da base do cone. Depois de termos realizado o rebatimento devemos intersectar a recta i com a circunferência da base do cone rebatida e vamos obter os pontos 1_r e 2_r.

Para obtermos as projecções dos pontos 1 e 2 devemos realizar a inversão do rebatimento destes pontos da mesma forma como procedemos quando quisemos obter as projecções da circunferência a partir da circunferência rebatida.

A secção triangular produzida pelo plano auxiliar obtém-se unindo o ponto 1 com o ponto v, v com 2 e 2 com 1.

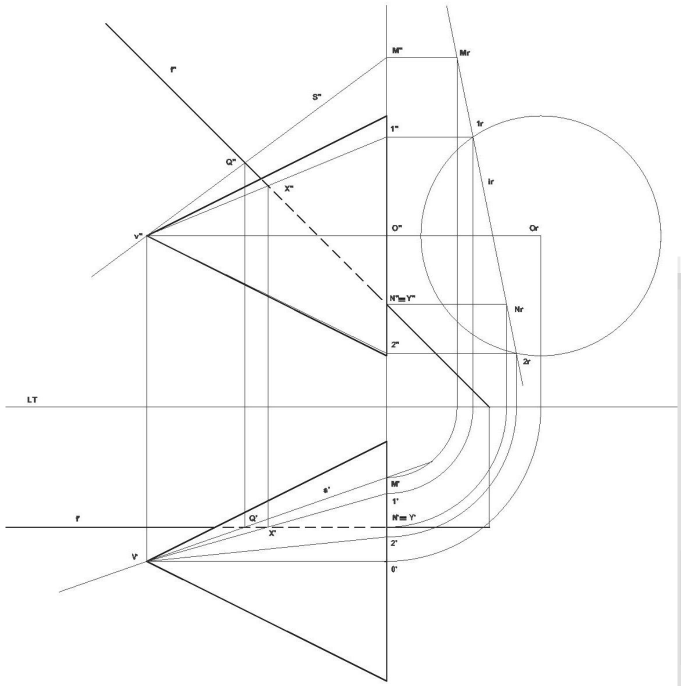
Obtenção dos pontos de intersecção e distinção das partes visíveis e invisíveis

Os pontos onde o cone e a recta r, dada pelo enunciado, se intersectam os pontos de cruzamento da secção com a forma de triângulo com a recta r dada pelo enunciado. Tal intersecção observa-se nos pontos E e S.

As partes visíveis e invisíveis da recta definem-se observando as imagens do cone e da recta, procurando imaginar o seu posicionamento relativo no espaço, a fim de descobrir o que esta visível e o que esta invisível.

Nas projecções vertical e horizontal o cone tem a forma de triângulo, as partes visíveis tapam as invisíveis, portanto tudo fica como se fosse visível. Em relação a recta r, os percursos visíveis são os que se encontram a frente do observador e não sofrem nenhuma sobreposição com um cone.

Na projecção horizontal os percursos que são visíveis são os que se encontram com maior cota do que o cone, e as que não tem nenhuma sobreposição com o cone.


r"
S"
M"
Mr
1"
1r
Q"
X"
ir
V"
O"
Or
N"≡Y"
Nr
2"
2r
LT
s'
M'
1'
r'
Q'
N'≡Y'
X'
2'
V'
0'

Resumo

Nesta lição você aprendeu que

Ao resolver um problema de intersecção de uma recta com o cone que tem a base existente no plano de perfil, encontrara dificuldade que tem a a ver com a circunstância de a base do cone ser de perfil.

Tal dificuldade surge quando depois de encontrar a intersecção i das rectas que formam o plano auxiliar, com o plano da base do cone, pretendemos achar os pontos de intersecção da recta i com a circunferência da base do cone. Tal dificuldade surge porque a base do cone e de perfil e os pontos de intersecção não são observáveis imediatamente.

Para encontrar os pontos devemos recorrer ao rebatimento da recta para determinar a intersecção dessa recta com a circunferência da base do cone.

abalhos Tarefas

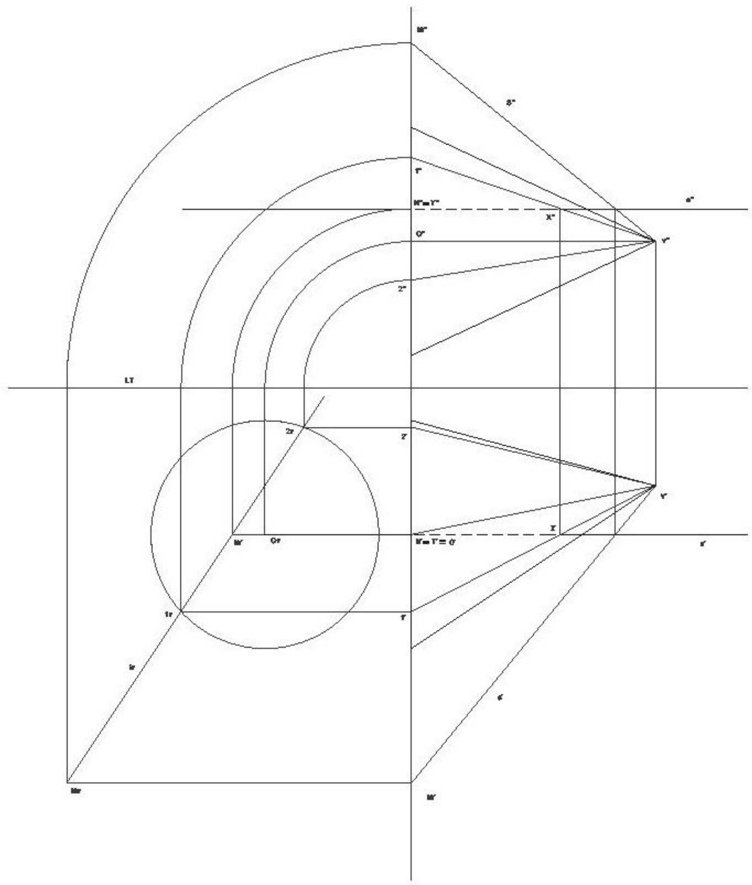
Determine os pontos X e Y de intersecção de uma recta fronto-horizontal com um cone obliquo de base contida num plano de perfil de abcissa nula, sabendo que:

A circunferência da base do cone tem 3,5 de raio e o seu centro e o ponto O (0;4,5;4,5);

O vértice do cone e o ponto V (9;6;4,5);

A recta a tem 5cm de afastamento e 3,5 de cota;

Tenha em atenção as convenções usualmente utilizadas para representação de linhas visíveis, invisíveis e traçado de linhas auxiliares.



ção

Avaliação

Determine as projecções dos pontos comuns a uma recta de nível n e ao cone de revolução de base de perfil, com as seguintes condições:

A recta de nível n tem 3cm de cota, faz com PVP um ângulo de 45 graus abertura para a direita e o seu traço vertical tem abcissa 2cm;

A circunferência da base do cone tem 3,5 de raio, o centro e o ponto O (5;5;4,5).

O vértice do cone e um ponto de 12cm de abcissa.

7

cção de um cone com uma recta de perfil

ção

Quando há que enfrentar um exercício que pede a determinação da intersecção de uma recta de perfil com um cone qualquer há que aplicar os conhecimentos já adquiridos e aplicados em ocasiões anteriores para intersectar rectas com cones, mas também que recorrer a mais algumas operações geométricas para alem das habituais, pela de estarmos perante uma recta com um comportamento especial que e a recta de perfil.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

ctivos

- Indicar a diferença entre a intersecção de um cone com uma recta de perfil e intersecção de cone com outra recta qualquer.
- Resolver um exercício de intersecção de um cone com uma recta de perfil.

Descrever os passos para determinar a intersecção duma recta de perfil com um cone.

Diferença entre a determinação de intersecção de cone com uma recta qualquer e intersecção de cone com uma recta de perfil.

Para começar lembrar que o método que temos aplicado ate aqui continuara a ser aplicado. Por isso volte a lembra-lo. Porque aqui na aplicação deste método iremos acrescentar mais algumas operações geométricas, portanto para determinar a intersecção de uma recta com um cone deve:

1.desenhar o cone e a recta, formar um plano auxiliar.

Desenhar a secar provocada pelo plano auxiliar no cone, intersectar a secção com a recta dada pelo enunciado e obter desta forma a intersecção da recta com o cone.

A diferença que aqui vai encontrar entre a intersecção do cone com uma recta de perfil e a intersecção de cones com outra recta qualquer e que durante formação do plano auxiliar, para encontrar o ponto de concorrência das rectas que formam o plano auxiliar e necessário fazer o rebatimento da recta de perfil.

Resolução de exercício de intersecção de um cone com uma recta de perfil.

A maneira de perceber esta diferença e lidar com ela na pratica. por isso vamos resolver um problema real de intersecção de uma recta de perfil com um cone.

Determine os pontos de intersecção de um cone de revolucao de base de nível de 1cm de cota com uma recta de perfil sabendo que:

A circunferência da base do cone tem 4cm de raio, o seu centro e o ponto O(0;5;1). A altura do cone e de 6cm.

A recta de perfil e definida pelos pontos H(2;10;0) e pelo ponto V(2;0;8).

Representação das projecções do cone e da recta.

Projectamos o ponto o de abcissa zero, afastamento 5cm e cota 1cm.seguidamente desenhamos a base do cone com centro O, esta encontra-se em verdadeira grandeza na projecção horizontal e com de linha na projecção vertical. Marcamos na projecção vertical a altura do cone e vamos obter o ponto V. na projecção horizontal o ponto O coincide com o ponto V.

As projecções da recta de perfil são facilmente obtidas encontradas. Primeiro representa-se os pontos H e V de que são conhecidas as suas coordenadas e depois une-se os pontos H e V finalmente deve-se.

.

Vamos seguidamente mostrar e explicar como colocar aqui neste exercício um plano auxiliar que vai ajudar a encontrar os pontos onde a recta entra e sai do sólido.

Vamos formar um plano auxiliar através de duas rectas concorrentes, associando a recta s, dada pelo enunciado, mais a recta t. Vamos desenhar a passar pelo vértice do cone:

Vamos marcar a projecção horizontal do ponto P, para obter a projecção vertical do ponto P encaramos uma dificuldade porque não conseguimos localizar. A sua localização só e possível através do rebatimento.

Depois de obter as projecções do ponto P uni-mos o ponto P com o vértice V do cone e vamos obter a recta t que associada com a recta s formam o plano auxiliar.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar.

O plano auxiliar e composto pelas rectas t e s e provoca no cone uma secção com a forma triangular.

Intersectamos a recta t com o plano de nível onde esta assente a base do cone obtendo o ponto L. da intersecção da recta s com o plano de nível onde esta assente a base do cone surgi o ponto M. unindo os pontos M e L obtemos a recta i, de intersecção do plano formado pelas rectas paralelas s e t com o plano de nível onde esta assente a base do cone.

Agora temos que intersectar a recta i obtida anteriormente com a circunferência da base do cone, para obtermos os pontos 1 e 2.

A secção triangular produzida pelo plano auxiliar obtém-se unindo o ponto 1 com o ponto V, V com 2 e finalmente 2 com 1.

Obtenção dos pontos intersecção.

Os pontos de intersecção da recta e o cone, são obtidos nos dois pontos de cruzamento da secção com a forma de triângulo com a recta r dada pelo enunciado.

O triângulo mais a recta de perfil s, cruzam-se no ponto X e no ponto Y. Portanto ao obtermos os pontos X e Y resolvemos com êxito o exercício que nos foi proposto.

Distinção das partes visíveis e invisíveis.

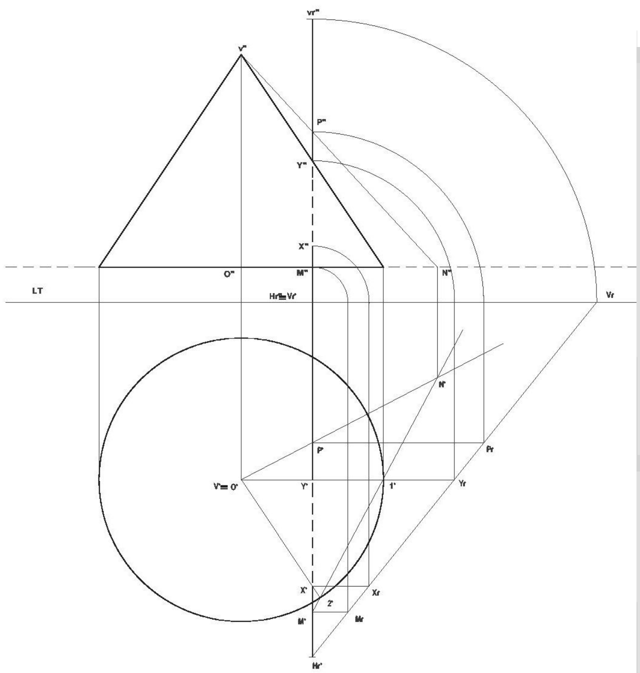
As partes visíveis e invisíveis da recta e do cone definem-se observando o as imagens do cone e da recta e procurando imaginar o seu posicionamento relativo no espaço, a fim de descobrir o que esta visível e o que esta invisível.

Nas projecções vertical o cone tem a forma de triângulo, e na projecção horizontal tem a forma de circunferência, as partes visíveis tapam a invisíveis, portanto tudo fica como se fosse visível.

Relativamente a projecção vertical da recta de perfil, os percursos visíveis são os que se encontram na frente dos observados e não sofrem nenhuma sobreposição com o cone. Com efeito na deslocação da recta de frente para trás, antes de a recta atingir o ponto de entrada e visível porque se encontra a frente do cone. No interior do cone a recta e invisível, depois de maior.

Na projecção horizontal são visíveis os percursos da recta que tem maior cota, assim de cima para baixo, do cone a recta e visível, no interior do cone e invisível e depois de sair do cone a recta e invisível.

Ainda há que notar que a recta e invisível depois dos traços horizontal e vertical porque a recta passa do IQ para os restantes quadrantes.



mo

Resumo

Nesta lição você aprendeu que

Para intersectar um cone com uma recta de perfil seguimos o mesmo processo estudado para a intersecção de qualquer outra recta com o cone. Ligeira diferença existe na formação do plano auxiliar onde a recta onde há que utilizar o rebatimento paras construir as rectas concorrentes que formam o plano auxiliar ou para certificar se as rectas são paralelas.

Outra diferença ocorre na obtenção da intersecção da recta de perfil com o plano da base do cone em que e preciso fazer rebatimento para obter as duas projecções da rectas.

abalhos Tarefas

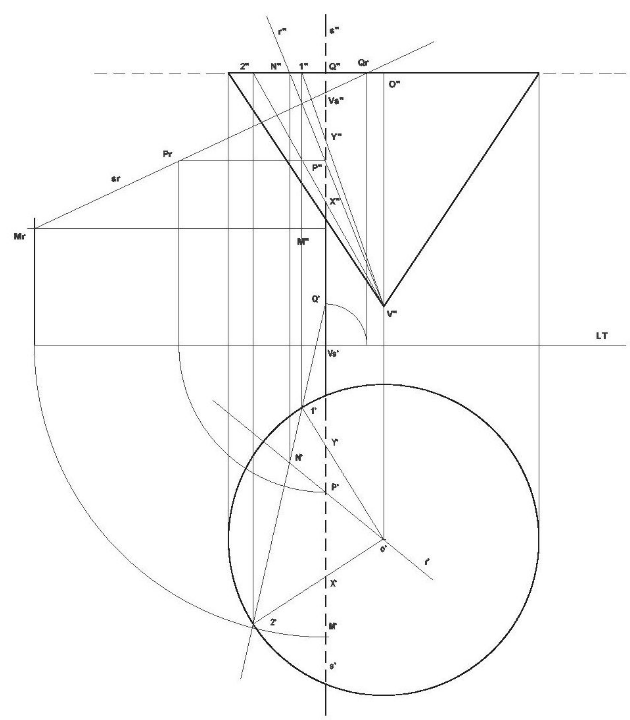
1.Determine as projecções dos pontos comuns a uma recta de perfil r e a um cone de revolução de base de nível com as seguintes coordenadas.

A circunferência circunscrita a base do cone esta assente num plano de nível de 7cm de cota, mede 4cm de raio, o seu centro e ponto O (0;5;7).

A altura do cone mede 6cm.

A recta de perfil **r** édefinida pelos pontos V (-1,5;0;6,5) e

M (-1,5;7,5;3).



ão

Avaliação

1.Determine as projecções dos pontos comuns a recta de perfil s e a um cone de revoluçao de base de nível com as seguintes condições;

Circunferência da base do cone esta assente num plano de nível de 7 de cota tem 3,5 cm de raio, o vertce do cone tem 4 de afastamento e 1cm de cota.

A recta de perfil s e definida pelos pontos M (-2;10;1) N (-2;2;8).

8

cção de uma recta com um cilindro

ção

Estamos quase a terminar o capitulo dedicado ao estudo da inteseccao de rectas com solidos, e para fechar este interressante capitulo vamos estudar a interseccao de rectas com cilindros.nao encontraremos muitas novidades aqui, teremos sim, uma opurtunidade de aplicar o que aprendemos nas licoes anteriores.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

ctivos

- Desenhar os planos atraves de duas rectas, sendo uma das rectas paralelas as geratrizes do cilindro.
- Descrever os passos para a determinacao da interseccao de uma e um cilindro.
- Dizer a diferenca entre o processo de determinacao da interseccao da recta com o cilindro e a interseccao da recta com cone.
- Apontar as semelhancas entre a interseccao de recta com cilindro e a interseccao de recta com cone.

Recordando o processo geral de determinação da intrsecção de recta com um solido.

vamos recordar o metodo geral que se utiliza para fazer a interseccao de recta com prisma, piramide e cone, porque este metodo sera util para a interseccao de recta com cilindro.

O texto que nos ajuda a Lembrar como fazer a interseccao de recta com um solido e o seguinte:

1.representar o solido e a recta pelsa suas projeccoes.

2.fazer passar pela recta um plano auxiliar

3.determinar a seccao produzida pelo plano auxiliar no solido.

4.intersectar a seccao produzida pelo plano auxiliar no solido emcontrando , assim, os pontos de comuns a recta e ao solido.

5.finalmente devemos indicar as linhas que sao visiveis e as linhas sao invisiveis com a convencao adequada.

Que diferenças existem entre a intersecção de recta com cilindro e a interseccao de recta com o cone.

O processo de interseccao de recta com cilindro segue de uma maneira mais geral os mesmos passos que os utilizados nos outros solidos.a diferenca esta na maneira como deve ser construido o plano auxiliar.

Na interseccao de recta com o cilindro deve se trabalhar com um plano auxiliar formado por rectas concorrentes das quais uma recta e a recta dada pelo enunciado e outra deve ser paralela as geratrizes do cilindro.

A difernca entre a interseccao de recta com o cone e interseccao de recta com cilindro esta no seguinte aspecto. Na interseccao de recta com com o cone o plano auxiliar e definido por duas rectas concorrentes ou paralelas ou concorrentes, sendo condicao obrigatoria que uma das rectas passe pelo vertice do cone , enquanto na interseccao com o cilindro a recta deve ser paralela as geratrizes do cilindro.

Semelhanças entre a intersecção de recta com o cone e a intersecção da recta com cilindro.

O cilindro assim como o cone tem superficies laterais curvas, por essa razao a sua inerseccao com rectas apresenta alguamas semelhancas.

Os planos auxiliares a utilizar devem originar seccoes poligonais, com a forma de triangulo no caso do cone e paralelogramo no caso do cilindro.

Nos dois solidos deve se evitar utilizar planos que originem seccoes curvas diferentes da circunferencia, como pode ser o caso de elipse, hiperbole, e parabola, porque nao oferecem muita precisao na determinacao dos pontos de interseccao.

Formação do plano auxiliar.

E interressante exercitar a formacao do plano auxiliar na interseccao de recta com o cilindro por ser aquele passo que apresenta diferencas na relativamente a interseccao de rectas com os solidos que ja estudamos. Este passo deve ser devidamente treinado porque a sua falha resultara na resolucao nao correcta do exercicio.

Vejamos os procedimentos de construcao do plano auxiliar olhando para o seguinte caso.

Construa as projeccoes dum cilindro de revolucao, existente no IQ, com uma das bases assente num plano de topo que faz com o PHP um angulo de 45^0 (a.d) . o centro desta base e o ponto o(4; 4,5) e raio é igual a 3cm . a altura do cilindro mede 7cm.

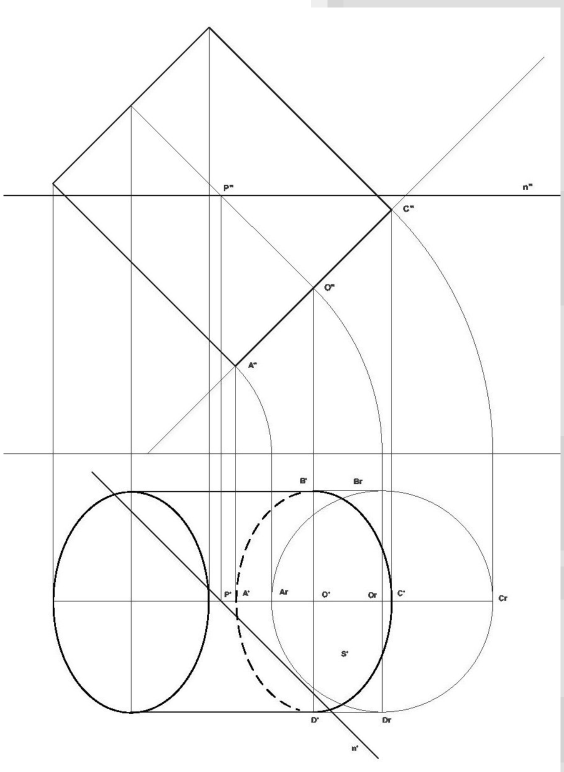
Represente uma recta de nivel que passa pelo ponto de 7cm situado no eixo do cilindro, e cuja projeccao horizontal e perpendicular aos tracos verticais do plano da base do cilindro.

Representação das projecçoes do cilindro e da recta.

1.representamos o plano de topo cujo traco vertical forma 45 com a LT e projectamos nele o ponto o , com afastamento 4cm e cota 4,5. como a base do cilindro encontra se num plano de topo rebatemos o ponto O e construimos a circunferencia, fazemos a inversao do rebatimento e encontramos as projeccoes da base.

2. marcamos a altura na projeccao vertical (perpendicular duma base ate a outra base) vamos encontrar a projeccao vertical da outra base do cilindro. Seguidamente procuramos a projeccao horizontal da mesma base.

3.Quanto a recta temos que a projeccao vertical e paralela a LT e passa pelo ponto P de 7 de cota do eixo do cilindro. Para encontrar a projeccao horizontal da recta comecamos por procurar a projeccao horizontal do ponto P no eixo do cilindro. Encontrado o ponto na projeccao horizontal tracamos a projeccao horizontal da recta sabendo que e paralela aos tracos verticais dos planos de topo das bases do cilindro.

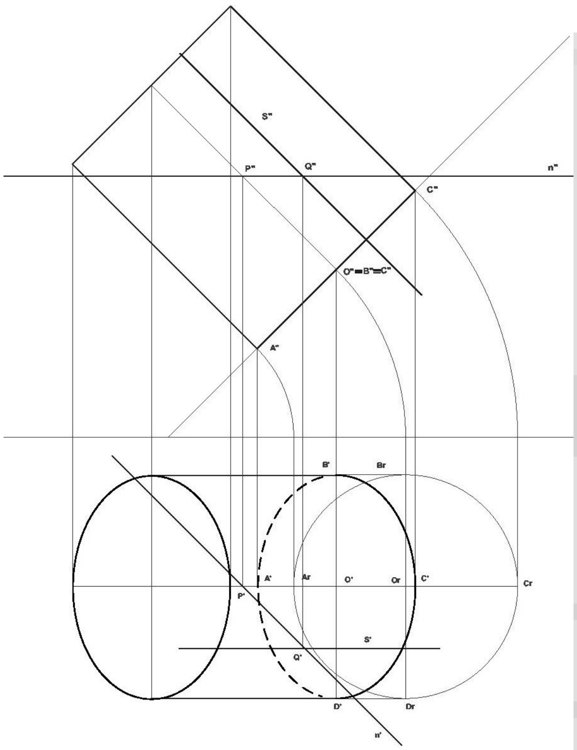


Representação das rectas que formam o plano auxiliar.

Representado o cilindro passemos a representacao das rectas que vao formar o plano auxiliar

1.uma das rectas que vão formar o plano é a recta dada pelo enunciado, que neste caso é a recta de nivel **n** . esta recta vai formar o plano auxiliar juntamente com outra recta que vamos tracar a seguir.

3.marcamos o ponto Q sobre a recta de nivel n, por esse ponto vamos fazer passar a recta s paralela as geratrizes do cilindro, por causa desta condicao a projeccao vertical da recta s é obliqua à LT enquanto que sua a projecção horizontal é paralela à LT.



Resumo

Nesta lição você aprendeu que:

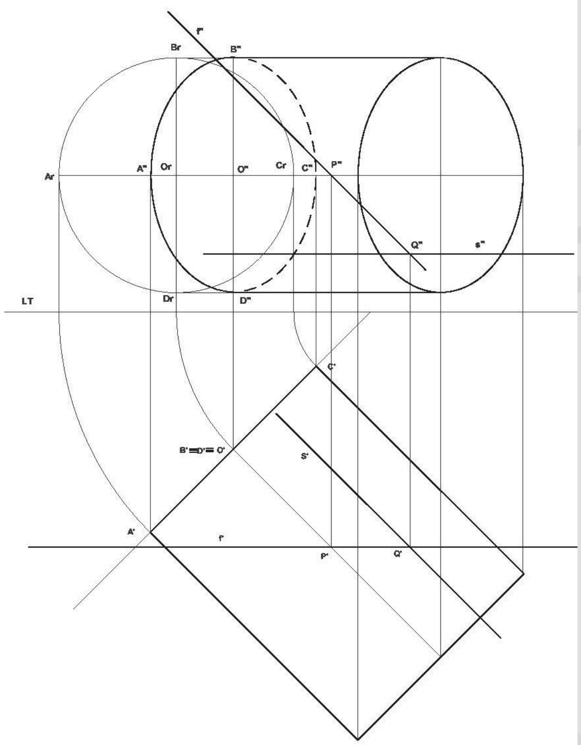
Na determinação da intersecçco de uma recta com um cilindro seguimos de forma geral os mesmos passos utilizados na intersecção de recta com a pirâmide, com o prisma e com o cone, no entanto encontramos ligeiras diferenças no que toca a maneira como deve ser construido o plano auxiliar.

A diferenca entre a intersecçço da recta com o cone e a interseccao da recta com o cilindro e que enquanto na interseccao da recta com cones uma das rectas passa pelo vertice do cone, na interseccao com cilindro a recta deve ser paralela as geratrizes do cilindro.

1.desenhe um cilindro de revolução existente no IQ, que tem as assentes em planos verticais que formam com o PVP angulos de 45º (a.e) o centro da baese de menor afastamento e o ponto O(3,5;3,5) . a base tem de raio 3cm e a altura do cilindro mede 7,5cm.

a desenhe uma recta de frente que passa pelo ponto do eixo do cilindro de 6cm de afastamento, e cuja projecção vertical é paralela aos traços horizontais dos planos verticais da base do cilindro.

Forme um plano auxiliar constituido pela recta de frente f e por uma recta que deve traçar paralelamente ao eixo do cilindro.



;ão

Avaliação

1.desenhe um cilindro obliquo existente no IQ, que tem bases assentes em planos de frente. Os centros das bases são os pontos O(2;1; 3) O1(6;5; 5,5). As bases tem 3cm de raio

Desenhe uma recta obliqua **s** que passa pelo ponto do eixo do cilindro de 4,5 de cota , e cujas projecções vertical e horizontal fazem ângulos de 45^0 com a LT .(a.e)

Forme um plano constituido pela recta obliqua **s** e por uma outra recta **t** que deve traçar paralelamente ao eixo do cilindro.

Note que num cilindro o eixo é sempre paralelo as geratrizes e que neste caso como o cilindro é obliquo o eixo assim como as geratrizes não são perpendiculares a base.

ío 9

ção de um exercicio de intersecçao de uma ɔm um cilindro

ção

Vamos resolver passo a passo e em conjunto um exercicio de de interseccao de uma recta com um cilindro, para popderes ver como a teoria e os aspectos que foram referidos na aula anterior acontecem num caso concreto.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- Determinar os pontos de Intersecção de um cilindro com uma recta.
- Descrever os passos para resolver um exercicio de intersecção de recta com cilindro.
- Distinguir as partes visiveis e invisiveis depois de determinar a intersecção de uma recta com um cilindro.

Enunciado do exercicio.

Vejamos o seguinte exercicio de interseccao de uma recta com um cilindro.

Determine as projeccoes dos pontos x e y de interseccao de uma recta obliqua s com um cilindro de revolucao, situado no IQ, de acordo com as seguintes dados :

A base do cilindro tem como centro o ponto O(0;5;3) e de 3cm de raio e esta contida num plano de topo α que faz um angulo de 45^0 com **PVP** de abertura para direita.

A altura do cilindro mede 7cm.

A recta obliqua s contem o ponto P (_2,5;4;5) e as suas projeccoes horizontal e vertical fazem com a LT angulos de 45^0 e 30^0 de abertura para a direita.

Representação das projecções do cilindro e da recta

1.representamos o plano de topo cujo traco vertical forma 45^0 com a LT e projectamos nele o ponto O, com afastamento de 5cm e cota 3cm.

Como a base do cilindro num plano de topo rebatemos o ponto O e construimos a circunferencia da base com raio 3cm, fazemos a inversao do rebatimento e encontramos as projeccoes da base.

2.marcando a altura igual a 7cm na projeccao vertical(perpendicular duma base ate a outra base)vamos encontrar a projeccao vertical da outra base do cilindro, seguidamente procuramos a projeccao horizontal do cilindro.

3. quanto a recta sabemos que ela passa pelo ponto P de 2,5 de abcissa , 4 de afastamento e 5cm de cota.projectamos o ponto P e por ele tracamos a projeccao horizontal da recta que faz 45^0 com a LT (a.d) e a projeccao vertical da recta sabendo que ela faz 30^0 com a LT (a.d)

Representação das rectas que formam o plano auxiliar

Representado o cilindro e a recta s passemos agora a representacao das rectas que vao formar o plano auxiliar

1.uma das rectas que vao formar o plano auxiliar e a recta s s, dada pelo enunciado, que vai foramar o plano auxiliar juntamente com a outra r que vamos tracar a seguir.

2.marcamos um ponto Q qualquer da recta s , por esse ponto vamos fazer passar a recta r paralela as geratrizes do cilindro.por causa desta condicao a projeccao vertical da recta sera obliqua a LT enquanto a projeccao horizontal sera paralela a LT.

Intersecção das rectas que formam o plano auxiliar com o plano da base do cilindro.

Vamos determinar a interseccao das rectas s e r que formam o plano auxiliar com o plano de topo onde esta assente a base do cilindro.

1. a recta s intersecta o traco vertical do plano de topo no ponto M e por sua vez a recta r intersecta o mesmo traco no ponto N. Ao unirmos os pontos M e N formamos a recta i que sera util no tracado da seccao.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar

A recta i obtida no numero anterior sera utilizada para encontrar os pontos que o plano formado pelas recta r e s provoca n o cilindro.

1.quando a recta i intersecta a circunferencia da base do cilindro origina os pontos 1 e 2 , estes dois pontos sao os primeiros pontos que formam a seccao.

2.uma vez que os pontos 1 e 2 se encontram numa circunferencia que nao esta em verdadeira grandeza (esta numa elipse que resulta da deformacao da circunferencia) e necessario rebatelos e depois realizar a inversao do seu rebatimento a fim de obter a sua localizacao com rigor.

3.localizados os pontos 1 e 2 com rigor devemos tracae linhas paralelas as geratrizes do cilindro onde obteremos mais dois pontos na outra base do cilindro que juntamente com os pontos 1 e 2 formam a seccao que o plano auxiliar provoca no cilindro. Esta seccao e constituida pelos ponto 1, 2 ,3 e 4 e tem a forma rectangulo.

Obtenção dos pontos de intersecção

Os pontos onde o cilindro e a recta s se intersectam sao obtidos nos pontos de cruzamento da seccao com a forma de rectangulo que determinamos antes com a recta s, dada pelo enunciado.

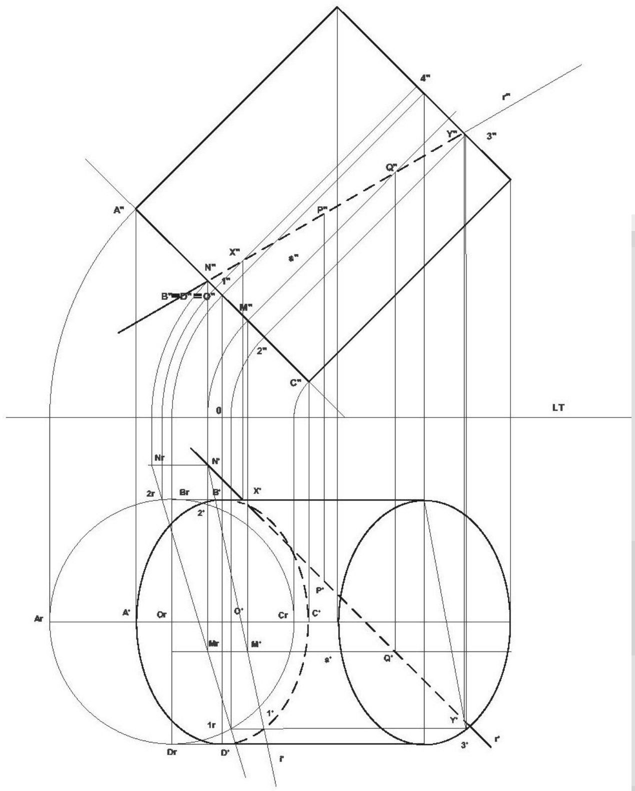
1. o rectangulo da seccao mais a recta cruzam no ponto E e depois voltam a cruzar se no ponto S. Sao estes os pontos de entrada e saida da recta no cilindro

Distinção das partes visiveis e invisiveis

Para definir correctamente as partes visiveis e invisiveis da recta e do cilindro deve fazer um exercicio mental que consiste em procurar associar as projeccoes vertical e horizontal do cilindro e da recta e formar mentalmente a imagem do solido e da recta no espaco.

Na projeccao vertical o cilindro tem a forma de rectanhulo em que a parte visivel tapa a parte invisivel, quanto a recta, antes de intersectar o cilindro esta a frente deste por isso e visivel .depois de sair do cilindro a recta encontra se na parte de tras por isso e invisivel .

Relativamente a projeccao horizontal o cilindro tem duas bases , uma com maior cota que a outra, assim e visivel nesta projeccao a base que tem maior cota e invisivel a que tem menor cota.no que diz respeito a recta, antes de intersectar o cilindro o cilindro ela e visivel , porque tem maior cota que o cilindro , quando sai do cilindro a recta e tapada pelo cilindro porque sai em baixo deste.



4"
r"
Y"
3"
Q"
A"
P"
X"
s"
N"
1"
B"≡D"≡O"
M"
2"
C"
0
LT
Nr
N'
2r
Br
B'
X'
2'
P'
Ar
A'
Cr
O'
Cr
C'
Mr
M'
s'
Q'
1'
Y'
r'
1r
Dr
D'
l'
3'

mo

Resumo

Nesta lição voce aprendeu que

Na resolução de um exercicio de intersecção de um cilindro com bases de topo com uma recta para encontrar ospontos de interseccao da recta **i** (obtida na intersecção do plano auxiliar com o plano da base do cilindro)e necessario fazer rebatimento porque como a projecção horizontal da base tem a forma de elipse nao garante rigor para determinar a intersecção.

O plano auxiliar que se utiliza para intersectar um cilindro com uma recta obliqua e formado por duas rectas, sendo uma delas a recta dada pelo enunciado e outra uma recta que se traca paralelamente as geratrizes do cilindro.

---

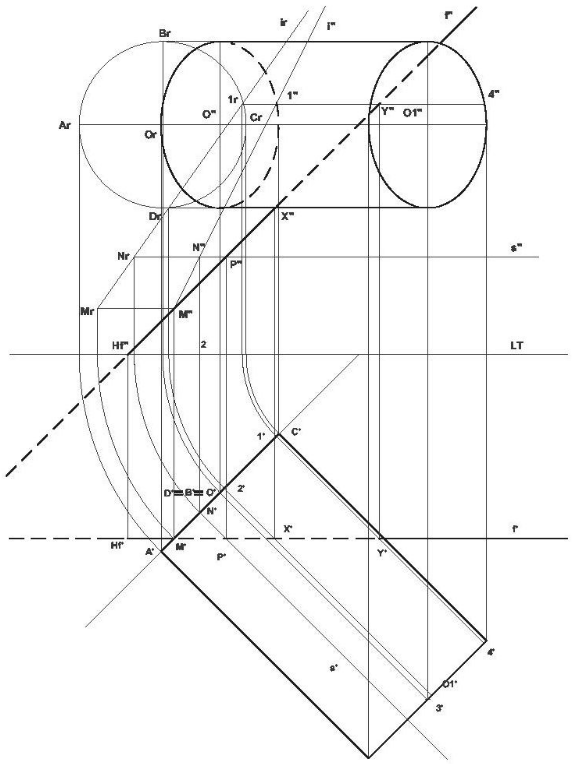
s

abalhos Tarefas

1.desenhe um cilindro de revolucao existente no IQ, que tem as bases assentes em planos verticais . o eixo do cilindro e o segmento 00_1. O(2;3;5) e O(6,5;7,5;5). As bases tem de raio 3cm.

a)desenhe uma recta de frente f de 4cm de afastamento, que faz 45 0 com o PHP de e cujo traco horizontal e o ponto de abcissa nula.

b)determine os pontos x e Y de interseccao da recta de frente com o cilindro


Br
Ir
I''
f''
1r
1''
4''
Ar
O''
Cr
Y''
O1''
Or
Dr
X''
Nr
N''
s''
P''
Mr
M''
Hf''
2
LT
1'
C'
D'≡B'≡C'
2'
N'
X'
f'
Hf'
A'
M'
P'
Y'
4'
s'
O1'
3'

ão

Avaliação

1.desenhe um cilindro de revolução, existente no IQ, que tem as bases assentes em planos de topo.o eixo do cilindro e o segmento OO1.

O(0;4;3) 01 O(5;4;8) . As bases do cilindro tem 3cm de raio.

a)desenhe uma recta de nivel de 4cm de cota, que faz 45^0 com o PVP e cujo traco vertical e o ponto de -3cm de abcissa.

b)determine os pontos de intersecção da recta de nivel com o cilindro.

10

cção de um cilindro de revolução de bases te ou de nivel com uma recta

ıção

A intersecca de uma recta com um cilindro de revoluca com bases que existem em planos de nivel ou em planos de frente , assentes no plano vertical de projeccao ou PHP oferece particularidade que se justicam que sejam tratados em espaco proprio dai a razao desta licao.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- Descrever os passos de interseccao de um cilindro de revolucao de base de frente ou de nivel com uma recta
- Distinguior os passos para intersectar uma recta com um cilindro de revolucao com bases de frente ou de nivel da interseccao de rectas com outros cilindros .
- Determiner a interseccao de uma recta com um cilindro de revolucao de bases de frente ou de nivel..

Metodo para determinar a intersecção duma recta com um cilindro de revolução de bases de frente ou de nivel

Quando o cilindro e de revolucao e tem as bases assentes em planos de nivel, de frente, no PVP ou no PHP a determinacao da interseccao do cilindro com a recta e relativamente mais mais simples de determinar e menos trabalhoso doque o metodo utilizado para os restantes cilindros

O plano auxiliar obtem se fazendo passar directamente pela recta um plano auxiliar projectante definido pelos seus tracos pela recta .procede se assim porque esta posicao do cilindro permite obter uma seccao com a forama de circunferencia ou de rectangulo.

Diferença entre a intersecção duma recta com um cilindro de revolução com bases de frente ou de nivel com os restantes cilindro

A diferenca e porque quando o cilindro e de revolucao e tem bases assentes no plano de nivel, no plano de frente, no PVP ou no PHP, tracamos um plano auxiliar projectante(plano de nivel, plano de frente, plano de topo, plano vertical ou plano de perfil) definido pelos seus tracos enquanto na interseccao da recta com os restantes cilindros trabalhamos com planos formados por duas rectas concorrentes, das quais uma das rectas e a recta dada pelo enunciado e outra e uma recta que se traca paralelamente as geratrizes do cilindro.

Resolução de um exercicio de intersecção de uma recta com um cilindro de revolução de base de nivel.

Vamos resolver um exercicio de interseccao de uma recta com um cilindro para compreender na pratica o que foi explicado teoricamente.

1.desenhe as projeccoes dum cilindro de revolucao de 5cm de altura, situado no IQ,com uma das bases assente num plano de nivel de 1cm de cota . o centro dessa base e o ponto O de 5cm de afastamento e com raio igual a 3,5.

2.determine os pontos de interseccao do cilindro com a recta obliqua r cujas projecçoes horizontal e vertical fazem angulos de 30^0 e 45^0 com a LT, o traco horizontal da recta e um ponto de 2cm de afastamento, cuja linha de chamada situa se 4cm a direita da linha de chamada do eixo do cilindro.

Representação das projecções do cilindro e da recta

Representamos o plano de nivel de 1cm de cota, colocamos nele o centor da base com afastamento de 5cm e com centro nele tracamos a circunferencia da base do cilindro que esta em V.G na projeccao horizontal e reduzido a uma linha na projeccao vertical.marcando a altura (perpendicular tracada duma base para a outra) localizamos a outra base do cilindro .como o cilindro e de revolucao e tem bases de nivel o seu eixo e vertica e as duas bases do cilindro se sobrepoe na projeccao horizontal

2.para obter as projeccoes da recta comecamos por procurar a linha de chamada do traco horizonta a 4cm da linha de chamada do eixo do cilindro.depois de localizar a linha de chamada projectamos o traco horizontyal com 2cm de afastamento , a seguir vamos fazer passar a projeccao vertical da recta pela projeccao vertical do traco horizontal a fazer um angulo de 450 e tambem vamos fazer passar a projeccao horizontal da recta pela projeccao horizontal do seu traco horizontal a fazer 300 com a LT.

Representação do plano auxiliar

Facamos passar pela recta um plano auxiliar projectante definido pelo seu traco(plano de nivel, plano de frente, plano vertical , plano de perfil e plano de topo)tendo em conta que o plano auxiliar que vamos utilizar deve ser aquele que produz no cilindro uma seccao com a forma de circunfrencia ou rectangulo.

1.olhando para a recta descobrimos que podemos fazer passar pela recta um plano vertical porque ele e que produz no cilindro uma seccao com a forma de rectangulo . o plano de topo nao deve ser utilizado porque origina uma seccao constituida por dois arcos de elipse e 2 segmentos de recta.

Obtenção da secção

A seccao que o plano produz no cilindro tem a forma de rectangulo constituido por dois pontos na base inferior mais dois pontos na base superior.os quatro pontos da seccao sao obtidos a partir dos pontos onde o plano o plano auxiliar intersecta as projeccoes horizontais das bases do cilindro, tracando linhas de referencia vamos encontrar as projeccoes dos ponto da seccao.

Obtenção da intersecção

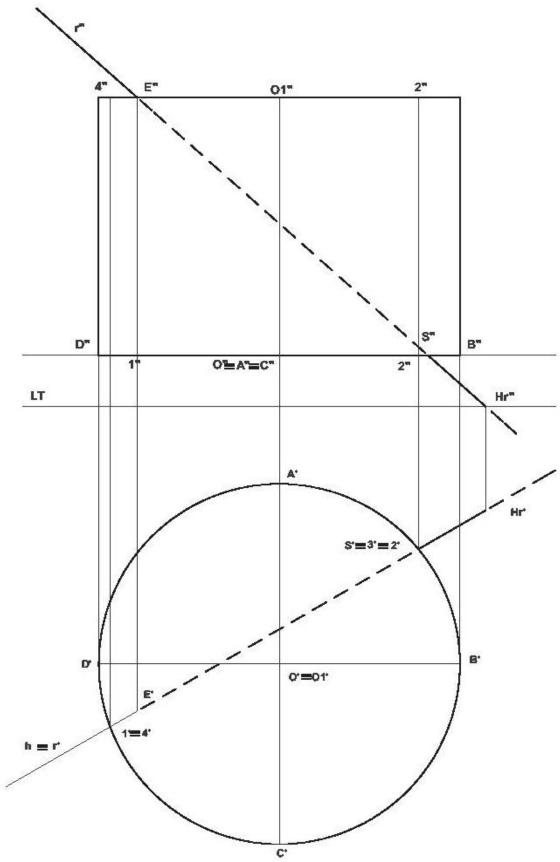
Os pontos de interseccao da seccao rectangular sao observaveis na projeccao vertical , porque a sobreposicao dos pontos da seccao na projeccao vertical, porque torna dificil a sua visualizacao.

1.a seccao formada pelos pontos 1,2 3 e 4 intersecta se com a recta r nos pontos E e S.

Definição de espessura de linhas e da sua visibilidade

Na projeccao horizontal o cilindro tem a forma circular porque a base superior tapa a base inferior e ficando todas as linhas como visiveis.quanto a recta nao ha nada que se sobrepoe a recta de maneira que ela e sempre visivel, excepto a parte da rtecta que esta no interior do cilindro e o troco que se localiza a direita do traco horizontal.

Na projeccao vertical o deslocamento da de cima para baixo ela e visivel antes de intersectar o cilindro, no interior do cilindro ela e naturalmente invisivel e depois de sair do cilindro e invisivel porque a recta esta atras do cilindro.



Resumo

Nesta lição voce aprendeu que

A resolução do exercicio de intersecção dum cilindro de revolução com bases de nivel e de frente com uma recta utiliza se um metodo mais simples e menos trabalhoso que o metodo utilizado para fazer a intersecção de uma recta com os restantes cilindros.

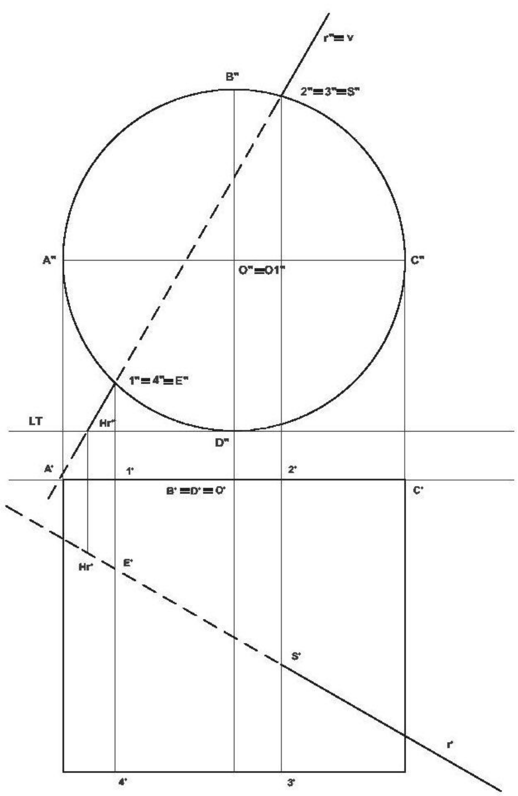
Quando se determina a interseccão do cilindro de revolucao com bases de nivel ou de frente com uma recta utiliza se um plano auxiliar projectante definido pelos seus traços que se conduz directamente pela recta.

Tarefas

Resolve o seguinte exercicio de intersecção de uma recta com o cilindro de revolução com uma recta.

1.desenhe as projecçoes dum cilindro de revolução, situado no IQ,de bases assentes em planos de frente . o centro da base de menor afastamento é o ponto de 1cm de afastamento e 3,5 de cota , uma das geratrizes do do cilindro tem cota zero . a altura do cilindro e igual a 6cm.

Determine os pontos comuns ao cilindro e a uma recta obliqua **r** cujas projecçoes horizontal e vertical fazem angulos de 30^0 e 60^0 com a LT , o traço horizontal da recta e um ponto de 2,5 cm de afastamento, cuja linha de chamada situa se a 3cm da linha de chamada do eixo do cilindro.



ão

Avaliação

Resolve o seguinte exercicio de interseccao de uma recta com um cilindro de revoluçao para praticar a licao.

1.desenhe as projeccoes dum cilindro de revolucao de 5cm de altura, situado no IQ,com uma das bases assente num plano de frente de 1cm afastamento. O eixo do cilindro é o segmento de topo OO1. O(2;1;5) e O1 (2;6;5). O raio da base é igual a 3,5.

2.determine os pontos comuns ao cilindro e a uma recta obliqua r cujas projeccoes horizontal e vertical fazem angulos de 45^0 e 30^0 com a LT,o traço vertical da recta é um ponto de 2cm de cota, cuja linha de chamada situa se a 4cm a direita da linha de chamada do eixo do cilindro.

11

ção de um exercicio de intersecção de uma e perfil com um cilindro

ção

Vamos resolver passo a passo e conjuntamente um exercicio de interseccao de uma recta de perfil com um cilindro para podermos ver as diferencas que existem entre a interseccao de um cilindro com uma recta de perfil e a interseccao dum cilindro com outra recta qualquer.

Objectivos

Ao concluir esta lição você será capaz de:

- Descrever os procedimentos necessarios para determinar a interseccao duma recta de perfil com um cilindro.
- Distinguir interseccao do cilindro com a recta de perfil da interseccao dum cilindro com as restantes rectas.
- Determinar a intwerseccao duma recta de perfil com um cilindro.

Enunciado do exercicio

Vejamos o seguinte exercicio de interseccao de uma recta de perfil com um cilindro.

Determine as projeccoes dos pontos x e y de intwerseccao de uma recta de perfil s com um cilindro de revolucao, situado no IQ, de acordo com os dados seguintes.

A base de centro O O(0;3,5;4,5) mede 3,5 de raio e esta contida num plano vertical α que faz um angulo de 45 0 com o PVP (a.e.)

A altura do cilindro mede 6,5 de comprimento.

A recta contem o ponto P(1,5;6,5;5) e o seu traco horizontal e o ponto de 11cm de afastamento.

Representação das projecções do cilindro e da recta

1.Representamos o plano vertical cujo traco horizontal forma 45^0 com a LT (a.e) e projectamos nele o ponto O, com afastamento 3,5 e cota 4,5 .como a base encontra se num plano vertical rebatemos o ponto O e construimos a circunferencia da base , fazemos a inversao do rebatimentoa e encontramos as projeccoes da base

Marcando a altura do cilindro igual a 6,5 na projeccao horizontal (perpendicular duma base ate a outra base)vamos encontrar as projeccoes horizontal e vertical do cilindro.

3. quanto a recta s que ela e formada pelo ponto P de 1,5cm de abcissa , 6,5 de afastamento e 5 de cota . unindo os pontos H e P obtemos a recta de perfil.

Representação das rectas e do plano auxiliar

Representado o cilindro e a recta s passemos agora a representacao das rectas que vao formar o plano auxiliar.

Uma das rectas que vao formar o plano auxiliar e a recta s de perfil dada pelo enunciado, que vai formar este plano auxiliar juntamente com a outra recta r que vamos tracar a seguir.

2.pelo ponto P da recta de perfil vamos fazer passar a recta t paralela as gratrizes do cilindro e obtemos o plano auxiliar atraves de duas rectas concorrentes r e s .

Intersecção das rectas que formam o plano auxiliar com o plano da base do cilindro

Vamos determinar a interseccao das rectas que formam o plano auxiliar com o plano vertical da base do cilindro.

A recta s intersecta o traco vertical do plano da base do cilindro no ponto M.

A rexcta de perfil s intersecta o mesmo traco vertical no ponto N, para obter a projeccao vertical do ponto N e preciso fazer rebatimento da recta perfil . unindo os pontos M e N obtem se a recta de interseccao i , que resulta da interseccao do plano da base do cilindro com as rectas s e r que formam o plano auxiliar.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar

A recta i obtida a pouco sera utilizada para encontrar a seccao produzida pelo plano auxiliar no cilindro.

Quando a recta i intersecta a circunferencia da base do cilindro origina os pontos 1 e 2 , estes pontos sao os dois primeiros pontos que vao formar a seccao.

Sendo que as projeccoes verticais dos pontos 1 e 2 encontram se numa circunferencia que nao esta em V.G e necessario rebatelos e depois fazer a inversao do seu rebatimento a fim de obter a localizacao exata

Localizados com rigor os pontos 1 e 2 devemos tracar linhas paralelas as geratrizes do cilindro donde obteremos mais dois pontos noutra base do cilindro, que juntamente com o ponto 1 e 2 formam a seccao que o plano auxiliar constituido pelas rectas r e t produz no cilindro.

Obtenção dos pontos de intersecção

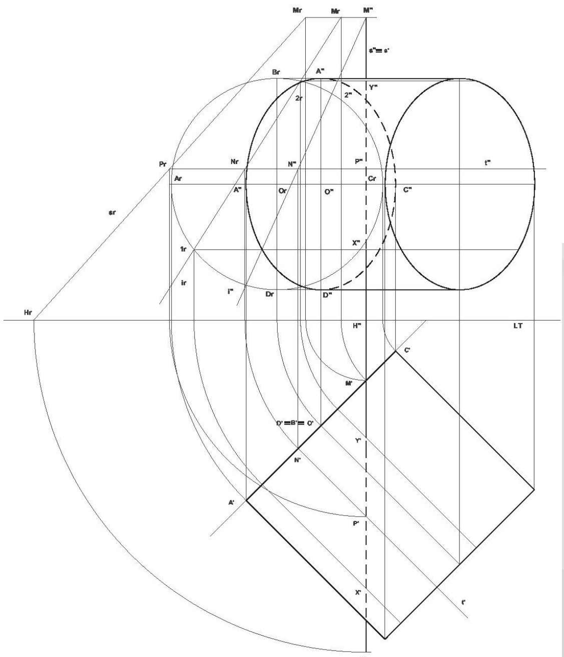
Os pontos onde o cilindro e a recta se intersectam sao obtidos nos pontos de cruzamento da seccao com a forma de quadrilatero que determinamos com a recta de perfil s dada no enunciado.

O rectangulo da seccao mais a recta cruzam no ponto X depois voltam a cruzar se no ponto Y . estes sao os pontos de entrada e saida da recta no cilindro.

Definição da espessura de linhas e da sua visibilidade.

Na projeccao horizontal o cilindro tem a forma de rectangular e as linhas visiveis tapam as linhas invisiveis. Quanto a recta analisando a projeccao de frente para tras , ela e invisivel antes de intersectar o cilindro, e visivel quando sai do cilindro.

Na projeccao vertical observando a projeccao da recta de cima para baixo ela e visivel antes de intersectar o cilindro , no interior ela naturalmente invisivel, e depois de sair do cilindro ela e visivel porque esta a frente do cilindro.



o

Resumo

Nesta lição voce aprendeu que

Nesta aula voce aprendeu que quando estiver a intersectar uma recta de perfil com o cilindro temos que fazer rebatimento sempre que procuramos as projeccoes de pontos que se localizam na recta de perfil.

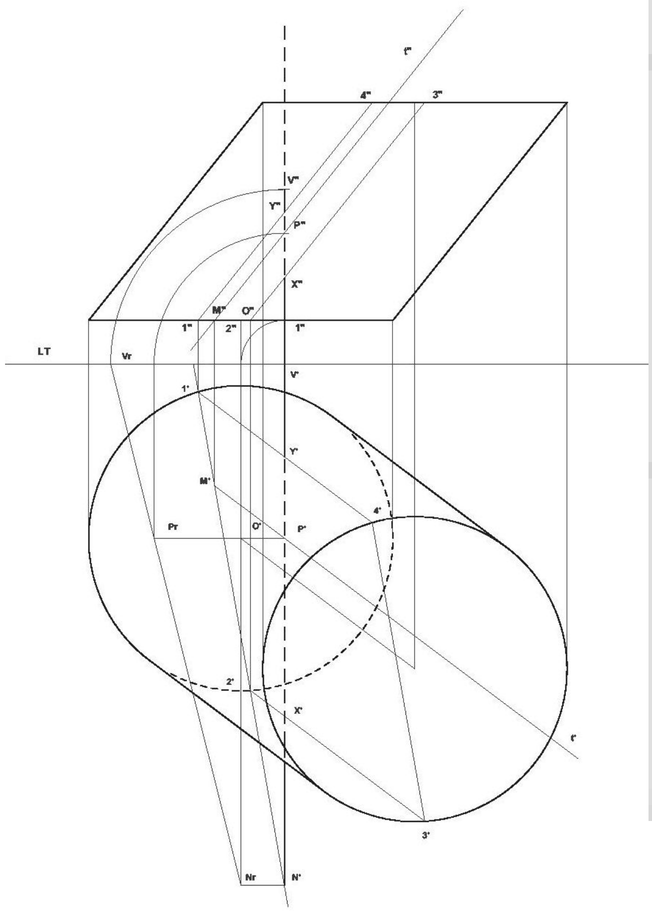
Your
logo
here

Vejamos o seguinte exercicio de interseccoa de uma recta de perfil com um cilindro.

1.Determine as projeccoes dos pontos Y e X de interseccao de uma recta de perfil s com a superficie de um cilindro obliquo, situado no IQ, de acordo com os dados abaixo apresentados.

O eixo do cilindro e o segmento obliquo OO1 .O(0;4;1) e O1(4;7;6). O raio das bases mede 3,5cm.

A reta de perfil **s** contem o ponto P (1;4;3). E o seu traco vertical é um ponto de 4cm de cota.



ão

Avaliação

Vejamos os seguintes exercicios de interseccao de uma recta de perfil com um cilindro.

1. Determine as projeccoes dos pontos Y e X de intersecção de uma recta de perfil s com a superficie de um cilindro obliquo com bases de frente , situado no IQ, de acordo com os dados abaixo apresentados.

O eixo do cilindro é o segmento obliquo OO1 .O(0;1;4) e O1(-4;6;7). O raio das bases mede 3,5cm.

A reta de perfil **s** contem o ponto P (-1;3;4). E o seu traco horizontal é um ponto de 4cm de afastamento

12

cção de uma recta com cilindro de bases de

ção

Quando temos que enfrentar um problema que nos pede para intersectar um cilindro que tem bases de perfil , encontramos dificuldades que mrecem um estudo especial .esta aula destina se a fazer esse estudo.

Ao concluir esta lição você será capaz de:

Objectivos

- descrever os passos para intersectar um recta qualquer com um cilindro que tem bases de perfil.
- Distinguir a interseccao de recta com cilindro de bases de perfil com a interseccao de recta com outro tipo de cilindro.
- Resolver correctamente um exercicio de interseccao de um cilindro de perfil com uma recta qualquer.
- Utilizar a convencao grafica adequada na resolucao de exercicio de interseccao de um cilindro de perfil com uma recta qualquer.

Enunciado do exercicio

Vejamos o seguinte exercicio de interseccao de uma recta com um cilindro com bases de perfil.

Determine as projeccoes dos pontos de interseccao de uma recta s com um cilindro de revolucao de bases de perfil, situado no IO, de acordo com as seguintes dados.

A base do cilindro de centro O(0;6;5) , mede 4cm de raio e esta contida num plano de perfil α e situa se mais a esquerda.

A altura do cilindro e igual a 7cm.

A recta s contem o ponto H(4;11;0) e o ponto P do eixo do cilindro de 2cm de abcissa

Reprentação do cilindro e da recta

1.representamos o plano de perfil e projectamos nele o ponto O, com afastamento 6 e cota 5cm, como a base do cilindro encontra se num plano de perfil , rebatemos o ponto O e construimos a circunferencia da base, fazemos a inversao do rebatimento e encontramos as projeccoes da base.

2.marcando a altura igual a 7cm nas duas projeccoes (perpendicular duma base ate a outra base)vamos encontrar as projeccoes vertical e horizontal do cilindro.

3.sabemos que a recta obliqua passa pelo ponto do eixo do cilindro de 2cm de abcissa , projectamos o ponto H e o ponto P e depois unimo los e vamos ter a recta representada.

Reprentação do plano auxiliar

Reprentado o cilindro e a recta s passemos agora a representacao das rectas que vao formar o plano auxliar.

Uma das rectas que vao formar o plano auxiliar e a recta s, dada , que juntamente com a recta r que vamos tracar a seguir vao formar o plano auxiliar.

Pelo ponto P da recta s vamos fazer passar a recta r, paralela as geratrizes do cilindro. Por causa desta condicao as projeccoes vertcal e horizontal da recta sao paralelas a LT.

Interseccao do plano auxiliar com plano da base do cilindro.

Vamos determinar a interseccao das rectas r e s , que formam o plano auxiliar com o plano da perfil onde esta assente a base do cilindro.

A recta s intersecta o traco vertical do plano de perfil no ponto M e por sua vez a recta r intersecta o plano de perfil no ponto N.ao unirmos os pontos M e N encontramos a recta r que sera util no tracado da seccao.

Rebatimento dos pontos de intersecção do plano auxiliar com plano da base do cilindro

Os primeiros pontos que pertencem a seccao sao os pontos de intersecao da recta com a circunfrencia da base do cilindro.

Porque a base do cilindro e a recta i estao situados num plano de perfil a visualizacao dos pontos de interseccao so e possivel com o seu rebatimento. Depois do rebartimento podemos observar que a recta ir intersecta a circunfrencia atraves dos pontos 1 e 2.

Obtenção da secção produzida pelo plano auxiliar

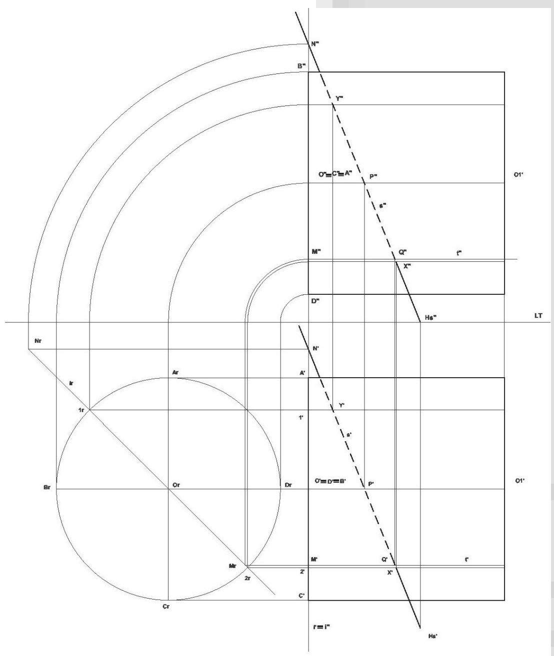
A seccao sera constituida por quatro pontos, dois dos quais sao pontos 1 e 2 que ja obtemos anteriormente.

Para obter os dois que faltam tracamos , a partir dos pontos 1 e 2 linhas paralelas as geratrizes do cilindro que ao intersectar a outra base do cilindro originam os ponto 3 e 4.

Obtenção dos pontos de intersecção

Os pontos onde o cilindro e a recta se intersectam sao obtidos nos pontos de cruzamento da seccao com a forma de quadrilatero que determinamos com a recta s dada no enuciado.

1.o rectangulo da secção mais a recta cruzam no ponto E e depois voltam a cruzar se no ponto s .estes dois pontos sao os ponto de entrada e saida da recta no cilindro.



o

Resumo

Nesta lição voce aprendeu que

Na intersecção de rectas com cilindro que tem as bases situada em planos de perfil , para obter os de intersecção da circunferencia da base do cilindro com a recta i (que resulta da intersecção do plano do plano auxiliar com o plano da base do cilindro) e necessario

O rebatimento é requerido porque dada a localização da recta i , assim como da circunferencia da base do cilindro não e possivel visualizar a interseccao sem fazer rebatimento.

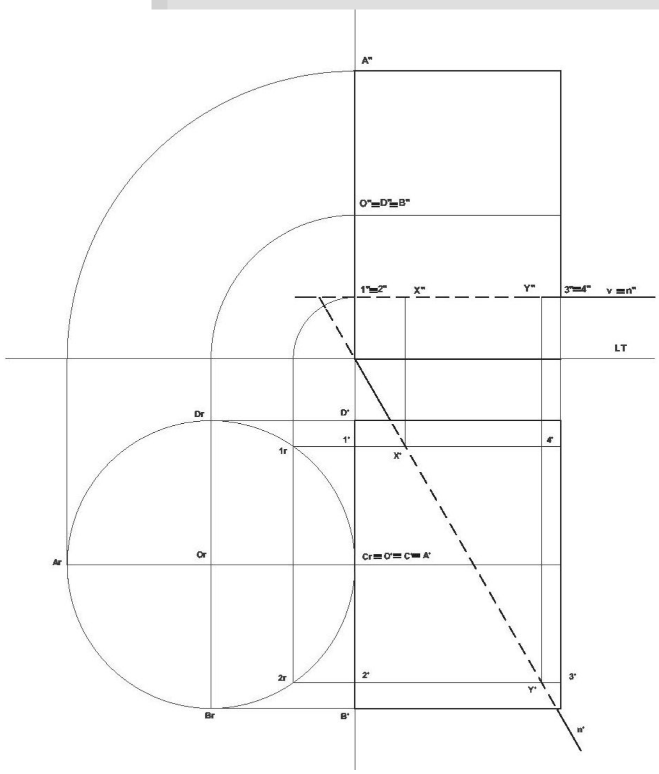
Tarefas

1.Resolva o seguinte exercicio de interseccao de uma recta s com com um cilindro de revolucao de bases de perfil obedecendo os seguintes dados.

A base do cilindro de centro O (0;5;3,5) mede 4cm de raio e esta contida num plano de perfil α, situa se mais a esquerda.

A altura do cilindro mede 5cm de comprimento

A recta de nivel tem 1,5 cm de cota, faz um angulo 60^0 com o plano vertical de projeccao (a.d) e o seu traco vertical e um ponto de abcissa nula.



Avaliação

2. .Resolva o seguinte exercicio de interseccao de uma recta s com com um cilindro de bases de perfil obedecendo os seguintes dados.

A base do cilindro de centro O (0;4,5;5) mede 3,5cm de raio e esta contida num plano de perfil α, situa se mais a direita.

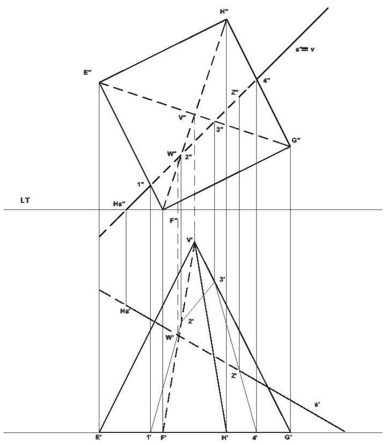
A altura do cilindro mede 5cm de comprimento

A recta s contem o ponto P(0;0;0) as suas projeccoes horizontal e vertical fazem angulos de 60^0 (a.e) .

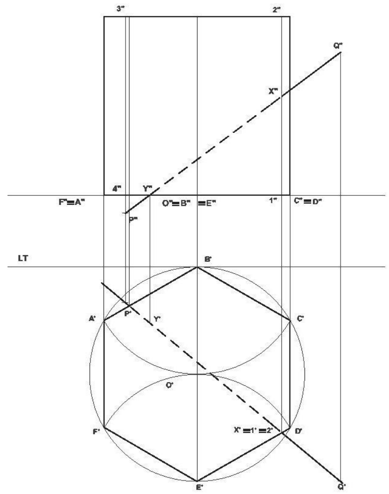
Respostas das perguntas da avaliação

Lição 2

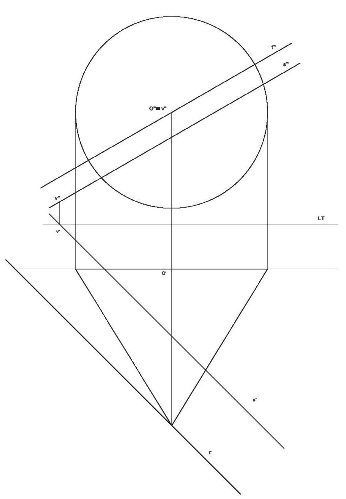
Lição 3



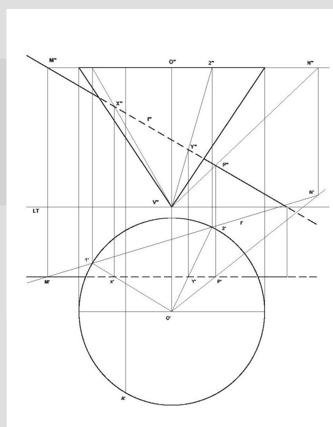
Lição 4



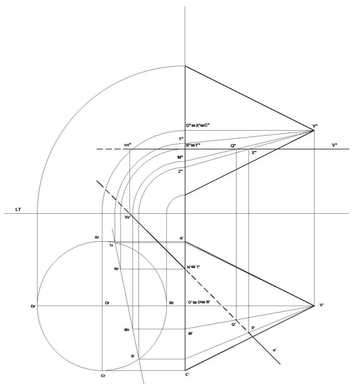
Lição 5

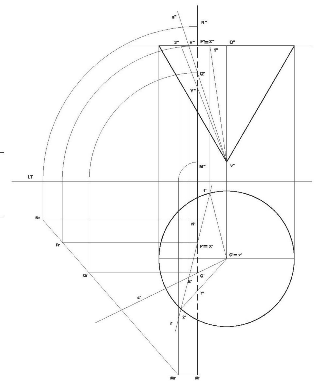


Lição 6



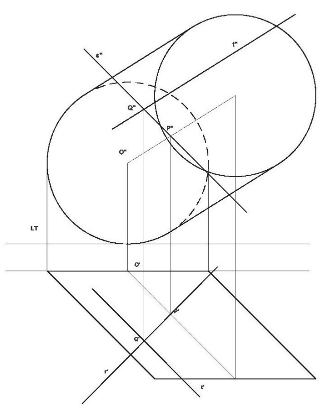
Lição 7

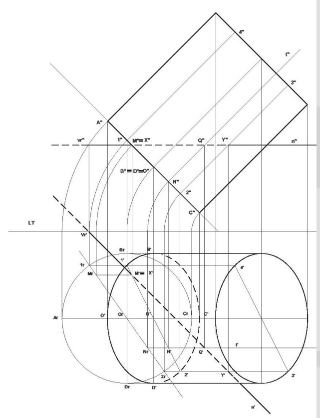




Lição 8

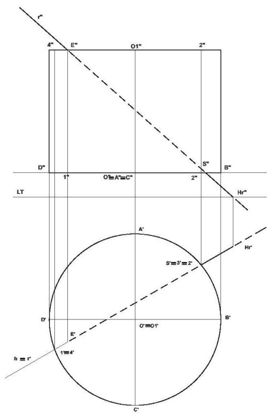
Lição 9

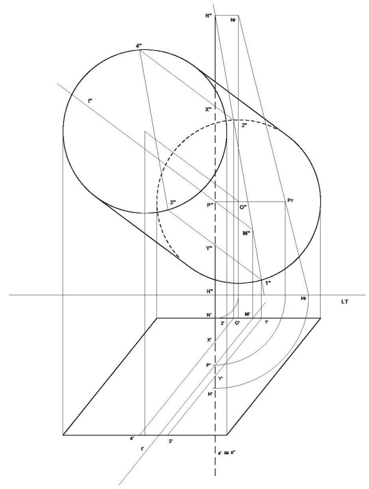




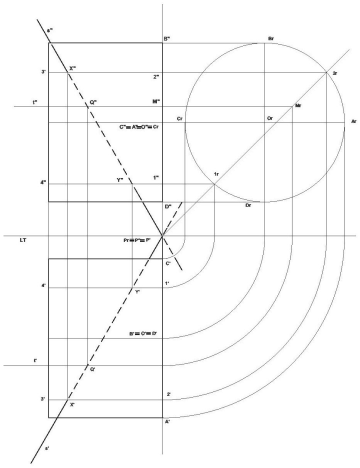
Lição 10

Lição 11





Lição 12



Teste de preparação do módulo 9

1. Determine os pontos **X** e **Y** de intersecção de uma prisma **triangular** obliquo, situada no **IQ**, com uma recta **de frente f** , de acordo com os seguintes dados:

A base pirâmide é o triângulo equilatero **[ABC]** situado num plano de frente de 2cm de afastamento;

A circunferencia circunscrita ao triangulo mede 3,5cm de raio e o seu centro tem 4cm de cota;

O ponto A tem 1.5cm de cota e a sua linha de chamada situa se à direita da linha de chamada do centro da base [ABC];

As projecções horizontal e vertcall da arestas do prisma fazem angulos iguais a 45 a.e

A altura prisma e igual 4cm

O traço horizontal da recta de frente é o ponto **H (4; 0)** cuja linha de chamada situa se 3cm à esquerda da linha de chamada do vertice mais a esquerda da base [ABC].

A projecção vertical da recta de frente faz um ângulo de 60º com a **LT (a.d)**.

2. Determine os pontos **X** e **Y** de intersecção de um cone de revolucao , situada no quadrante, com uma recta **de nivel n**, de acordo com os seguintes dados:

A base do cone mede 3cm de raio e esta assente num plano de frente de 7cm de afastamento e o seu centro tem 4cm de cota;

O vertice do cone tem 1cm de afastamento;

A recta de nivel contem o ponto **G(1,5; 3)** cuja linha de chamada dista 4cm a direita da linha de chamada do centro da base ;

A projeccao vertical da recta faz um angulo de 30^0 com a LT a.e

4.Desenhe um cilindro obliquo existente no IQ, sabendo que:

As bases do cilindro são de frente, medem 3,5cm de raio e a base de menor afastamento tem como centro o ponto O(1;5).

O eixo do cilindro e de nivel a sua projeccao horizontal faz um angulo de 45^0 graus de abertura esquerda e a altura do cilindro mede 5cm.

a)Desenhe uma recta obliqua s cujas projeccoes horizontal e vertical fazem angulos de 45^0 de abertura para direita. A recta contem o ponto M(1:2) cuja linha de chamada esta situada 1cm à esquerda da linha de chamada do centro da base de maior afastamento do cilindro.

C)Determine a interseccao do cilindro com a recta obliqua.

Correcção do teste de preparação

Pergunta 1

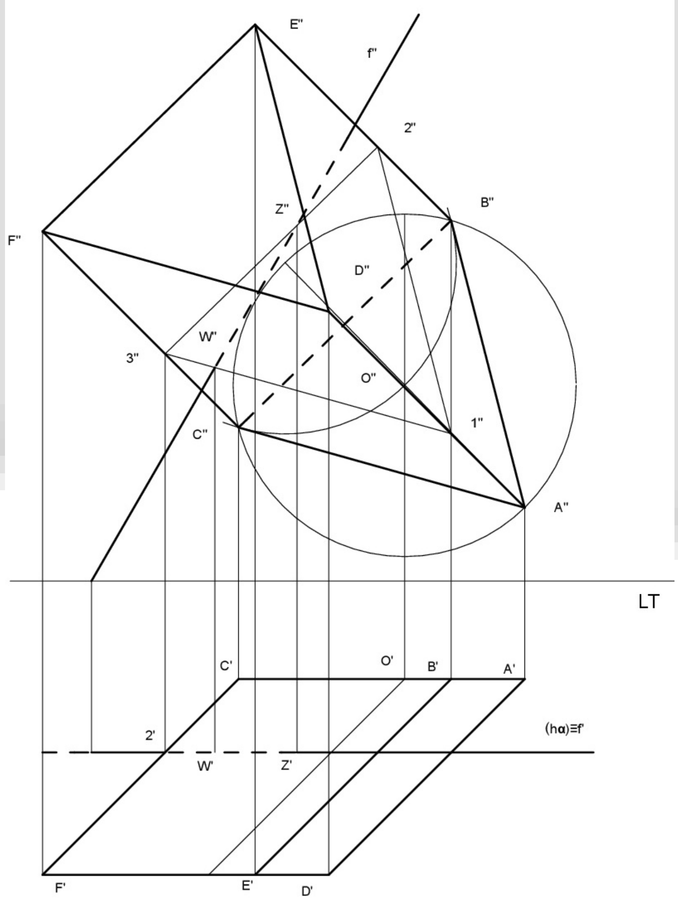
Projecções do solido 2,0

Representação da recta 1,0

Intersecção 2,5

Convenção gráfica adequada 1,0

Total 6,5



Pergunta 2

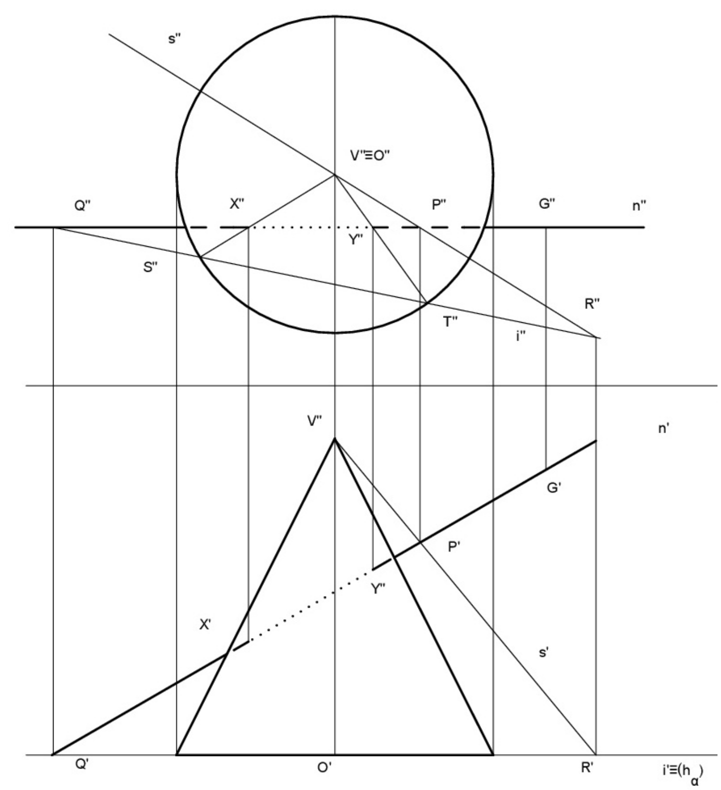
Projecções do solido 2.0

Representação da recta 1,0

Intersecção 2.5

Convenção gráfica adequada 1,0

Total 6.5



Pergunta 3

Projecções do solido 2,0

Representação da recta 1,0

Intersecção 3.0

Convenção gráfica adequada 1,0

Total 7,0