Distribuição gratuita
Venda proibida

Carlos E. Muchanga
Fabião F. Nhabique
Helena A. Simone
Jonasse L. Leitão

Matemática

Formação de Professores do Ensino Primário

AMO A VIDA

$$\angle d = \angle a + \angle b$$

REPÚBLICA DE MOÇAMBIQUE
MINISTÉRIO DA EDUCAÇÃO E DESENVOLVIMENTO HUMANO

Apoio:
JICA
Agência Japonesa de Cooperação Internacional

Ficha Técnica

Título	Manual de Matemática – Formação de Professores do Ensino Primário
Edição	Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH)
Copyright	MINEDH
Coordenação	Feliciano Mahalambe e Ismael Cassamo Nhêze
Coordenação de Autores	Fabião Finiosse Nhabique
Autores	Carlos Eugénio Muchanga (MINEDH) Helena Arnaldo Simone (MINEDH) Jonasse Luís Leitão (MINEDH)
Assessoria Técnica	Agência Japonesa de Cooperação Internacional (JICA) Universidade Pedagógica (UP)
Arranjo Gráfico	Idrisse Valter César Rubane
Impressão	Académica, Lda
Nº. de Registo	9299/RLINLD/2017

Maputo - Moçambique, 2017

Prefácio

Caros formadores e formandos

O Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano coloca nas vossas mãos o Manual de Matemática para a Formação de Professores do Ensino Primário.

Este é um instrumento de trabalho que irá orientar a vossa aprendizagem nas actividades diárias de formação e da educação dos futuros professores. Resulta de um trabalho de cooperação entre os Governos de Moçambique e do Japão, representados pelo Ministério da Educação e Desenvolvimento Humano (MINEDH) e a Agência Japonesa de Cooperação Internacional (JICA), respectivamente.

Os conteúdos abordados são dentre os mais determinantes do conhecimento programático do currículo do ensino primário e pretende-se que os formandos aprimorem o seu domínio para uma correcta interpretação dos programas escolares.

A abordagem metodológica do ensino de diferentes temas constantes deste manual deve ser vista como uma sugestão, assumindo que os formadores e os formandos devem explorar com proactividade outros procedimentos didácticos de abordagem de acordo com o contexto e com base na sua experiência ou consultando outros materiais bibliográficos.

O manual trata de conteúdos do ensino primário, procurando, por isso, garantir uma correlação entre a formação de professores do ensino primário e as exigências do seu desempenho na prática pedagógica do futuro professor.

Trata-se de um manual elaborado num contexto multidisciplinar que abrange competências profissionais de docência, a formação da cidadania planetária, a moçambicanidade, a interculturalidade e outros valores que contribuam para que o futuro professor assuma uma postura irrepreensível na sociedade.

O sucesso na utilização do manual depende, em larga medida, da vossa dedicação na interpretação correcta do que nele está preconizado. Assim, apelamos para que todos os intervenientes na área de formação de professores usem este material como instrumento de garantia de qualidade de formação e do profissionalismo dos futuros professores para o sistema educativo moçambicano.

Conceita Ernesto Xavier Sortane
Ministra da Educação e Desenvolvimento Humano

Índice

Introdução

A Matemática desempenha um papel decisivo na resolução de problemas da vida diária. Ela proporciona uma oportunidade para os formandos desenvolverem competências para aplicar o cálculo e as medidas na resolução de problemas, compreender o mundo e actuar nele de forma significativa.

É um conhecimento poderoso para a interpretação e compreensão do mundo, domínio da natureza, da técnica e construção de conhecimentos em outras áreas curriculares.
O presente Manual de Matemática para Formação de Professores do Ensino Primário é um contributo didáctico-Pedagógico para o desenvolvimento de competências em Matemática, pelos formandos ao longo dos anos de formação cumpridos, com enfoque no cálculo e geometria do ensino primário.

Espera-se que o uso deste Manual concorra para os seguintes resultados de aprendizagem:

- Desenvolver capacidades de cálculo e de resolução de problemas;
- Formar noções de orientação espacial e dos sólidos geométricos;
- Usar figuras geométricas no plano (triângulos, quadriláteros,círculos e outros polígonos) na interpretação da realidade;
- Representar, interpretar, fazer inferências e apresentar dados numéricos como base para a tomada de decisões pedagógicas;
- Estabelecer a ligação entre a Matemática, a vida e os saberes locais.

O presente Manual de Matemática para a Formação de Professores do Ensino Primário, contempla capítulos e subcapítulos que garantem a cobertura de todas as unidades temáticas prescritas nos programas das diferentes classes do ensino primário.

No final apresentam-se as soluções das actividades sugeridas nos capítulos.
O Manual é composto pelos seguintes capítulos:

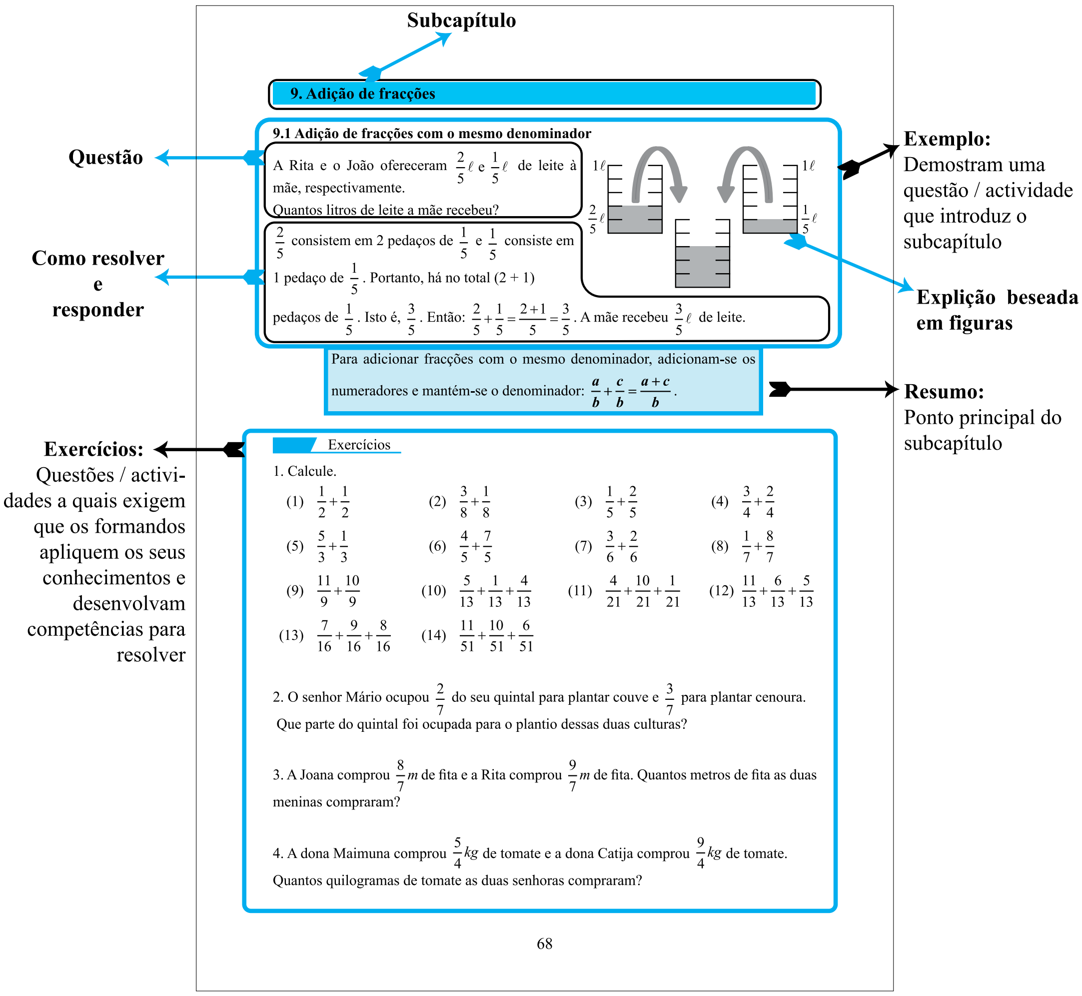
I: Conjuntos e elementos
II: Números naturais e operações
III: Divisibilidade de números naturais
IV: Fracções
V: Números decimais e operações
VI: Razões e proporções

VII: Espaço e forma
VIII: Grandezas e medidas
IX: Percentagem
X: Correspondência
XI: Tabelas e gráficos e estatística

Cada capítulo inicia por uma situação-problema cuja resolução passa pela mobilização de conhecimentos e saberes relacionados com o capítulo. Esta estratégia tem em vista o despertar de curiosidade nos formandos, levando-os a uma actividade intelectual que permitirá uma aprendizagem significativa dos conteúdos envolvidos.

Em seguida explora-se a situação-problema apresentando-a em figuras ou esquemas, sempre que possível, por forma a facilitar a sua percepção e consequente resolução.
No fim, apresenta-se um resumo que destaca o conhecimento principal do capítulo.

No final de cada subcapítulo, apresentam-se exercícios, questões e actividades que os formandos devem resolvê-los aplicando os conhecimentos adquiridos e garantir a resolução de problemas do seu quotidiano relacionado com aprendido ao longo do capítulo.



O Manual de Matemática para a Formação de Professores do Ensino Primário foi concebido de forma a ser usado pelo formando nas instituições de formação de professores, durante a sua formação e por este ainda, já na qualidade de professor, como fonte de consulta durante a preparação das suas aulas.

Durante a formação, cada formando terá à disposição um manual. No final do Curso, os formandos devolverão os manuais a instituição de formação para que, por sua vez, os conserve para os próximos formandos.

As Instituições de Formação de Professores são responsáveis por manter e gerir os manuais na biblioteca ou noutro local adequado, no qual os formandos poderão levantá-los, por empréstimo, mediante a sua solicitação.

Na impossibilidade de disponibilizar um exemplar impresso a cada formando, já professor, a instituição de formação providenciará este material em versão electrónica, sendo que cada graduado receberá, no acto da graduação, um CD contendo o Manual.

Caro formando!

Agora que já tem uma ideia geral sobre o seu Manual de Matemática, aproveite-o bem e tenha uma formação que lhe desenvolva competências profissionais de docência para o ensino primário.

Lembre-se que o Manual é propriedade da instituição de formação, por isso recomendamos o seu bom uso e conservação para que sirva para outros colegas.

Os Autores

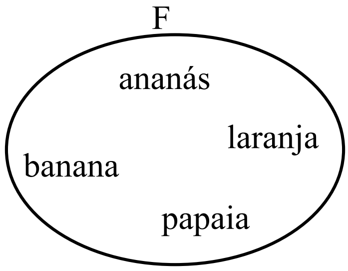
Capítulo I: Conjuntos e elementos

1. Introdução ao estudo de conjuntos

Num dado cesto há uma colecção de frutas, nomeadamente: ananás, bananas, papaias e laranjas, como a figura ao lado ilustra. A esta colecção de frutas denomina-se conjunto, ou seja, conjunto de frutas.

A uma colecção de objectos com determinada característica comum chama-se conjunto.

Um conjunto designa-se por uma letra maiúscula do alfabeto e representa-se por **chavetas** ou **diagrama de Venn**, sendo estas duas formas úteis para ilustrar o conjunto. Por exemplo, o conjunto de frutas pode ser representado por:
F = {ananás, banana, laranja, papaia} ou pelo diagrama de Venn apresentado à direita.



A cada objecto de um conjunto chama-se **elemento**.
Assim, ananás é elemento de F, diz-se que ananás pertence ao conjunto F e escreve-se ananás $\in$ F.
Manga é uma fruta mas não é elemento do conjunto F. Então, diz-se que manga não pertence ao conjunto F e escreve-se manga $\notin$ F.
O conjunto F tem 4 elementos. Então, diz-se que o cardinal do conjunto F é 4 e escreve-se #F= 4.

- Quando um elemento ***a*** pertence a um conjunto A escreve-se ***a*** $\in$ **A** e lê-se ***a*** pertence ao conjunto **A**.
- Quando um elemento ***b*** não pertence a um conjunto **A** escreve-se ***b*** $\notin$ **A** e lê-se ***b*** não pertence ao conjunto **A**.
- Ao número de elementos de um conjunto chama-se **cardinal do conjunto**, o qual representa-se pelo símbolo **#A** e lê-se cardinal do conjunto **A**.

2. Forma de definir um conjunto

Considere os conjuntos a seguir apresentados:
A = {1, 3, 5, 7, 9, 11, 13, 15, 17, 19} e B = {Números ímpares menores que 20}.
Qual é a diferença entre eles?

Facilmente, constata-se que se trata do mesmo conjunto. A diferença está apenas na definição dos mesmos: O conjunto A está definido por extensão, pois enumera-se um a um os seus elementos e o conjunto B, por sua vez, está definido por compreensão, porque se indica a propriedade comum de todos os seus elementos.

Um conjunto pode ser definido por **extensão**, quando se enumeram todos os elementos do conjunto ou por **compreensão**, quando se descreve a propriedade comum dos elementos do conjunto.

3. Conjuntos singular e vazio

Considere os conjuntos A e B:
A = {capital de Moçambique} e B = {números ímpares menores que 1}.
Definindo os conjuntos A e B por extensão, tem-se A = {Maputo} e B = { }.
O conjunto A é um **conjunto singular**, porque tem apenas um elemento e o conjunto B é um **conjunto vazio**, porque não tem elementos.

Um conjunto com apenas um elemento chama-se **conjunto singular.**
Um conjunto sem elementos chama-se **conjunto vazio** e representa-se por **{ }** ou **Ø**.

Exercícios

1. Defina os conjuntos por compreensão.

(1) A = {0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9} (2) B = {1, 3, 5, 7} (3) C = {0, 2, 4, 6, 8}
(4) D = {2, 3, 5, 7, 11} (5) E = {Setembro} (6) F = {1}

2. Defina os conjuntos por extensão.

(1) A = {dias de semana}
(2) B = {meses com 30 dias}
(3) C = {números ímpares menores que 3}
(4) D = {números naturais menores que 16}
(5) E = {divisores de 16}
(6) F = {números primos menores que 2}

3. Determine o cardinal dos conjuntos indicados nos exercícios 1 e 2.

4. Considere o conjunto D = {números primos menores que 13}. Complete, usando os símbolos $\in$ ou $\notin$.

(1) 2 … D (2) 1 … D (3) 13… D
(4) 9 … D (5) 7 … D (6) 5 … D

5. Assinale com a letra “s” os conjuntos singulares e com a letra “v” os conjuntos vazios.

(1) A = {elemento(s) neutro(s) da multiplicação} **(   )**

(2) B = {número(s) primo(s) menores que 2} **(   )**

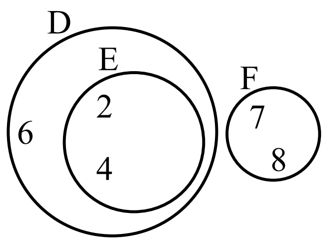
(3) C = {número(s) naturais maiores que 7 e menores que 9} **(   )**

(4) D = {elemento(s) neutro(s) da adição} **(   )**

(5) E = {meses com 27 dias} **(   )**

4. Subconjuntos

Considere os conjuntos D = {2, 4, 6}, E = {2, 4} e F = {7, 8}. Todos os elementos do conjunto E pertencem ao conjunto D. Então, diz-se que o conjunto E é subconjunto do conjunto D ou o conjunto E está contido no conjunto D e escreve-se $E \subset D$.



Inversamente, o conjunto D contém o conjunto E e escreve-se $D \supset E$.
Outros subconjuntos de D são: L = { }, K = {2}, M = {4}, O = {6}, S = {2, 6}, T = {4, 6} e R = {2, 4, 6}.
Repare que todos os elementos do conjunto D pertencem ao conjunto R e todos os elementos do conjunto R também pertencem ao conjunto D. Neste caso, diz-se que o conjunto R é igual ao conjunto D e escreve-se $R = D$.
Observe que todos os elementos do conjunto F não pertencem ao conjunto D. Então, diz-se que o conjunto F não é subconjunto do conjunto D ou o conjunto F não está contido no conjunto D e escreve-se $F \not\subset D$.
Inversamente, o conjunto D não contém o conjunto F e escreve-se $D \not\supset F$.

Sejam A e B dois conjuntos não vazios. Se todos os elementos de B pertencem ao conjunto A, então o conjunto B é **subconjunto** do conjunto A e escreve-se $\mathbf{B \subset A}$.
O conjunto vazio é subconjunto de qualquer conjunto.
Todo conjunto é subconjunto de si próprio.

Exercícios

1. Considere os conjuntos: K = {a, b}, L = {a, b, c, d}, M = {b, c, d}, N = {c} e T = {a, b}. Complete com os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\supset$, $\not\supset$ ou = .

(1) K … M   (2) N … M   (3) L … M

(4) K … T   (5) T … L   (6) K … N

2. Considere os conjuntos: $A = \{2, 4, 6\}$, $B = \{2, 4, 6, 8, 10\}$, $C = \{1, 2, 4, 6\}$, $D = \{1, 2\}$ e $E = \{2, 4, 6\}$. Complete com os símbolos $\subset$, $\not\subset$, $\supset$, $\not\supset$ ou $=$.

(1) A … C (2) C … D (3) C … B

(4) E … D (5) A … B (6) E … A

3. Encontre todos os subconjuntos dos conjuntos abaixo.

(1) $K = \{1\}$ (2) $L = \{1, 2\}$ (3) $M = \{1, 2, 3\}$

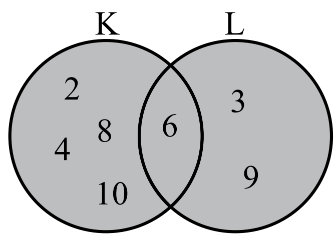
4. Encontre todos os subconjuntos dos conjuntos abaixo.

(1) $A = \{6\}$ (2) $B = \{a, b\}$ (3) $C = \{m, p, t\}$

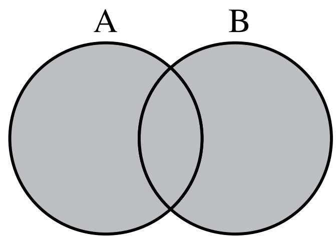
5. Operações sobre conjuntos

5.1 Reunião de dois conjuntos

Considere os conjuntos $K = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $L = \{3, 6, 9\}$. O conjunto formado por todos os elementos de K ou L, nomeadamente $\{2, 3, 4, 6, 8, 9, 10\}$, chama-se **reunião** dos conjuntos K e L. A **reunião** dos conjuntos K e L escreve-se $K \cup L$.
Observe que na reunião dos conjuntos, os elementos não se repetem.

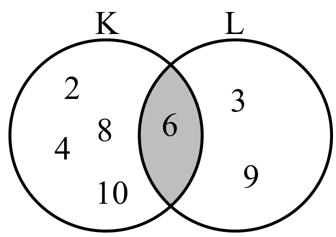


Se A e B são dois conjuntos não vazios, ao conjunto que contém todos os elementos de A ou B, chama-se **reunião** dos conjuntos A e B.
Escreve-se $\mathbf{A \cup B}$ e lê-se A reunião com B.
$\cup$ é o símbolo de reunião.

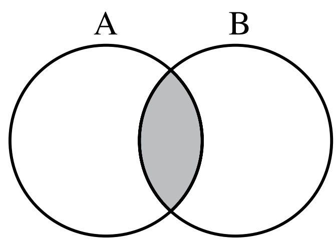


5.2 Intersecção de dois conjuntos

Considere os conjuntos $K = \{2, 4, 6, 8, 10\}$ e $L = \{3, 6, 9\}$. Ao conjunto $\{6\}$ formado pelos elementos comuns dos dois conjuntos, chama-se **intersecção dos conjuntos** K e L. Escreve-se $K \cap L = \{6\}$.

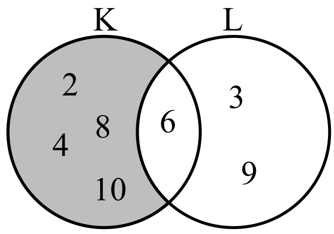


Se A e B são dois conjuntos não vazios, ao conjunto que contém todos os elementos comuns de A e B chama-se **intersecção** de A e B.
Escreve-se $\mathbf{A \cap B}$ e lê-se A intersecção com B.
$\cap$ é o símbolo de intersecção.

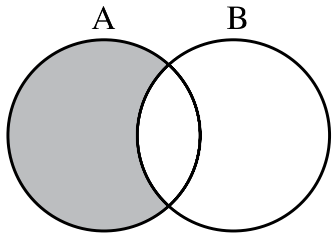


5.3 Diferença entre dois conjuntos

Considere os conjuntos K = {2, 4, 6, 8, 10} e L = {3, 6, 9}.
O conjunto de elementos que pertencem a K mas não a L, nomeadamente {2, 4, 8, 10}, chama-se **diferença** entre os conjuntos K e L. O conjunto de diferença entre K e L escreve-se **K \ L**.



Se A e B são dois conjuntos não vazios, o conjunto que contém elementos que pertencem a A, os quais não pertencem a B, chama-se **diferença** entre os conjuntos A e B.
Escreve-se **A \ B** e lê-se A menos B.
\ é o símbolo da diferença.



6. Conjunto universal

Considere os três conjuntos que se seguem, nomeadamente A, B e C:

A = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10};
B = {2, 4, 6, 8, 10};
C = {3, 6, 9}.

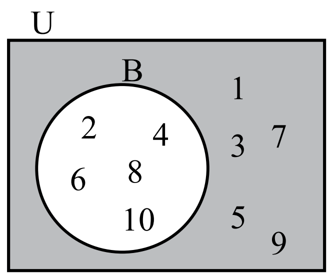
Repare que todos os elementos dos conjuntos B e C pertencem ao conjunto A. Portanto, diz-se que A é um conjunto universal. Escreve-se assim:

U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} é o conjunto universal.

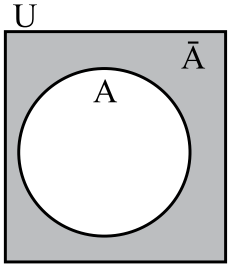
O conjunto formado por todos os elementos em consideração chama-se **conjunto universal**. Geralmente, representa-se de duas maneiras ou formas: pela letra "U" ou representa-se por um rectângulo no diagrama de Venn.

7. Complementar de um conjunto

Considere o conjunto universal U = {1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10} e o seu subconjunto B = {2, 4, 6, 8, 10}. O conjunto de elementos que pertencem a U mas não a B, nomeadamente {1, 3, 5, 7, 9}, chama-se **complementar** do conjunto B e escreve-se $\overline{\mathbf{B}}$. Simbolicamente, $\overline{B} = U \setminus B$.



O conjunto que contém elementos de U que não sejam elementos de A chama-se **complementar** do conjunto A.
Escreve-se $\bar{A}$ e lê-se complementar do conjunto A.



Exercícios

1. Dados os conjuntos: $K=\{1, 2, 3, 4\}$, $L=\{2, 5\}$ e $M=\{6\}$, determine.
(1) $K\cap L$ (2) $K\cap M$ (3) $K\cup L$ (4) $L\cup M$ (5) $K\cup M$

2. Dados os conjuntos: $A=\{a, b, c, d, e, f\}$, $B=\{a, f, h\}$ e $C=\{m, p, q, t\}$, determine.
(1) $A\cap B$ (2) $A\cap C$ (3) $A\cup B$ (4) $B\cup C$ (5) $A\cup C$

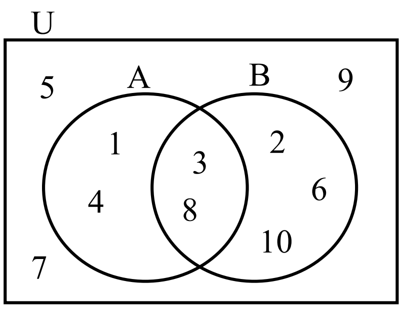
3. Dados os conjuntos: $K=\{a, b, c, d\}$, $L=\{a, c\}$ e $M=\{d\}$, encontre.
(1) $\#(K\cup L)$ (2) $\#(M\cup L)$ (3) $\#(M\cap K)$ (4) $\#(L\cap M)$ (5) $\#(K\cap L)$

4. Dados os conjuntos: $A=\{6, 7, 8, 9\}$, $B=\{8, 9, 11\}$ e $C=\{11, 13, 15, 17\}$, encontre.
(1) $\#(A\cup B)$ (2) $\#(C\cup B)$ (3) $\#(C\cap A)$
(4) $\#(B\cap C)$ (5) $\#(A\cap B)$

5. No universo $U=\{a, b, c, d, e, f\}$, considere os conjuntos: $K=\{a, b, c, d\}$, $L=\{a, b\}$ e $M=\{a\}$. Determine.
(1) $\bar{K}$ (2) $\bar{L}$ (3) $\bar{M}$
(4) $K\setminus L$ (5) $K\setminus M$ (6) $L\setminus M$

6. No universo $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8\}$, considere os conjuntos: $P=\{1, 2, 3, 4\}$, $Q=\{3, 4, 5, 6\}$ e $R=\{3, 4\}$. Determine.
(1) $\bar{P}$ (2) $\bar{Q}$ (3) $\bar{R}$
(4) $P\setminus Q$ (5) $P\setminus R$ (6) $R\setminus Q$

7. Considere o diagrama de Venn ao lado e encontre.
(1) A (2) B (3) $\bar{A}$
(4) $\bar{B}$ (5) $A\cup B$ (6) $A\cap B$
(7) $A\setminus B$ (8) $B\setminus A$ (9) U



Capítulo II: Números naturais e operações

Os números naturais surgiram como uma necessidade humana de contar e ordenar os objectos. Assim, 0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, ... são números naturais. A sequência de números naturais começa com 0 (zero) e continua com o seu sucessor 1 (um), assim por diante.

1. Decomposição de números naturais

No número 2473 tem-se:
3 é algarismo das unidades: $3 \times 1 = 3$;
7 é algarismo das dezenas: $7 \times 10 = 70$;
4 é algarismo das centenas: $4 \times 100 = 400$;
2 é algarismo das unidades de milhar: $2 \times 1000 = 2000$.
Ou seja:
$2473 = 2 \times 1000 + 4 \times 100 + 7 \times 10 + 3 \times 1$. Escrevendo na tabela de posição, obtém-se:

Milhares			Unidades		
Centenas (100000)	Dezenas (10000)	Unidades (1000)	Centenas (100)	Dezenas (10)	Unidades (1)
		2	4	7	3

A tabela mostra que no número 2473 há 2 unidades de milhar, 4 centenas, 7 dezenas e 3 unidades.

O valor de cada algarismo depende da posição em que estiver.
De posição para posição, o valor dos algarismos aumenta dez vezes, da direita para esquerda, isto é, quando o valor da unidade se torna 10, forma-se uma dezena.
10 unidades representam **uma dezena**;
10 dezenas representam **uma centena**;
10 centenas representam **um milhar**.
Seguindo-se a mesma sequência com as posições subsequentes.

Exercícios

1. Complete.

(1) 3 dezenas = ____ unidades

(2) ____ dezenas = 90 unidades

(3) 5 centenas = ____ unidades

(4) _____ centenas = 800 unidades

(5) 4 centenas = ____ dezenas

(6) 7 centenas =_____ unidades

(7) ___ centenas = ____ dezenas = 500 unidades

(8) 9 milhares = ___ centenas = ____ dezenas = _____ unidades

(9) ___ milhares = 60 centenas = ____ dezenas = 6000 unidades

2. Escreva, segundo a posição, a leitura dos seguintes números.

(1) 247 (2) 9633 (3) 7045

(4) 71625 (5) 13359 (6) 284617

3. Decomponha os seguintes números.

(1) 4692 (2) 6209 (3) 7528

(4) 71064 (5) 271953 (6) 861094

(7) 380205 (8) 900306 (9) 900006

4. Componha os números.

(1) $5000+700+30+2$ (2) $9000+600$

(3) $8000+600+2$ (4) $2000+80+6$

(5) $60000+5000+400+30+3$ (6) $80000+900+60+9$

(7) $200000+70000+400+30+5$ (8) $400000+2000+8$

2. Adição de números naturais

Nas Olimpíadas de Matemática, realizadas na Escola Secundária Josina Machel, estiveram presentes 325 alunos das escolas comunitárias e 479 alunos das escolas públicas. Quantos alunos participaram nas Olimpíadas?

Para saber o número de alunos que participaram nas Olimpíadas, adiciona-se 325 e 479 alunos na forma vertical.

$$\begin{array}{rccc} & & 1 & \\ & 3 & 2 & 5 \\ + & 4 & 7 & 9 \\ \hline & & & 4 \end{array}$$

1º Passo

Efectua-se $5+9=14$, escreve-se 4 debaixo da coluna das unidades e transporta-se 1 para adicionar com algarismos da coluna das dezenas.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 1 & \\ & 3 & 2 & 5 \\ + & 4 & 7 & 9 \\ \hline & & 0 & 4 \end{array}$$

2º Passo

Efectua-se $1+2+7=10$, escreve-se 0 debaixo da coluna das dezenas e transporta-se 1 para adicionar com algarismos da coluna das centenas.

$$\begin{array}{rccc} & 1 & 1 & \\ & 3 & 2 & 5 \\ + & 4 & 7 & 9 \\ \hline & 8 & 0 & 4 \end{array}$$

3º Passo

Efectua-se $1+3+4=8$ e escreve-se 8 na coluna das centenas.

Assim: $325 + 479 = 804$.
Nas Olimpíadas de Matemática, participaram 804 alunos.

$$\begin{array}{rccc} & 3 & 2 & 5 \\ + & 4 & 7 & 9 \\ \hline & 8 & 0 & 4 \end{array} \quad \begin{array}{l} \left.\begin{array}{l} \\ \\ \end{array}\right\} \text{parcelas} \\ \longleftarrow \text{soma} \end{array}$$

Com base no exemplo apresentado, nota-se que para adicionar os números naturais com mais de dois algarismos existem vários procedimentos. O mais usado é escrever um número de baixo do outro de modo que o algarismo das unidades, dezenas ou centenas, esteja na mesma coluna. A esta forma chama-se **forma vertical** ou **procedimento escrito.**

Na adição, inicia-se a soma da direita para esquerda, somando unidades entre si, dezenas entre si, assim sucessivamente. Se a soma é maior que 10 aplica-se **a estratégia de acréscimo** ao algarismo seguinte de acordo com a ordem e posição.

3. Subtracção de números naturais

O município da Beira recebeu 742 enxadas. Foram distribuídas 326 enxadas para os camponeses de Munhava e as restantes para os camponeses de Inhamízua. Quantas enxadas foram distribuídas em Inhamízua?

Para saber o número de enxadas distribuídas subtrai-se 326 de 742 enxadas na forma vertical:

$$\begin{array}{rccc} & & 3 & 12 \\ & 7 & \cancel{4} & 2 \\ - & 3 & 2 & 6 \\ \hline & & & 6 \end{array}$$

1º Passo

Como $2 < 6$, pede-se 1 dezena para juntar com 2 unidades formando-se 12 e, no lugar de 4 dezenas, ficam 3 dezenas, porque se tirou 1 dezena. De seguida, efectua-se $12 - 6 = 6$ e escreve-se o resultado na coluna das unidades.

$$\begin{array}{rccc} & & 3 & 12 \\ & 7 & \cancel{4} & 2 \\ - & 3 & 2 & 6 \\ \hline & & 1 & 6 \end{array}$$

2º Passo

Como $3 > 2$, efectua-se $3 - 2 = 1$ e escreve-se 1 na coluna das dezenas.

$$\begin{array}{rccc} & & 3 & 12 \\ & 7 & \cancel{4} & 2 \\ - & 3 & 2 & 6 \\ \hline & 4 & 1 & 6 \end{array}$$

3º Passo

Sendo $7 > 3$, efectua-se $7 - 3 = 4$ e escreve-se 4 na coluna das centenas.

Assim: $742 - 326 = 416$.
Em Inhamízua foram distribuídas 416 enxadas.

$$\begin{array}{rccc l} & 7 & 4 & 2 & \longleftarrow \text{aditivo ou diminuendo} \\ - & 3 & 2 & 6 & \longleftarrow \text{subtractivo ou diminuidor} \\ \hline & 4 & 1 & 6 & \longleftarrow \text{diferença ou resto} \end{array}$$

Com base no exemplo acima apresentado, nota-se que para subtrair os números naturais com mais de dois algarismos, usam-se os procedimentos similares aos de adição.

Na subtracção, se o subtractivo é menor que o aditivo aplica-se a **estratégia de empréstimo** ao algarismo da posição seguinte do aditivo, obedecendo a ordem e posição.

A adição é uma operação com significado de **juntar** ou **acrescentar** quantidades.
A subtracção é a operação inversa da adição, com significado de **tirar**, de **completar** ou de **comparar**.

Exercícios

Calcule na forma vertical.

(1) $523+21$ (2) $943+462$ (3) $5832+2476$

(4) $864-759$ (5) $906-189$ (6) $1003-82$

(7) $1402-948$ (8) $9542-7965$ (9) $9481-959$

4. Propriedades da adição

A Madina comprou 15*kg* de laranjas e 9*kg* de bananas. A Gina, por sua vez, comprou 11*kg* de bananas.

4.1 Propriedade comutativa

Quantos quilogramas de bananas as duas meninas compraram?
A quantidade de bananas que as duas meninas compraram pode ser encontrada pela adição das quantidades.

$9+11=20$ ou $11+9=20$

$$\begin{array}{r} 9\ kg \\ +\ \ 11\ kg \\ \hline 20\ kg \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11\ kg \\ +\ \ 9\ kg \\ \hline 20\ kg \end{array}$$

As duas meninas compraram 20*kg* de bananas.
Repare que em $9+11=11+9=20$; adicionou-se as parcelas em ordens diferentes mas a soma é a mesma.

Numa adição pode-se trocar a ordem das parcelas, mas a soma não se altera:
$\boldsymbol{a+b=b+a}$. Diz-se que **a adição goza da propriedade comutativa.**

4.2 Propriedade associativa

Quantos quilogramas de frutas as duas meninas compraram?
A quantidade de frutas que as duas meninas compraram pode ser encontrada pela adição das quantidades: $15+9+11$.
Ao calcular $15+9+11$, nota-se que há duas operações de adição na expressão.

1. Efectua-se primeiro a primeira adição.

$15+9+11=(15+9)+11=24+11=35$

2. Efectua-se primeiro a segunda adição.

$15+9+11=15+(9+11)=15+20=35$

As meninas compraram $35kg$ de frutas.

Repare que, quando as expressões contêm duas adições, as mesmas podem ser efectuadas em ordens diferentes, mas a soma será a mesma. Isto significa que quando se adicionam três ou mais parcelas, as mesmas podem ser agrupadas.

Numa adição de três ou mais parcelas, pode-se agrupar as parcelas de formas diferentes, mas a soma não se altera:
$(a+b)+c=a+(b+c)$. Então diz-se que a **adição goza da propriedade associativa**.

4.3 Elemento neutro

Um cesto contém 36 mangas e um outro cesto está vazio. Quantas mangas contêm os dois cestos?

A quantidade de mangas que há nos dois cestos pode ser encontrada pela adição das quantidades de mangas que cada cesto contém.

36 + 0= 36 ou 0 + 36= 36.

Os dois cestos contêm 36 mangas.

Observe que 36 + 0= 36 e 0 + 36= 36. Nesta adição, uma das parcelas é zero.

Ao efectuar-se a adição onde uma das parcelas é zero, o resultado é a outra parcela. Isto significa que zero é o **elemento neutro** da adição.

Numa adição, se uma das parcelas é zero, a soma é a outra parcela:
$a+0=a$ ou $0+a=a$, **o zero é o elemento neutro da adição**.

Ao contrário da adição, a subtracção não goza das propriedades comutativa, associativa e elemento neutro.

Exercícios

1. Indique a propriedade aplicada.

(1) 72 + 91 = 91 + 72, ______________________________.

(2) 236 + 9574 = 9574 + 236, ______________________________.

(3) 42 + 28+ 85 = 70 + 85, ______________________________.

(4) 4237 + 4263 + 1464 = 4237 + 5727, ______________________________.

(5) 0 + 1526 = 1526, ______________________________.

2. Complete os espaços em branco, aplicando as propriedades comutativa, associativa ou do elemento neutro.

(1) $73+90=\ldots+73=\ldots$

(2) $352+\ldots=862+\ldots=\ldots$

(3) $75+25+39=\ldots+39=139$

(4) $273+503+24=273+\ldots=\ldots$

(5) $98+0=\ldots$

(6) $\ldots+6387=6387$

3. Calcule, aplicando as propriedades da adição.

(1) $15+36+5$ (2) $47+25+3$ (3) $33+50+17$

(4) $53+14+17$ (5) $21+37+23$ (6) $89+26+24$

(7) $76+29+51$ (8) $83+35+25$ (9) $98+37+23$

5. Multiplicação de números naturais

1. O Mohamad ajudou a sua avó a colher batata-doce. O Mohamad encheu 6 cestos. Cada cesto pesa 8*kg*. Quantos quilogramas de batata-doce ele colheu?

O Mohamad encheu 6 cestos e cada cesto tem 8*kg*, portanto, a quantidade que ele colheu pode ser encontrada pela expressão: $8+8+8+8+8+8$, cuja soma é 48.

Portanto, o Mohamad colheu 48*kg* de batata-doce.

Conforme a expressão acima, em que se adicionam as mesmas parcelas sucessivamente, a expressão pode ser reformulada como: 6×8, onde 6 indica o número de vezes que a mesma parcela 8 é adicionada sucessivamente. A esta operação chama-se **multiplicação**.

O número 6 chama-se **multiplicador** e o número 8 chama-se **multiplicando**. O multiplicador e o multiplicando são chamados **factores**. O resultado da multiplicação chama-se **produto**.

> A multiplicação é uma operação que representa a adição sucessiva de parcelas iguais.

2. Uma caixa de bolachas tem 48 pacotes. Quantos pacotes têm 7 caixas?

O número de pacotes de bolachas pode ser encontrado pela multiplicação de 7 por 48, isto é, 7×48.

Repare que ao se efectuar a multiplicação na forma vertical, é melhor colocar o número com mais algarismos em cima.

$$\begin{array}{rrr} & 5 & \\ & 4 & 8 \\ \times & & 7 \\ \hline & & 6 \end{array}$$

1º Passo

$7\times 8=56$, escreve-se 6 debaixo da coluna das unidades e guarda-se 5 para se adicionar com o resultado da coluna das dezenas.

$$\begin{array}{r} 5 \\ 4\ 8 \\ \times\ \ \ 7 \\ \hline 3\ 3\ 6 \end{array}$$

2º Passo

De seguida, efectua-se $7 \times 4 = 28$; o 5 transportado das unidades é adicionado ao resultado: $28 + 5 = 33$ e escreve-se o resultado na coluna das dezenas.

Assim: $7 \times 48 = 336$.

7 caixas têm 336 pacotes de bolachas.

Com base no exemplo anterior, vê-se que, quando se multiplicam números naturais, nos quais o factor de baixo tem um dígito, multiplica-se primeiro o dígito das unidades, de seguida o das dezenas e assim sucessivamente, até que todos os dígitos do outro factor tenham sido multiplicados.

3. No pomar do senhor José Nguiliche, régulo do povoado de Malova, há 96 filas com 20 laranjeiras em cada uma. Quantas laranjeiras há no pomar do senhor José?

O número de laranjeiras pode ser encontrado pela multiplicação de 96 por 20, isto é 96×20.

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9\ 6 \\ \times\ \ \ 2 \\ \hline 1\ 9\ 2 \end{array}$$

Calcular 96×20 é o mesmo que multiplicar 96 por 2 e depois multiplicar o resultado por 10, porque $20 = 2 \times 10$, ou seja, $96 \times 20 = 96 \times 2 \times 10$.

O cálculo de 96×2 é apresentado à esquerda.

Assim: $96 \times 2 = 192$.

Multiplica-se, então, 192 por 10: $192 \times 10 = 1920$.

Portanto, $96 \times 20 = 1920$.

Este cálculo também pode ser efectuado da seguinte forma:

$$\begin{array}{r} 1 \\ 9\ 6\ \\ \times\ \ \ 2\ 0 \\ \hline 1\ 9\ 2\ 0 \end{array}$$

Partindo de $2 \times 6 = 12$, escreve-se 2 na coluna das dezenas e guarda-se 1 para adicionar com o resultado da coluna das dezenas.

A seguir, efectua-se $2 \times 9 = 18$, adiciona-se o 1 transportado ao resultado: $18 + 1 = 19$, escreve-se o resultado debaixo da coluna das centenas e, por fim, coloca-se 0 na coluna das unidades.

Assim: $96 \times 20 = 1920$.

No pomar do senhor José Nguiliche há 1920 laranjeiras.

Com base nos exemplos dados, vê-se que, quando se multiplicam números naturais, nos quais um dos factores é múltiplo de 10, ignora-se o 0 nas unidades, efectua-se a multiplicação e coloca-se o zero à direita do resultado.

Se um dos factores for múltiplo de 10, coloca-se um zero à direita do resultado.

Se um dos factores for múltiplo de 100, coloca-se dois zeros à direita do resultado.

Se um dos factores for múltiplo de 1000, coloca-se três zeros à direita do resultado.

4. Numa plantação de ananás, localizada no Posto Administrativo de Muchungué, existem 118 filas com 84 pés de ananás em cada uma. Quantos pés de ananás tem na plantação?

O número de pés de ananás pode ser encontrado pela multiplicação de 118 por 84, isto é, 118×84.

1º passo

Escreve-se dois números verticalmente alinhados para a direita.

$$\begin{array}{r} 1\ 1\ 8 \\ \times \quad 8\ 4 \\ \hline \end{array}$$

2º passo

Calcula-se 118×4.

Escreve-se o resultado.

$$\begin{array}{rl} 1\ 1\ 8 & \\ \times \quad 8\ 4 & \\ \hline 4\ 7\ 2 & \longleftarrow 118 \times 4 = 472 \end{array}$$

3º passo

Calcula-se 118×80.

Escreve-se o resultado.

$$\begin{array}{rl} 1\ 1\ 8 & \\ \times \quad 8\ 4 & \\ \hline 4\ 7\ 2 & \longleftarrow 118 \times 4 = 472 \\ 9\ 4\ 4\ 0 & \longleftarrow 118 \times 80 = 9440 \end{array}$$

4º passo

Adiciona-se os resultados acima.

Portanto, $118 \times 84 = 9912$.

$$\begin{array}{rl} 1\ 1\ 8 & \\ \times \quad 8\ 4 & \\ \hline 4\ 7\ 2 & \longleftarrow 118 \times 4 = 472 \\ +\ 9\ 4\ 4\ 0 & \longleftarrow 118 \times 80 = 9440 \\ \hline 9\ 9\ 1\ 2 & \end{array}$$

Assim: $118 \times 84 = 9912$.

$$\begin{array}{rl} 1\ 1\ 8 & \longleftarrow \text{factores} \\ \times \quad 8\ 4 & \longleftarrow \text{factores} \\ \hline 4\ 7\ 2 & \longleftarrow 4 \times 118 = 472 \quad \text{produtos parciais} \\ +\ 9\ 4\ 4\ 0 & \longleftarrow 80 \times 118 = 9440 \quad \text{produtos parciais} \\ \hline 9\ 9\ 1\ 2 & \longleftarrow \text{produto} \end{array}$$

Na plantação tem 9912 pés de ananás.

Com base no exemplo, vê-se que ao multiplicar números naturais cujo factor de baixo tem dois dígitos, escreve-se os números verticalmente alinhados para a direita e, então, calcula-se os produtos parciais do segundo factor (multiplicando) e adiciona-se os resultados.

> O procedimento escrito da multiplicação é similar ao da adição. Escrevem-se os dois números verticalmente alinhados à direita, calculam-se os produtos parciais e adicionam-se os resultados.

6. Divisão de números naturais

1. No dia 1 de Junho, celebra-se o dia internacional da criança. Numa escola, a comissão organizadora da festa tem 28 berlindes para distribuir a um certo número de crianças. Sabendo que cada criança deverá receber 4 berlindes, quantas crianças serão contempladas?

O número de crianças que irá receber berlindes pode ser encontrado pela expressão: $28 \div 4$.
Para encontrar o resultado de $28 \div 4$, pensa-se: Quantas vezes cabe o número 4 em 28?
$28 = 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4 + 4$; Portanto, o 4 cabe 7 vezes em 28.
Assim, o resultado $28 \div 4$ é 7 e escreve-se $28 \div 4 = 7$.
Neste caso, 7 crianças receberão berlindes.
28 é o número a ser dividido, 4 é o número pelo qual 28 é dividido e 7 é o resultado da divisão.
Ao número a ser divido chama-se **dividendo,** o número pelo qual se divide **divisor** e o resultado da divisão **quociente**.

2. Num aviário, construído por um certo beneficiário do financiamento designado "sete milhões" alocado aos distritos, recolheram-se 684 ovos num dia. Meteram-nos em embalagens de 6 ovos cada. Quantas embalagens foram usadas?
O número de embalagens pode ser encontrado dividindo 684 por 6, isto é, $684 \div 6$.
Existem várias formas para efectuar esta divisão. A forma mais simples consiste em dividir algarismo por algarismo:

1º Passo

$$\begin{array}{rrr|l} & 6 \;\; 8 \;\; 4 & & 6 \\ \cline{4-4} - & 6 & & 1 \quad \longleftarrow 6 \div 6 = 1;\ 1 \times 6 = 6 \text{ e } 6-6 = 0 \\ \cline{1-3} & 0 & & \end{array}$$

Calcula-se $6 \div 6 = 1$ e escreve-se 1 no quociente.
Multiplica-se 1 por 6 (divisor) e escreve-se o resultado de 6 debaixo de 6 (dividendo).
Subtrai-se 6 de 6 e obtém-se 0 como resto.

2º Passo

$$\begin{array}{lccc|l} & 6 & 8 & 4 & 6 \\ \cline{5-5} - & 6 & \downarrow & & 1\;1 \qquad 6 \div 6 = 1;\ 1 \times 6 = 6 \text{ e } 6-6 = 0 \\ \cline{1-4} & 0 & 8 & & \\ - & & 6 & & \qquad\quad 8 \div 6 = 1;\ 1 \times 6 = 6 \text{ e } 8-6 = 2 \\ \cline{1-4} & & 2 & & \end{array}$$

De seguida, abaixa-se o 8 e calcula-se $8 \div 6$.
Escreve-se 1 no quociente, o qual multiplica-se por 6 (divisor) e escreve-se o resultado de 6 debaixo de 8.
Subtrai-se 6 de 8 e obtém-se 2 como resto.

3º Passo

$$
\begin{array}{rrrr|lll}
 & 6 & 8 & 4 & 6 & & \\ \cline{5-7}
- & 6 & & & 1 & 1 & 4 \\ \cline{1-4}
 & 0 & 8 & & & & \\
- & & 6 & & & & \\ \cline{1-4}
 & & 2 & 4 & & & \\
 & - & 2 & 4 & & & \\ \cline{1-4}
 & & & 0 & & &
\end{array}
$$

$6 \div 6 = 1$; $1 \times 6 = 6$ e $6 - 6 = 0$

$8 \div 6 = 1$; $6 \times 1 = 6$ e $8 - 6 = 2$

$24 \div 6 = 4$; $4 \times 6 = 24$ e $24 - 24 = 0$

Por fim, abaixa-se o 4. Calcula-se $24 \div 6 = 4$. Escreve-se 4 no quociente, o qual multiplica-se por 6 e escreve-se 24 debaixo de 24.
Subtrai-se 24 de 24 e obtém-se 0 como resto.

Assim: $684 \div 6 = 114$.
Foram usadas 114 embalagens de 6 ovos cada.
Com base no exemplo, percebe-se que na divisão calcula-se primeiro a posição mais elevada do dividendo e depois envolve-se a próxima posição à direita na divisão.
A divisão só termina quando todos os algarismos do dividendo tiverem sido usados.

$$
\begin{array}{rrrr|lll}
 & \multicolumn{3}{c|}{\overbrace{6\ \ 8\ \ 4}^{\text{dividendo}}} & 6 \leftarrow \text{divisor} & & \\ \cline{5-7}
- & 6 & & & \multicolumn{3}{l}{\underbrace{1\ \ 1\ \ 4}_{\text{quociente}}} \\ \cline{1-4}
 & 0 & 8 & & & & \\
- & & 6 & & & & \\ \cline{1-4}
 & & 2 & 4 & & & \\
 & - & 2 & 4 & & & \\ \cline{1-4}
\text{resto} \rightarrow & & & 0 & & &
\end{array}
$$

3. O senhor Ussufo, um agricultor do distrito de Metangula na província de Niassa, colheu 1575*kg* de milho e colocou-o em sacos de 25*kg*. Quantos sacos foram usados no ensacamento do milho?
O número de sacos usados para ensacamento do milho pode ser encontrado pelo cálculo de $1575 \div 25$.

1º Passo

$$
\begin{array}{rrrrr|ll}
 & 1 & 5 & 7 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{6-7}
- & 1 & 5 & 0 & & 6 & \\ \cline{1-5}
 & & & 7 & & &
\end{array}
\longleftarrow 157 \div 25 = 6;\ 6 \times 25 = 150 \text{ e } 157 - 150 = 7
$$

Neste caso, $15 < 25$, então, começa-se por $157 \div 25 = 6$. Escreve-se o 6 no quociente, o qual multiplica-se por 25 (divisor) e escreve-se 150 debaixo de 157.
Subtrai-se de 150 de 157 e escreve-se 7 como o resultado.

2º Passo

$$
\begin{array}{rrrrr|ll}
 & 1 & 5 & 7 & 5 & 2 & 5 \\ \cline{6-7}
- & 1 & 5 & 0 & & 6 & 3 \\ \cline{1-5}
 & & & 7 & 5 & & \\
 & & - & 7 & 5 & & \\ \cline{3-5}
 & & & & 0 & &
\end{array}
$$

$157 \div 25 = 6$; $6 \times 25 = 150$ e $157 - 150 = 7$

$75 \div 25 = 3$; $3 \times 25 = 75$ e $75 - 75 = 0$

Baixa-se o 5.

Calcula-se $75 \div 25$ e escreve-se 3 no quociente.
Multiplica-se 3 por 25 (divisor) e escreve-se 75 debaixo de 75.
Subtrai-se 75 de 75 e obtém-se 0 como resto.
Assim: $1575 \div 25 = 63$.
Para o ensacamento do milho foram usados 63 sacos.
Com base no exemplo analisado, o divisor tem 2 algarismos e o dividendo tem 4 algarismos. Pela regra, a divisão é possível se o número formado pelo algarismo do dividendo for maior ou igual ao divisor.
Caso contrário, acrescenta-se um algarismo de modo que este seja maior ou igual ao divisor e começa-se a efectuar a divisão.
A seguir, multiplica-se o quociente obtido pelo divisor e efectua-se a subtracção do resultado pelo dividendo e obtém-se o resto parcial.
De seguida, baixa-se o próximo algarismo do dividendo para se obter um novo número, que é dividido pelo divisor. Este processo continua até que todos os algarismos do dividendo tenham sido usados.

O procedimento escrito da divisão consiste em calcular primeiro a posição mais elevada do dividendo. O resultado torna-se o primeiro algarismo do quociente. Calcula-se o resto (pela subtracção). O resto é transportado para o próximo algarismo do dividendo, formando um novo número.
O processo termina quando todos os algarismos do dividendo tiverem sido usados.

Exercícios

1. Calcule.

(1) 834×2 (2) 7653×5 (3) 258×36

(4) 6378×754 (5) $486 \div 2$ (6) $798 \div 7$

(7) $5928 \div 4$ (8) $6336 \div 64$ (9) $8755 \div 85$

2. Num armazém de materiais escolares há 248 caixas de livros da 6ª classe. Sabendo que cada caixa contém 50 livros, quantos livros da 6ª classe há no armazém?

3. Um orfanato consome 5340kg de arroz por ano. Sabendo que o consumo mensal do arroz é constante, quantos quilogramas de arroz o orfanato consome por mês?

7. Propriedades da multiplicação

7.1 Propriedade comutativa

1. Durante o Festival Nacional dos Jogos Escolares, Xai-Xai 2017, uma empresa (A) de refrigerantes ofereceu 48 caixas de refrescos de 24 garrafas cada e uma outra empresa (B) do mesmo ramo, ofereceu 24 caixas de refrescos de 48 garrafas cada. Qual das empresas ofereceu maior quantidade de refrescos, sabendo que as garrafas tem a mesma capacidade?

Empresa A:

$48\times 24=1152$

Empresa (A) ofereceu 1152 garrafas de refrescos.

Empresa B:

$24\times 48=1152$

Empresa (B) ofereceu 1152 garrafas de refrescos.

As duas empresas ofereceram a mesma quantidade de refrescos: 1152 garrafas.

Repare que em $48\times 24=24\times 48$, multiplicou-se os factores de formas diferentes e o produto foi o mesmo. Isso significa que a multiplicação goza da **propriedade comutativa**.

> Na multiplicação, pode trocar-se a ordem dos factores que o resultado não se altera.
>
> $\boldsymbol{a\times b=b\times a}$. Diz-se que **a multiplicação goza da propriedade comutativa**.

7.2 Propriedade associativa

A Madina comprou 13 caixas de camarão contendo 4 embalagens de 10*kg* cada. Quantos quilogramas de camarão a Madina comprou?

A quantidade de camarão comprado, expressa em quilogramas pode ser encontrada a partir da expressão $13\times 4\times 10$.

(1) Efectua-se a primeira multiplicação.

$$13\times 4\times 10=(13\times 4)\times 10=52\times 10=520$$

(2) Efectua-se a segunda multiplicação.

$$13\times 4\times 10=13\times (4\times 10)=13\times 40=520$$

A Madina comprou 520*kg* de camarão.

Observe que $(13\times 4)\times 10=13\times (4\times 10)$. Quando uma expressão tem duas multiplicações, as mesmas podem ser efectuadas em ordens diferentes mas o produto será o mesmo.

> Numa multiplicação de três factores, pode-se agrupar os factores de formas diferentes.
>
> $\boldsymbol{(a\times b)\times c=a\times (b\times c)}$. Diz-se que **a multiplicação goza da propriedade associativa**.

7.3 Elemento neutro

A Cíntia recebeu uma caixa com 12 lápis de cores no dia do seu aniversário. Quantos lápis de cores a Cíntia tem?

$1 \times 12 = 12$

A Cíntia recebeu 12 lápis de cores.

Observe $1 \times 12 = 12$. Nesta multiplicação, um dos factores é um (1) e, ao efectuar-se a multiplicação, o produto é outro factor. Isso mostra a existência de elemento neutro.

> Numa multiplicação, se um dos factores é 1, então, o produto é igual ao outro factor.
>
> $\mathbf{1} \times \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a}$, **1** é o elemento neutro da multiplicação.
>
> Aplicando a propriedade comutativa $\mathbf{1} \times \boldsymbol{a} = \boldsymbol{a} \times \mathbf{1}$. Portanto, $\boldsymbol{a} \times \mathbf{1} = \boldsymbol{a}$.

7.4 Elemento absorvente

Numa multiplicação, sempre que um dos factores é zero, o produto é sempre zero.

Exemplo:

$13 \times 0 = 0$

> Zero é elemento absorvente da multiplicação: $\boldsymbol{a} \times \mathbf{0} = \mathbf{0}$ ou $\mathbf{0} \times \boldsymbol{a} = \mathbf{0}$.

Exercícios

1. Indique a propriedade aplicada.

(1) $24 \times 16 = 16 \times 24$, ______________________________.

(2) $42 \times 25 \times 4 = 42 \times 100$, ______________________________.

(3) $1 \times 1526 = 1526$, ______________________________.

(4) $518 \times 0 = 0$, ______________________________.

2. Complete os espaços em branco, aplicando as propriedades comutativa, associativa, o elemento neutro ou absorvente.

(1) $36 \times \ldots = 40 \times \ldots = \ldots$ (2) $79 \times \ldots = 862 \times \ldots = \ldots$

(3) $8 \times 7 \times 5 = \ldots \times 7 = \ldots$ (4) $13 \times 25 \times 80 = 13 \times \ldots = \ldots$

(5) $518 \times \ldots = 0$ (6) $6387 \times \ldots = 6387$

3. Calcule, aplicando as propriedades da multiplicação.

(1) $9 \times 5 \times 6$ (2) $2 \times 11 \times 5$ (3) $6 \times 18 \times 15$

(4) $12 \times 5 \times 8$ (5) $15 \times 32 \times 4$ (6) $31 \times 4 \times 75$

(7) $80 \times 76 \times 25$ (8) $83 \times 4 \times 25$ (9) $60 \times 6 \times 45$

8. Propriedade distributiva da multiplicação

8.1 Em relação à adição

O senhor Napualo comprou cadernos para os filhos a 125 MT cada. 8 cadernos são para o mais velho e 7 são para o mais novo. Quanto é que o senhor Napualo pagou pelos cadernos?
Para saber o valor que o senhor Napualo pagou, pode-se calcular de duas formas:

1ª Forma
$(8+7)$ é o número total de cadernos e 125 MT é o custo de cada caderno, assim:
$125\times(8+7)=125\times15=1875$ MT.

2ª Forma
(125×8) é o valor pago pela compra de cadernos para o filho mais velho e (125×7) corresponde ao valor pago pela compra de cadernos para o mais novo, assim:
$(125\times8)+(125\times7)=1000+875=1875$ MT.
O senhor Napualo pagou 1875 MT pela compra de cadernos destinados aos seus dois filhos.
Analisando as duas formas de cálculo, nota-se que: $125\times(8+7)=(125\times8)+(125\times7)$.
Como a multiplicação tem prioridade em relação à adição, pode-se substituir a igualdade da seguinte forma: $125\times(8+7)=125\times8+125\times7$, ou seja, a multiplicação é distributiva em relação à adição.

O produto de um número por uma soma é igual à soma dos produtos de cada uma das parcelas por esse número.
$\boldsymbol{a\times(b+c)=a\times b+a\times c}$. Diz-se que **a multiplicação goza da propriedade distributiva em relação à adição**.

8.2 Em relação à subtracção

A senhora Sarita comprou 11 embalagens de doces a 25 MT por embalagem. Ofereceu 6 embalagens de doces a irmã para revender. Quanto custaram as embalagens que ficaram com a senhora Sarita?
Para saber o custo das embalagens que ficaram com a Dona Sarita, pode-se calcular de duas formas:
1ª Forma
$(11-6)$ é o número de embalagens que ficaram com a senhora Sarita e 25 MT o custo de cada embalagem, assim: $25\times(11-6)=25\times5=125$ MT.

2ª Forma
11 é o número de embalagens que a senhora Sarita comprou e 6 número de embalagens oferecidas, assim: $(25\times11)-(25\times6)=275-150=125$ MT.
As embalagens que ficaram com a senhora Sarita custaram 125 MT.
Analisando as duas formas de cálculo, nota-se que $25\times(11-6)=(25\times11)-(25\times6)$.

Como a multiplicação tem prioridade em relação à subtracção, pode-se substituir a igualdade da seguinte forma: $25 \times (11 - 6) = 25 \times 11 - 25 \times 6$, ou seja, a multiplicação é distributiva em relação à subtracção.

O produto de uma diferença por um número é igual à diferença dos produtos do aditivo e do subtractivo por esse número $\boldsymbol{a \times (b - c) = a \times b - a \times c}$
Diz-se que **a multiplicação goza da propriedade distributiva em relação à subtracção**.

8.3 Propriedade distributiva da divisão em relação à adição e à subtracção

1. Num mês, a senhora Safira deu 12 pares de botas a 6 trabalhadores. Noutro mês, ela deu 18 pares de botas aos mesmos 6 trabalhadores. Quantos pares de botas é que recebeu cada trabalhador?

O número de pares de botas que cada trabalhador recebeu pode-se calcular de duas formas:

1ª Forma
$(12 + 18)$ é o número de pares de botas distribuídas e 6 é o número de trabalhadores.
Assim: $(12 + 18) \div 6 = 30 \div 6 = 5$.

2ª Forma
$(12 \div 6)$ é o número de pares de botas que cada trabalhador recebeu no primeiro mês.
$(18 \div 6)$ é o número de pares de botas que cada trabalhador recebeu no segundo mês.
$(12 \div 6) + (18 \div 6)$ é o número total de pares de botas que cada trabalhador recebeu. Assim, $(12 + 18) \div 6 = 12 \div 6 + 18 \div 6 = 2 + 3 = 5$.
Cada trabalhador recebeu 5 pares de botas.
Analisando as duas formas de cálculo, nota-se que $(12 + 18) \div 6 = (12 \div 6) + (18 \div 6)$.
Como a divisão tem prioridade em relação à adição, pode-se substituir a igualdade da seguinte forma: $(12 + 18) \div 6 = 12 \div 6 + 18 \div 6$, ou seja, a divisão é distributiva em relação à adição.

A divisão é distributiva em relação à adição quando **a soma é dividendo.**
$\boldsymbol{(a + b) \div c = a \div c + b \div c}$. Diz-se que **a divisão goza da propriedade distributiva em relação à adição**.

2. O Paulo ofereceu 21 MT ao primo dos 56 MT que ele tinha. Eles pretendem comprar canetas. Sabendo que cada caneta custa 7 MT, quantas canetas o Paulo poderá comprar?
$(56 - 21) \div 7 = 56 \div 7 - 21 \div 7 = 8 - 3 = 5$
O Paulo poderá comprar 5 canetas.

A divisão é distributiva em relação à subtracção quando **a diferença é dividendo.**

$(a-b)\div c = a\div c - b\div c$. Diz-se que **a divisão goza da propriedade distributiva em relação à subtracção**.

Nota: A divisão é distributiva em relação à adição ou à subtracção, quando **a soma ou a diferença é dividendo**.

Exercícios

1. Indique a propriedade aplicada.

(1) $24\times(12+5)=24\times12+24\times5$, ______________________________.

(2) $(35-19)\times8=35\times8-152$, ______________________________.

(3) $(176-64)\div8=22-64\div8$, ______________________________.

(4) $(270+135)\div45=6+3$, ______________________________.

2. Complete os espaços em branco, aplicando a propriedade distributiva.

(1) $15\times(...+...)=...\times3+...\times6=...$

(2) $8\times(6+4)=...\times6+8\times...=...$

(3) $(14-8)\times...=14\times5-8\times...=...$

(4) $(...+75)\div25=125\div...+...\div25=$

(5) $(72-18)\div...=...\div9-...\div9=...$

(6) $(864-...)\div32=...\div32-96\div...=...$

3. Calcule, aplicando a propriedade distributiva.

(1) $8\times(7+3)$

(2) $13\times(9+7)$

(3) $70\times(17-12)$

(4) $(35+91)\div7$

(5) $(65-45)\div5$

(6) $(48-12)\div6$

9. Expressões numéricas envolvendo as quatro operações e parênteses

1. Considere as seguintes expressões.

(1) $17+9-11$ (2) $28-15+32$ (3) $14\times8\div28$ (4) $87\div3\times6$

Elas são calculadas conforme os exemplos apresentados abaixo.

(1) $17+9-11=26-11=15$

(2) $28-15+32=13+32=45$

(3) $14\times8\div28=112\div28=4$

(4) $87\div3\times6=29\times6=174$

As expressões (1) e (2) contêm apenas adição e subtracção e as expressões (3) e (4) contêm apenas multiplicação e divisão. Nesta situação, calcula-se a expressão da esquerda para a direita, seguindo a ordem em que elas aparecem.

2. Considere as seguintes expressões.

(1) $17+9\times3-4$ (2) $52+16\div8-35$ (3) $62+48\div4-6\times7$

Segundo a prioridade de cálculo, as quatro operações estão separadas em dois grupos:

1. Multiplicação e Divisão
2. Adição e Subtracção

Cada uma das três expressões acima contém operações de ambos grupos.

Quando uma expressão contém operações de ambos grupos, calcula-se:

1. A multiplicação e a divisão da esquerda para a direita;
2. A adição e a subtracção da esquerda para a direita.

Assim, a seguir se apresenta o cálculo das expressões dos exemplos anteriores:

(1)
$$\begin{aligned}&17+9\times3-4\\&=17+27-4\\&=44-4\\&=40\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&52+16\div8-35\\&=52+2-35\\&=54-35\\&=19\end{aligned}$$

(3)
$$\begin{aligned}&62+48\div4-6\times7\\&=62+12-42\\&=74-42\\&=32\end{aligned}$$

3. Considere as seguintes expressões.

(1) $9+36\div(18-3\times4)$ (2) $9\times8+\left[19\div(6\times3+5-4)\right]-38$

Numa expressão numérica com parêntesis rectos ou curvos, calcula-se primeiro o que está dentro de parêntesis curvos, de seguida, o que está dentro de parêntesis rectos transformando-os em curvos, obedecendo as prioridades das operações referidas na secção anterior.

Pode-se calcular, assim, as expressões apresentadas como exemplos.

(1)
$$\begin{aligned}&9+36\div(18-3\times4)\\&=9+36\div(18-12)\\&=9+36\div6\\&=9+6\\&=15\end{aligned}$$

(2)
$$\begin{aligned}&9\times8+\left[19\div(6\times3+5-4)\right]-38\\&=72+\left[19\div(18+5-4)\right]-38\\&=72+\left[19\div(23-4)\right]-38\\&=72+(19\div19)-38\\&=72+1-38\\&=73-38\\&=35\end{aligned}$$

Na resolução de expressões numéricas com parêntesis rectos ou curvos, obedece-se a seguinte ordem das operações:

1. Resolve-se o que está dentro de parêntesis, começando pelos curvos;
2. Resolve-se a multiplicação e a divisão;
3. Resolve-se a adição e a subtracção.

Exercícios

Calcule.

(1) $14+15\div5+3$ (2) $11-4+3\times7$ (3) $9+12\times5-17$

(4) $8+24\div6-5$ (5) $20-5\times9\div3$ (6) $6+56\div8\times2$

(7) $98-6\times(8+7)$ (8) $88-33\div(9+2)$ (9) $(18+3)\times(41-36\div4)$

(10) $15+[6\times 3-(12\div 6+8)]$ (11) $[12+5\times(48\div 6-5)]-21$ (12) $69-[27+(67-42)]$

10. Potenciação

10.1 Potências de base natural

$2\times 2\times 2\times 2=16$ e $3\times 3\times 3\times 3\times 3=243$ representam produtos de factores iguais, isto é, o factor 2 foi multiplicado repetidamente 4 vezes e o factor 3 foi multiplicado repetidamente 5 vezes.

O produto de factores iguais pode ser representado na forma:

$2\times 2\times 2\times 2=2^4$ e $3\times 3\times 3\times 3\times 3=3^5$

2^4 e 3^5 representam uma operação chamada **potenciação** ou **potência.**

Numa potência, o factor que se repete é chamado de **base**, o número que indica quantas vezes o factor se repete é chamado de **expoente**.

$$\underbrace{2\times 2\times 2\times 2}_{\text{4 vezes}}=2^4 \longleftarrow \text{potência}$$

base → 2^4 ← expoente

$$\underbrace{3\times 3\times 3\times 3\times 3}_{\text{5 vezes}}=3^5 \longleftarrow \text{potência}$$

base → 3^5 ← expoente

Potência é todo o número na forma $\boldsymbol{a^n}$, com $\boldsymbol{a\neq 0}$.

A potência representa um produto de factores iguais: $\boldsymbol{a^n}=\underbrace{\boldsymbol{a\times a\times \ldots\times a}}_{n\ vezes}$.

$\boldsymbol{a}$ é a base da potência e $\boldsymbol{n}$ é o expoente.

Uma potência com expoente 1 é igual à base $\boldsymbol{a^1=a}$.

10.2 Leitura de potências

A leitura das potências pode ser feita da seguinte forma.

Primeira leitura:

Lê-se a **base**, seguida da expressão "**elevado a**" e depois o **expoente.**

Exemplos:

2^1: Lê-se "dois elevado a um".

9^6: Lê-se "nove elevado a seis".

Segunda leitura:

Lê-se a **base** e a seguir **o expoente**:

Expoente	2	3	4	5	6	...
Lê-se	ao quadrado	ao cubo	à quarta	à quinta	à sexta	...

Exemplos:

$4 \times 4 = 4^2$: Lê-se "quatro ao quadrado".

$5 \times 5 \times 5 = 5^3$: Lê-se "cinco ao cubo".

10.3 Adição e subtracção de potências

Exemplos:

$3^4 + 2^3$ e $5^3 - 9^2$

Para calcular $3^4 + 2^3$ e $5^3 - 9^2$ determina-se o valor de cada potência e calcula-se.

$3^4 + 2^3 = 3 \times 3 \times 3 \times 3 + 2 \times 2 \times 2 = 81 + 8 = 89$.

$5^3 - 9^2 = 5 \times 5 \times 5 - 9 \times 9 = 125 - 81 = 44$.

Ao adicionar ou subtrair potências, calcula-se o valor de cada potência e, em seguida, calcula-se a adição ou subtracção.
$\boldsymbol{a^m \pm b^n = \underbrace{(a \times a \times \ldots \times a)}_{m\ vezes} \pm \underbrace{(b \times b \times \ldots \times b)}_{n\ vezes}}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$ são números naturais.

10.4 Multiplicação e divisão de potências

1. Multiplicação de potências com a mesma base: $2^3 \times 2^4$

$2^3 = 2 \times 2 \times 2$ e $2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2$.

Então, $2^3 \times 2^4 = 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 \times 2 = 2^7$.

Ao analisar esta igualdade, o expoente 7 provém de $3 + 4$.

Na multiplicação de potências com a mesma base e expoentes diferentes, mantém-se a base e adicionam-se os expoentes. $\boldsymbol{a^m \times a^n = a^{m+n}}$, $\boldsymbol{m}$, $\boldsymbol{n}$ são números naturais.

2. Multiplicação de potências com o mesmo expoente: $4^2 \times 3^2$

$4^2 = 4 \times 4$ e $3^2 = 3 \times 3$;

Então, $4^2 \times 3^2 = 4 \times 4 \times 3 \times 3 = 4 \times 3 \times 4 \times 3 = (4 \times 3) \times (4 \times 3) = (4 \times 3)^2$

Ao analisar esta igualdade, nota-se que se mantém o 2 como expoente e multiplicam-se as bases 4 e 3.

Na multiplicação de potências com o mesmo expoente e bases diferentes, mantém-se o expoente e multiplicam-se as bases. $\boldsymbol{a^n \times b^n = (a \times b)^n}$ $\boldsymbol{n}$ é número natural.

3. Divisão de potências com a mesma base: $6^5 \div 6^3$

$$6^5 \div 6^3 = \frac{6^5}{6^3} = \frac{6 \times 6 \times 6 \times 6 \times 6}{6 \times 6 \times 6} = 6 \times 6 = 6^2.$$

Ao analisar esta divisão, nota-se que o expoente 2 provém de $5 - 3$.

Na divisão de potências com a mesma base e expoentes diferentes, matém-se a base e subtraem-se os expoentes do divisor e do dividendo. $a^m \div a^n = a^{m-n}$, m, n são números naturais e a é diferente de zero, e a diferente de um.

4. Divisão de potências com o mesmo expoente: $6^3 \div 3^3$

$$6^3 \div 3^3 = \frac{6^3}{3^3} = \frac{6\times6\times6}{3\times3\times3} = \frac{6}{3}\times\frac{6}{3}\times\frac{6}{3} = \left(\frac{6}{3}\right)^3 = \left(6\div3\right)^3$$

Ao analisar esta igualdade, nota-se que se mantém o expoente 3 e dividem-se as bases.

Na divisão de potências com o mesmo expoente e bases diferentes, mantém-se o expoente e dividem-se as bases: $a^n \div b^n = (a \div b)^n$, n é número natural.

Exercícios

1. Escreva na forma de potência e leia as potências.

(1) 5×5
(2) $6\times6\times6$
(3) $10\times10\times10\times10$
(4) $7\times7\times7\times7\times7$
(5) $4\times4\times4\times4\times4\times4\times4$
(6) $3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3\times3$
(7) $2\times2\times2\times2\times2\times2\times2\times2$
(8) $10\times10\times10\times10\times10\times10$

2. Calcule o valor de cada potência.

(1) 4^3
(2) 8^3
(3) 9^2
(4) 13^2
(5) 2^5
(6) 5^4
(7) 3^6
(8) 10^7
(9) 10^9

3. Calcule o valor das seguintes expressões.

(1) 3^6+2^4
(2) 7^3-12^2
(3) 10^3+8^3
(4) 11^3-9^3
(5) $3^4\times4^2$
(6) $4^3\times4^2$
(7) $18+2^4-3^3$
(8) $9^7\div9^5$
(9) $11\times3^2+7-6^2$
(10) $2^5-\left(3^4-9^2\right)-3^3$
(11) $3^4-\left(2^5-2^4\right)-3^3$
(12) $10^3\div5^3\times3^2-1^5\times2^5$

Capítulo III: Divisibilidade de números naturais

1. Noção de múltiplos de um número

O centro infantil 16 de Junho, localizado na cidade de Pemba, deseja oferecer brinquedos a 72 crianças na festa de comemoração do dia da "Criança Africana". Se cada embalagem tiver 12 brinquedos, quantas embalagens é preciso comprar, de modo a que cada criança receba 1 brinquedo?

A relação entre o número de embalagens e o número de brinquedos pode ser apresentada na seguinte tabela.

Nº de embalagens	1	2	3	4	5	6	7
Nº de brinquedos	12	24	36	48	60	72	84

$12 \times 1 = 12$, $12 \times 2 = 24$, $12 \times 3 = 36$, $12 \times 4 = 48$, $12 \times 5 = 60$, $12 \times 6 = 72, \ldots$

Para que cada criança receba 1 brinquedo, é preciso comprar 6 embalagens de 12 brinquedos.

Os números 12, 24, 36, 48, 60, 72,… são múltiplos de 12.

> O número obtido ao multiplicar um número por um número natural qualquer chama-se **múltiplo** do mesmo número.
> O múltiplo de um número $\boldsymbol{a}$ obtém-se por $\boldsymbol{a} \times$ número natural.

Nota que 0 (zero) não é considerado como menor múltiplo na determinação de menor múltiplo de um número.

Exercícios

1. Determine os sete primeiros múltiplos de cada um dos seguintes números.

(1) 3 (2) 4 (3) 6 (4) 8

(5) 9 (6) 11 (7) 12 (8) 15

2. Determine.

(1) Os múltiplos de 5 menores que 50.
(2) Os múltiplos de 6 que estão entre 12 e 72.
(3) Os múltiplos de 7 menores que 70.
(4) Os múltiplos de 8 que estão entre 16 e 88.
(5) Os múltiplos de 9 que estão entre 18 e 108.

3. Verifique se as afirmações abaixo são verdadeiras ou falsas. Justifique a sua resposta.

(1) 64 é múltiplo de 4.
(2) 71 é múltiplo de 7.
(3) 93 é múltiplo de 31.

2. Múltiplos comuns de dois ou mais números

2.1 Múltiplo comum

A Júlia, técnica responsável pela área de Creches no serviço distrital de educação, juventude e tecnologia de Nangade, na província de Cabo Delgado, tem duas caixas com o mesmo número de brinquedos. Ela agrupou os brinquedos de uma das caixas em pacotes de 5 brinquedos e os brinquedos da outra caixa em pacotes de 4 brinquedos. Sabendo que não houve resto em nenhuma das caixas, quantos brinquedos continha cada uma das caixas?

O número de brinquedos é múltiplo de 4 e 5 simultaneamente. Portanto, o número de brinquedos que satisfaz estas condições pode ser encontrado pela determinação dos múltiplos de 4 e 5:

Múltiplos de 4: 4, 8, 12, 16, 20, 24, 28, 32, 36, 40, 44, 48, 52, 56, 60, 64,...
Múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50, 55, 60, 65,...

Os números 20, 40, 60,... são múltiplos de 4 e 5, simultaneamente. Portanto, o número de brinquedos que satisfaz a condição pode ser 20, 40, 60,... Eles chamam-se múltiplos comuns de 4 e 5.

Se ***m*** é múltiplo de ***a*** e também múltiplo de ***b**,* diz-se que o número ***m*** é múltiplo comum dos números ***a*** e ***b***.
Sejam ***a*** e ***b*** dois números naturais: Para encontrar os múltiplos comuns de ***a*** e ***b***, primeiro escreve-se os múltiplos de cada um, sendo os números que são múltiplos dos dois números, simultaneamente, múltiplos comuns.

2.2 Mínimo múltiplo comum

Tendo em conta o exemplo anterior, o menor destes múltiplos comuns é o número 20. Este número chama-se **mínimo múltiplo comum.**

<u>Como encontrar o mínimo múltiplo comum de 6 e 9</u>?
9 é maior do que 6. Considera-se os múltiplos de 9.
O mínimo múltiplo de 9 é o próprio 9, mas 9 não é divisível por 6.
O próximo múltiplo de 9 é 18, e 18 é divisível por 6. Assim, 18 é o mínimo múltiplo comum de 6 e 9 e escreve-se $m.m.c.(6,\ 9) = 18$.

Ao menor múltiplo comum de dois números, ***a*** e ***b***, chama-se **mínimo múltiplo comum** e indica-se por ***m.m.c.*(*a, b*)**.
Para encontrar o mínimo múltiplo comum de dois números, ***a*** e ***b***:

1. Supondo que $\boldsymbol{a} < \boldsymbol{b}$, verifique se ***b*** é divisível por ***a***. Se a resposta for sim, então ***b*** é menor múltiplo comum de ***a*** e ***b***. E se a resposta for não, avance para o segundo passo.

2. Verifique se $2 \times b$ é divisível por a. Se a resposta for sim, então $2 \times b$ é menor múltiplo comum de a e b. E se a resposta for não, avance para o próximo múltiplo de b, o qual é $3 \times b$.

Segue-se o mesmo processo até encontrar o mínimo múltiplo comum.

Exercícios

1. Determine os três primeiros múltiplos comuns dos seguintes números.

(1) 2 e 4 (2) 3 e 6 (3) 4 e 7 (4) 5 e 8

(5) 6 e 9 (6) 7 e 10 (7) 4, 6 e 9 (8) 4, 7 e 14

2. Determine o mínimo múltiplo comum (*m.m.c.*) dos seguintes números.

(1) 2 e 3 (2) 4 e 6 (3) 5 e 9 (4) 7 e 14

(5) 6 e 10 (6) 4, 6 e 8 (7) 2, 3 e 7 (8) 4, 7 e 14

3. Noção de divisor de um número

Considere as divisões.

$8 \div 1 = 8$, resto 0 $8 \div 2 = 4$, resto 0 $8 \div 3 = 2$, resto 2 $8 \div 4 = 2$, resto 0

$8 \div 5 = 1$, resto 3 $8 \div 6 = 1$, resto 2 $8 \div 7 = 1$, resto 1 $8 \div 8 = 1$, resto 0

8 pode ser dividido por 1, 2, 4 e 8. Portanto, diz-se que 1, 2, 4 e 8 são divisores de 8.
3, 5 e 6 não são divisores de 8.

Se o número n é exactamente divisível por um número a, então o número a chama-se divisor do número n.
Qualquer número natural é divisor de si próprio.
1 é divisor de qualquer número natural.

Exercícios

1. Determine os divisores de:

(1) 10 (2) 27 (3) 54 (4) 72

(5) 84 (6) 98 (7) 112 (8) 125

2. Verifique se as afirmações são verdadeiras ou falsas. Justifique a sua resposta.

(1) 3 é divisor de 18 (2) 4 é divisor de 21

(3) 7 é divisor de 63 (4) 9 é divisor de 98

(5) 8 é divisor de 96 (6) 5 é divisor de 105

4. Divisores comuns de dois ou mais números

4.1 Divisor comum

A professora Carlota dá aulas a uma turma da 5ª classe com 16 rapazes e 24 raparigas. Ela pretende formar grupos, cada um dos quais deverá ter o mesmo número de rapazes e o mesmo número de raparigas. Quantos grupos ela poderá formar?
O número de grupos que ela pretende formar deve ser divisível por 16 e 24, simultaneamente. Portanto, o número de grupos que satisfaz estas condições pode ser encontrado pela determinação dos divisores de 16 e 24:

Divisores de 16: 1, 2, 4, 8, 16.

Divisores de 24: 1, 2, 3, 4, 6, 8, 12, 24.

Os números 1, 2, 4 e 8 são divisores de 16 e 24, simultaneamente. Eles chamam-se divisores comuns de 16 e 24.
Assim, a professora poderá formar 1, 2, 4 ou 8 grupos.

> Diz-se que um número ***d*** é divisor comum de outros dois números naturais ***a*** e ***b,*** se ***d*** divide ***a*** e ***b*** simultaneamente.
> Sejam ***a*** e ***b*** dois números naturais: Para encontrar os divisores comuns de ***a*** e ***b,*** primeiro escreve-se os divisores de cada um, sendo os números que são divisores dos dois números, simultaneamente, divisores comuns.

4.2 Máximo divisor comum

Tendo em conta o exemplo anterior, o maior destes divisores comuns é o número 8. Este número chama-se máximo divisor comum de 16 e 24.

<u>Como encontrar o máximo divisor comum de 18 e 24</u>?
18 é menor que 24.
O máximo divisor de 18 é o próprio 18 e 18 não é divisor de 24.
O divisor mais próximo de 18 é 9 e este não é divisor de 24.
O próximo divisor de 18 depois de 9 é 6, o qual é divisor de 24. Portanto, 6 é o máximo divisor comum de 18 e 24 e escreve-se $m.d.c.(18,\ 24) = 6$.

> Ao maior divisor comum de dois números ***a*** e ***b***, chama-se o **máximo divisor comum** e indica-se por ***m.d.c.*(*a, b*)**.
> Para encontrar o máximo divisor comum de dois números, ***a*** e ***b***:
>
> 1. Supondo que $\boldsymbol{a < b}$, verifique se ***a*** é divisor de ***b***. Se a resposta for sim, então ***a*** é máximo divisor comum de ***a*** e ***b***. E se a resposta for não, avance para o segundo passo.

2. Considere o próximo maior divisor de ***a*** e chame-o ***c***. Verifique se ***c*** é divisor de ***b***. Se a resposta for sim, então, ***c*** é o máximo divisor comum de ***a*** e ***b***. E se a resposta for não, avance para o próximo maior divisor de ***a***.
Segue-se o mesmo processo até encontrar o máximo divisor comum.

Exercícios

1. Determine os divisores comuns dos seguintes números.

(1) 4 e 12	(2) 12 e 21	(3) 16 e 32	(4) 36 e 40
(5) 39 e 42	(6) 44 e 60	(7) 6, 18 e 48	(8) 15, 45 e 75

2. Determine o máximo divisor comum (*m.d.c.*) dos seguintes números.

(1) 12 e 14	(2) 16 e 18	(3) 20 e 44	(4) 33 e 51
(5) 45 e 81	(6) 56 e 72	(7) 63 e 105	(8) 108 e 120

5. Critérios de divisibilidade

5.1 Divisibilidade por 2

Considere os múltiplos de 2: 2, 4, 6, 8, 10, 12, 14, 16, 18, 20,...
Vê-se que os números terminam em 0, 2, 4, 6 ou 8.
Todos os múltiplos de 2 são divisíveis por 2.

Um número natural é divisível por 2 quando termina em 0, 2, 4, 6 ou 8, isto é, quando for um número par.

Um número natural que não é divisível por 2 designa-se **número ímpar**.

5.2 Divisibilidade por 3

Considere os seguintes números, 75, 159 e 238:

$75 \div 3 = 25$; e resta 0. A soma dos algarismos do número 75 é: $75 \to 7+5=12$, que é divisível por 3.

$$\begin{array}{rrr|l} & 7 & 5 & 3 \\ \hline - & 6 & & 2\ 5 \\ \cline{1-3} & 1 & 5 & \\ - & 1 & 5 & \\ \cline{1-3} & & 0 & \end{array}$$

$159 \div 3 = 53$; e resta 0. A soma dos algarismos do número 159 é: $159 \to 1+5+9=15$, que é divisível por 3.

$$\begin{array}{rrrr|l} & 1 & 5 & 9 & 3 \\ \hline - & 1 & 5 & & 5\ 3 \\ \cline{1-4} & & & 9 & \\ & & - & 9 & \\ \cline{1-4} & & & 0 & \end{array}$$

$238 \div 3 = 79$; e resta 1. A soma dos algarismos do número 238 é:
$238 \rightarrow 2 + 3 + 8 = 13$, que não é divisível por 3.

$$\begin{array}{rrr|l} 2 & 3 & 8 & 3 \\ \cline{4-4} -2 & 1 & & 7\;9 \\ \cline{1-3} & 2 & 8 & \\ - & 2 & 7 & \\ \cline{1-3} & & 1 & \end{array}$$

Um número natural é divisível por 3 quando a soma dos seus algarismos é múltiplo de 3.

5.3 Divisibilidade por 4

Considere os múltiplos de 4.

4	8	12	16	20	24	...	84	88	92	96	100
104	108	112	116	120	124	...	184	188	192	196	200
204	208	212	216	220	224	...	284	288	292	296	300

$$\begin{array}{rrr|l} 1 & 1 & 2 & 4 \\ \cline{4-4} - & 8 & & 2\;8 \\ \cline{1-3} & 3 & 2 & \\ - & 3 & 2 & \\ \cline{1-3} & & 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 2 & 1 & 6 & 4 \\ \cline{4-4} -2 & 0 & & 5\;4 \\ \cline{1-3} & 1 & 6 & \\ - & 1 & 6 & \\ \cline{1-3} & & 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 3 & 2 & 4 & 4 \\ \cline{4-4} -3 & 2 & & 8\;1 \\ \cline{1-3} & & 4 & \\ - & & 4 & \\ \cline{1-3} & & 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{rrr|l} 6 & 0 & 0 & 4 \\ \cline{4-4} -4 & & & 1\;5\;0 \\ \cline{1-3} 2 & 0 & & \\ -2 & 0 & & \\ \cline{1-3} & 0 & & \end{array}$$

$112 \div 4 = 28$ resto 0 $\quad 216 \div 4 = 54$ resto 0 $\quad 324 \div 4 = 81$ resto 0 $\quad 600 \div 4 = 150$ resto 0

Observe que os últimos dois algarismos de 112, 216 e 324 são múltiplos de 4 e 600 termina em 00.

Um número natural é divisível por 4, quando os seus dois últimos algarismos forem múltiplos de 4, ou quando termina em dois zeros (00).

5.4 Divisibilidade por 5

Considere os múltiplos de 5: 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 40, 45, 50,...
Vê-se que os números terminam em 0 ou 5.

Um número natural é divisível por 5 quando termina em zero (0) ou 5.

5.5 Divisibilidade por 6

Considere os múltiplos de 6: 6, 12, 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54,...
Um múltiplo de 6 é múltiplo comum de 2 e 3. Portanto, se um número satisfaz as condições de divisibilidade de 2 e 3 em simultâneo, então, o número é divisível por 6.

Um número natural é divisível por 6 quando é divisível por 2 e por 3, em simultâneo.

Exercícios

1. Dados os números 90, 101, 234, 343, 415 e 558, indique os que são divisíveis por 2. Justifique a sua resposta.

2. Verifique se os números 78, 94, 112, 231, 354 e 529 são divisíveis por 3.

3. Dados os números 40, 65, 125, 136, 500 e 720, indique os números que são divisíveis por 4 e 5. Justifique a sua resposta.
   (1) Os números divisíveis por 4.
   (2) Os números divisíveis por 5.

4. Indique os algarismos que devem substituir “ *b* ”, de modo que o número 725*b*.
   (1) Seja divisível por 2?
   (2) Seja divisível por 3?
   (3) Seja divisível por 4?
   (4) Seja divisível por 5?

5. Mostre que os números 72, 108, 246, 375 e 690 são divisíveis por 6.

6. Qual é o algarismo que deve substituir a letra *m* de modo que o número 648*m* seja divisível por 6.

5.6 Divisibilidade por 9

Considere os seguintes números, 846, 2106 e 2516:

$846 \div 9 = 94$ e resta 0. A soma dos algarismos do número 846 é $846 \rightarrow 8+4+6=18$, que é múltiplo de 9.

$$\begin{array}{r|l} 846 & 9 \\ \cline{2-2} -81 & 94 \\ \cline{1-1} 36 & \\ -36 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$2106 \div 9 = 234$ e resta 0. A soma dos algarismos do número 2106 é $2106 \rightarrow 2+1+0+6=9$, que é múltiplo de 9.

$$\begin{array}{r|l} 2106 & 9 \\ \cline{2-2} -18 & 234 \\ \cline{1-1} 30 & \\ -27 & \\ \cline{1-1} 36 & \\ -36 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

$2516 \div 9 = 279$ e resta 5. A soma dos algarismos do número 2516 é $2516 \rightarrow 2+5+1+6=14$, que não é múltiplo de 9.

$$\begin{array}{r|l} 2516 & 9 \\ \cline{2-2} -18 & 279 \\ \cline{1-1} 71 & \\ -63 & \\ \cline{1-1} 86 & \\ -81 & \\ \cline{1-1} 5 & \end{array}$$

Um número natural é divisível por 9 quando a soma de seus algarismos é múltiplo de 9.

5.7 Divisibilidade por 10

Considere os múltiplos de 10: 10, 20, 30, 40, 50, 60, 70, 80, 90,...
Todos os números terminam em 0.

Um número natural é divisível por 10 quando termina em zero (0).

5.8 Divisibilidade por 15

Considere os múltiplos de 15: 15, 30, 45, 60,…
15, 30, 45, 60,… são divisíveis por 3 e 5, porque terminam em 0 ou 5, isto é, são divisíveis por 3 e 5, em simultâneo. Estes números são divisíveis por 15 porque 15 é múltiplo comum de 3 e 5.

Um número natural é divisível por 15 quando é divisível por 3 e por 5, em simultâneo.

Exercícios

1. Dados os números 216, 252, 369, 468, 472 e 846, indique os que são divisíveis por 9.

2. Dados os números 80, 165, 485, 720, 865, 973 e 1250, sem efectuar qualquer operação, indique os números que são divisíveis por 10 e 15. Justifique a sua resposta.
   (1) Os números divisíveis por 10.
   (2) Os números divisíveis por 15.

3. Indique os algarismos que devem substituir *"b"*, de modo que o número $725b$.
   (1) Seja divisível por 9?
   (2) Seja divisível por 10?
   (3) Seja divisível por 15?

4. Das afirmações abaixo, descubra as que são falsas.
   (1) O número 3780 é divisível por 9 e por 10.
   (2) O número 3708 é divisível por 9 e por 10.
   (3) O número 4158 é divisível por 9, mas não é divisível por 15.

5. Dados os números, 298, 324, 425, 575, 623, 720, 928, 1400. Aplicando critérios de divisibilidade preenche a tabela que se segue:

Números divisíveis por							
2	3	4	5	6	9	10	15

6. Números primos

Dados os divisores dos seguintes números:

Divisores de 2: 1, 2

Divisores de 3: 1, 3

Divisores de 4: 1, 2, 4

Divisores de 5: 1, 5

Divisores de 6: 1, 2, 3, 6

Divisores de 7: 1, 7

Divisores de 8: 1, 2, 4, 8

Divisores de 11: 1, 11

Divisores de 13: 1, 13

2, 3, 5, 7, 11 e 13 têm dois divisores, 1 e o próprio número.
4, 6 e 8 têm mais de dois divisores.

Todo o número natural que possui só dois divisores, o 1 e o próprio número, chama-se **número primo.**

7. Números relativamente primos entre si

Determine os divisores comuns de 9 e 16.
O divisor comum de 9 e 16 é somente 1.
Diz-se que 9 e 16 são relativamente primos entre si.

Se dois números naturais só têm 1 como divisor comum, diz-se que os números são **relativamente primos entre si**.

Exercícios

1. Indique os números primos menores que 50.

2. Indique os números primos que estão entre 50 e 100.

3. Dados os números 12, 19, 24, 37, 209 e 293, indique os que são números primos.

4. Verifique se os números que se seguem são relativamente primos entre si.

(1) 8 e 14	(2) 12 e 19	(3) 9 e 24
(4) 33 e 76	(5) 43 e 124	(6) 67 e 127
(7) 79 e 209	(8) 89 e 293	(9) 123 e 333

8. Decomposição de um número natural em factores primos

Qualquer número natural que não é número primo pode ser escrito como produto de factores primos.

Exemplo:

Os números 6 e 18 podem ser escritos na forma de produto de factores primos:

$6 = 2 \times 3$, 2 e 3 são números primos e como estão na forma de produto são considerados factores primos.

$18 = 2 \times 9$, 9 não é número primo, mas pode ser escrito como produto de factores primos; 3×3. Portanto, $18 = 2 \times 3 \times 3$.

$6 = 2 \times 3$ e $18 = 2 \times 3 \times 3$ estão na forma de produto de factores primos.

> Ao processo de escrever um número natural na forma de produto de factores, usando os números primos, chama-se **decomposição de um número em factores primos**.

<u>Como decompor um número natural em produto de factores primos?</u>

1. Decompõe-se 6 em factores primos.

O menor divisor do número 6 é 2, então, divide-se 6 por 2 e o resultado é 3.

3 é divisível por si próprio, então, divide-se por 3 e o resultado é 1.

Este processo pode ser efectuado conforme apresentado à direita.

$$\begin{array}{r|l} 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \multicolumn{2}{c}{6 = 2 \times 3} \end{array}$$

Aos números usados como divisores (2 e 3), são os factores primos que se escrevem no lado direito e os quocientes escrevem-se no lado esquerdo do traço da separação. Por fim, o resultado é escrito na forma de produto.

2. Decompõe-se 18 em factores primos.

O menor divisor de 18 é 2, então, divide-se 18 por 2 e o resultado é 9.

9 é divisível por 3, então, divide-se 9 por 3 e o resultado é 3. 3 é divisível por si próprio, então, divide-se 3 por 3 e o resultado é 1. Este processo é apresentado à direita.

$$\begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \\ \hline \multicolumn{2}{c}{18 = 2 \times 3 \times 3} \end{array}$$

Neste caso, o factor primo 3 aparece duas vezes como divisor, então, pode-se escrever o produto de factores primos na forma de potência, como $18 = 2 \times 3^2$.

A decomposição de um número natural em factores primos pode ser feita da seguinte maneira:

- Divide-se o número dado pelo seu menor divisor primo.
- Procede-se da mesma maneira com o quociente obtido até se encontrar o quociente 1.
- Escreve-se o número natural dado como produto dos factores primos que se encontram à direita.

Quando o factor primo estiver repetido, escreve-se na forma de potência.

Exercícios

Decomponha os números em factores primos.

(1) 36	(2) 42	(3) 66
(4) 72	(5) 81	(6) 115
(7) 130	(8) 315	(9) 637

9. O máximo divisor comum de dois números pelo processo de decomposição em factores primos

<u>1º Método</u>

1. Observe a decomposição de números 10 e 14, em factores primos.

Os dois números têm o 2 como factor comum, então, o máximo divisor comum de 10 e 14 é 2.

$$\begin{array}{r|l} 10 & 2 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 14 & 2 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array}$$

$$10 = 2 \times 5 \qquad 14 = 2 \times 7$$

2. Observe a decomposição de números 12 e 18, em factores primos.

$$\begin{array}{r|l} 12 & 2 \\ 6 & 2 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 18 & 2 \\ 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array}$$

$$12 = 2^2 \times 3^1 \qquad 18 = 2^1 \times 3^2$$

Os factores primos comuns deste número são 2 e 3. Para 2, 12 tem 2^2 e 18 tem 2^1, então toma-se 2^1, que tem o menor exponente, como factor do máximo divisor comum. Para 3, 12 tem 3^1 e 18 tem 3^2, então toma-se 3^1, que tem o menor expoente, como factor do máximo divisor comum. Então, o produto dos factores tomados será o máximo divisor comum de 12 e 18, isto é, $2 \times 3 = 6$.

Para determinar o máximo divisor comum de dois números pelo processo de decomposição em factores primos deve-se:

- Decompor os números dados em produto de factores primos;
- Escolher os factores primos comuns com menor expoente.

O produto destes factores é o máximo divisor comum dos números dados.

<u>2º Método</u>

<u>Como determinar o máximo divisor comum de 24 e 30?</u>

1º Passo

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 24 & 30 \\ \cline{2-3} & 12 & 15 \end{array}$$

2º Passo

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 24 & 30 \\ \cline{2-3} 3 & 12 & 15 \\ \cline{2-3} & 4 & 5 \end{array}$$

$$\begin{array}{c} \text{factores primos} \\ \text{comuns} \end{array} \left\{ \begin{array}{c|cc} 2 & 24 & 30 \\ \cline{2-3} 3 & 12 & 15 \\ \cline{2-3} & 4 & 5 \end{array} \right.$$

$m.d.c.(24,\ 30) = 2 \times 3 = 6$

O divisor comum de 24 e 30 é 2, então, divide-se, em simultâneo, 24 e 30 por 2 e escreve-se os resultados 12 e 15, respectivamente.

O divisor comum de 12 e 15 é 3, então, divide-se, em simultâneo, 12 e 15 por 3 e escreve-se os resultados 4 e 5, respectivamente.

Os números 4 e 5 não têm divisor comum, por isso termina o processo.

2 e 3 são factores primos comuns de 24 e 30. O produto destes dois factores, $2 \times 3 = 6$, é o máximo divisor comum de 24 e 30.

O máximo divisor comum dos números dados é o produto de todos os factores primos comuns com menor expoente, encontrado pela decomposição simultânea dos números.

Exercícios

1. Usando a decomposição em factores primos, calcule.

(1) $m.d.c.(12,\ 36)$ (2) $m.d.c.(25,\ 55)$ (3) $m.d.c.(30,\ 69)$

(4) $m.d.c.(36,\ 72)$ (5) $m.d.c.(63,\ 84)$ (6) $m.d.c.(45,\ 96)$

(7) $m.d.c.(95,\ 110)$ (8) $m.d.c.(126,\ 168)$ (9) $m.d.c.(252,\ 336)$

2. Numa escola primária, uma professora dá aulas a duas turmas da 5ª classe. A turma A tem 48 alunos e a turma B tem 30 alunos. Ela costuma organizar os alunos em grupos com o mesmo número de alunos nas duas turmas. Qual é o maior número de alunos que cada grupo poderá ter?

3. O senhor Augusto, presidente da Associação dos Alfaiates da Vila de Sussundenga, em Manica, tem duas peças do mesmo tecido. Uma tem 156 centímetros de comprimento e a outra peça 234 centímetros. Pretende cortar as duas peças de tecido com o mesmo comprimento. Qual será o maior comprimento possível para cada retalho?

10. O mínimo múltiplo comum de dois números pelo processo de decomposição em factores primos

<u>1º Método</u>

1. Observe a decomposição dos números 9 e 15, em factores primos:

Relativamente a estes números, 3 e 5 são factores.
Para 3, 9 tem 3^2 e 15 tem 3 (3^1) como factor. Então toma-se 3^2, que tem o maior expoente, como um dos factores do mínimo múltiplo comum.

$$\begin{array}{r|l} 9 & 3 \\ 3 & 3 \\ 1 & \end{array} \qquad 9 = 3^2$$

$$\begin{array}{r|l} 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 15 = 3 \times 5$$

Para 5, 9 não tem 5 e 15 tem 5 (5^1) como factor. Portanto, toma-se 5, que tem o maior expoente, como outro factor do mínimo múltiplo comum.
Então, o produto dos factores tomados será o mínimo múltiplo comum de 9 e 15, isto é, $3^2 \times 5 = 45$.

2. Observe a decomposição dos números 42 e 60, em factores primos:
Relativamente a estes números, 2, 3, 5 e 7 são factores. Para 2, 2^2 tem o maior expoente, então 2^2 é um dos factores do mínimo múltiplo comum. Para 3, 3^1 como outro factor do mínimo múltiplo comum.

Para 5, 5^1 como outro factor do mínimo múltiplo comum. Para 7, 7^1 como outro factor do mínimo múltiplo comum.
Então, o produto destes factores, $2^2 \times 3 \times 5 \times 7 = 420$, representa o mínimo múltiplo comum de 42 e 60.

$$\begin{array}{r|l} 42 & 2 \\ 21 & 3 \\ 7 & 7 \\ 1 & \end{array} \qquad 42 = 2 \times 3 \times 7$$

$$\begin{array}{r|l} 60 & 2 \\ 30 & 2 \\ 15 & 3 \\ 5 & 5 \\ 1 & \end{array} \qquad 60 = 2^2 \times 3 \times 5$$

Para determinar o mínimo múltiplo comum de dois números pelo processo de decomposição em factores primos:

- Decomponha os números dados em produto de factores primos;
- Tome os factores com maior expoente.

O produto destes factores é o mínimo múltiplo comum dos números dados.

2º Método

Como determinar o menor múltiplo comum de 28 e 36?

1º Passo

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 28 & 36 \\ \hline & 14 & 18 \end{array}$$

2º Passo

$$\begin{array}{c|cc} 2 & 28 & 36 \\ \hline 2 & 14 & 18 \\ \hline & 7 & 9 \end{array}$$

$$m.m.c.(28,36) = 2 \times 2 \times 7 \times 9 = 252$$

O divisor comum de 28 e 36 é 2, então, divide-se 28 e 36 por 2 e escreve-se os resultados 14 e 18, respectivamente.

O divisor comum de 14 e 18 é 2, então, divide-se 14 e 18 por 2 e escreve-se os resultados 7 e 9, respectivamente.

Os números 7 e 9 não têm divisor comum, por isso termina o processo.

O produto destes factores, $2 \times 2 \times 7 \times 9 = 4 \times 7 \times 9 = 252$, representa o mínimo múltiplo comum de 28 e 36.

O mínimo múltiplo comum dos números dados é o produto de todos os factores encontrados pela decomposição simultânea dos números.

Exercícios

1. Usando a decomposição em factores primos, calcule.

(1) $m.m.c.(6,\ 18)$ (2) $m.m.c.(8,\ 20)$ (3) $m.m.c.(14,\ 21)$

(4) $m.m.c.(15,\ 48)$ (5) $m.m.c.(42,\ 54)$ (6) $m.m.c.(56,\ 63)$

(7) $m.m.c.(45,\ 72)$ (8) $m.m.c.(49,\ 91)$ (9) $m.m.c.(96,\ 132)$

2. Numa estação rodoviária sita na cidade de Maputo de 3 em 3 horas, parte um autocarro para Beira. Na mesma estação de 6 em 6 horas, parte um autocarro para Tete. Num determinada manhã, os autocarros partiram ao mesmo tempo. Após quantas horas essa coincidência voltou a ocorrer?

3. O Xiluva e a Tocole costumam visitar a tia Rosa, durante as férias escolares. A Xiluva costuma visitá-la de 12 em 12 dias e o Tocole de 18 em 18 dias. Na última visita, eles encontraram-se na casa da tia Rosa. Determine daqui a quanto tempo eles voltarão a encontrar-se na casa da tia Rosa.

Capítulo IV: Fracções

1. Introdução ao estudo de fracções

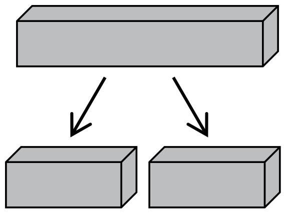
O surgimento da humanidade foi sempre acompanhado de necessidades de vária ordem cuja satisfação exigiu dela, dentre outras soluções, o uso dos números naturais para expressar resultados de contagem. Uma das necessidades a destacar foi o caso de o Homem precisar de medir os comprimentos de terrenos.

O acto de medir pressupõe a comparação entre o comprimento que se pretende medir e o comprimento de um objecto tomado como unidade de medida. Na comparação de comprimentos nem sempre a unidade de medida cabia um número inteiro de vezes no comprimento do terreno, ou seja, restava um pedaço do terreno inferior ao comprimento da unidade. Por isso, foi necessário encontrar uma nova classe de números que pudesse expressar, exactamente, esse comprimento. Tais números chamam-se fracções.

Actualmente, convivemos permanentemente com situações da vida que nos levam ao uso de fracções.

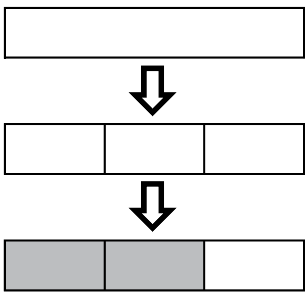
Exemplos:

1. A Safira comprou uma barra de sabão e dividiu-a em duas partes iguais, como a figura ao lado ilustra.



Diz-se que cada parte é metade da barra de sabão, escreve-se $\frac{1}{2}$ e lê-se **um meio** ou **um sobre dois**.

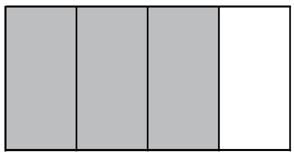
2. O Rachide tem uma fita e dividiu-a em três partes iguais.



Cada parte corresponde a terça parte da fita, escreve-se $\frac{1}{3}$ e lê-se um terço ou um sobre três.

Dois pedaços de $\frac{1}{3}$ correspondem a $\frac{2}{3}$ da mesma e lê-se **dois terços** ou dois **sobre três**.

3. A Dona Mariamo tem um canteiro rectangular e dividiu-o em quatro partes iguais. Ela usou três partes para semear couve.



As partes usadas representam três quartos do canteiro da Dona Mariamo, escreve-se $\frac{3}{4}$ e lê-se **três quartos** ou **três sobre quatro**.

Cada representação $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{4}$ designa-se **fracção**.

Fracção é um número que representa parte de um todo.

A fracção é composta por dois números naturais, o de cima chama-se numerador e o de baixo chama-se denominador, e os dois números são separados por traço de fracção.

O **numerador** indica o número de partes tomadas e o **denominador** indica o número de partes em que a unidade foi igualmente dividida.

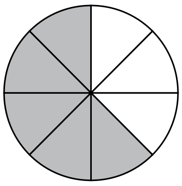
Ex: $\frac{5}{8}$ ← Numerador (5); ← Traço de fracção; ← Denominador (8)

Uma fracção cujo numerador é "1" chama-se **fracção unitária**, por exemplo $\frac{1}{2}$; $\frac{1}{3}$; $\frac{1}{4}$; $\frac{1}{5}$.

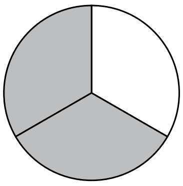
Considera-se a fracção como um conjunto de fracções unitárias. Por exemplo, $\frac{5}{8}$ consiste em 5 pedaços de $\frac{1}{8}$ e $\frac{2}{3}$ consiste em 2 pedaços de $\frac{1}{3}$.

Exercícios

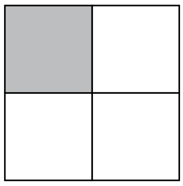
Observe as figuras e escreva a fracção que representa a parte pintada.

(1) 

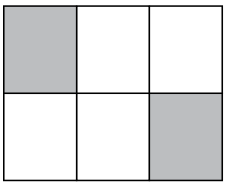
$\frac{5}{\square}$

(2) 

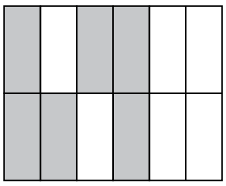
$\frac{\square}{3}$

(3) 

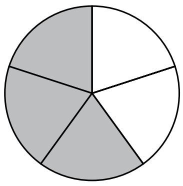
$\frac{\square}{4}$

(4) 

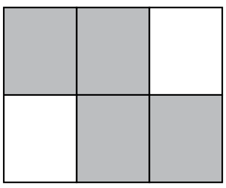
$\frac{2}{\square}$

(5) 

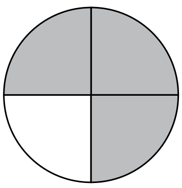
$\frac{\square}{\square}$

(6) 

$\frac{\square}{\square}$

(7) 

$\frac{\square}{\square}$

(8) 

$\frac{\square}{\square}$

2. Leitura e escrita de fracções

(1) Em geral, uma fracção pode-se ler “**numerador sobre denominador”**.

Exemplo:

$\frac{5}{8}$: Lê-se cinco sobre oito.

(2) Se o denominador for menor que 10, usam-se os seguintes termos para o denominador.

Denominador	2	3	4	5	6	7	8	9
Lê- se	Meio	Terço	Quarto	Quinto	Sexto	Sétimo	Oitavo	Nono

Exemplo:

$\frac{5}{8}$: Lê-se cinco oitavos.

(3) Nas situações em que o denominador da fracção é maior que 10, pode-se ler o numerador e o denominador com a palavra “**avos**”.

Exemplo:

$\frac{8}{11}$: Lê-se oito onze avos.

(4) Quando o denominador da fracção é 10, 100 ou 1000, pode-se ler **décimos**, **centésimos** ou **milésimos,** respectivamente.

Exemplos:

$\frac{7}{10}$: Lê-se sete décimos.

$\frac{9}{100}$: Lê-se nove centésimos.

$\frac{13}{1000}$: Lê-se treze milésimos.

Exercícios

1. Escreva a leitura das seguintes fracções.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{5}$ (3) $\frac{3}{8}$ (4) $\frac{5}{9}$

(5) $\frac{3}{10}$ (6) $\frac{7}{15}$ (7) $\frac{27}{100}$ (8) $\frac{213}{1000}$

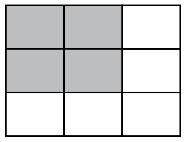
2. Escreva as fracções correspondentes.

(1) Um terço (2) Dois quartos (3) Três sobre cinco

(4) Dois sétimos (5) Quatro décimos (6) Sete dezanove avos

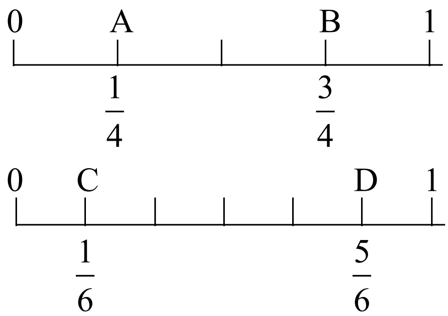
(7) Vinte centésimos (8) Cento e doze centésimos (9) Oitenta e sete milésimos

3. Observe e complete a tabela.

	Fracção	Numerador	Denominador	Representação gráfica	Leitura
(1)	$\frac{3}{4}$				
(2)		2	7		
(3)					
(4)					Cinco décimos
(5)	$\frac{4}{5}$				
(6)					Um onze avos
(7)		12	100		

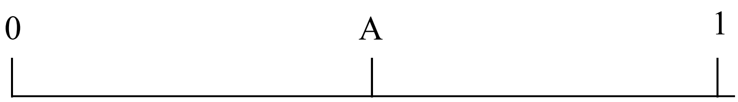
3. Representação de fracções na semi-recta graduada

Toda a fracção corresponde a um ponto na semi-recta graduada. Nas semi-rectas ao lado, estão representadas as fracções $\frac{1}{4}$, $\frac{3}{4}$, $\frac{1}{6}$ e $\frac{5}{6}$, correspondendo aos pontos A, B, C e D, respectivamente.

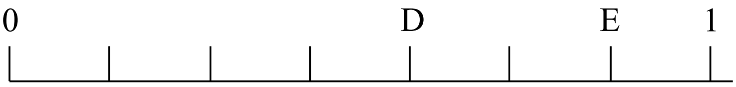


Exercícios

1. Observe as semi-rectas e escreva as fracções correspondentes aos pontos A, B, C, D, E, F e G.

(1) 

(2) 

(3)


(4)

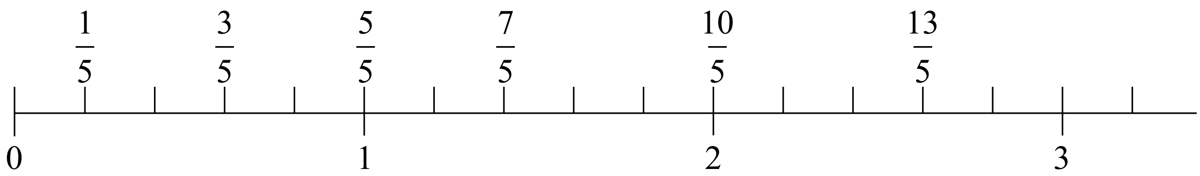

2. Represente as seguintes fracções numa semi-recta graduada.

(1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{4}{9}$

4. Tipos de fracções

Considere as seguintes fracções representadas na semi-recta graduada:

$\frac{1}{5}$, $\frac{3}{5}$, $\frac{5}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{10}{5}$ e $\frac{13}{5}$.



Com base na representação das fracções dadas na semi-recta, verifica-se que:

(1) Umas estão entre 0 e 1, isto é, são menores que 1. Portanto, chamam-se **fracções próprias**.

Exemplos:

$\frac{1}{5}$ e $\frac{3}{5}$

(2) Outras são maiores ou iguais a 1. Portanto, chamam-se **fracções impróprias**.

Exemplos:

$\frac{5}{5}$, $\frac{7}{5}$, $\frac{10}{5}$ e $\frac{13}{5}$

As fracções impróprias, que representam um número natural, chamam-se **fracções aparentes**.

Exemplos:

$\frac{5}{5}=1$, $\frac{10}{5}=2$

(3) Observando a semi-recta: $\frac{7}{5}$ é um número que se obtém juntando 1 a $\frac{2}{5}$, ou seja, $1+\frac{2}{5}$.

$\frac{7}{5}$ pode ser escrito na forma $1\frac{2}{5}$, a qual lê-se “um e dois quintos” que equivale a $\frac{7}{5}$.

De forma análoga, tem-se $\frac{13}{5} = 2\frac{3}{5}$. Uma fracção composta por um número natural e por uma fracção própria chama-se **fracção na forma mista**.

Exemplos:

$1\frac{2}{5}$, $2\frac{3}{5}$

As fracções na forma mista obtêm-se pela transformação de fracções impróprias, usando o seguinte algoritmo:

Para transformar a fracção imprópria $\frac{13}{5}$ na forma mista $2\frac{3}{5}$, divide-se o numerador pelo denominador e toma-se o quociente como a parte inteira, o resto como o tnumerador e mantém-se o denominador.

$$13 \div 5 = 2 \text{ resto } 3 \qquad 2\frac{3}{5}$$

Para transformar a fracção $2\frac{3}{5}$ na fracção imprópria $\frac{13}{5}$, multiplica-se a parte inteira pelo denominador da fracção, adiciona-se o produto ao numerador, o resultado obtido torna-se o numerador e mantém-se o denominador.

$$\overset{(+)}{\underset{(\times)}{2}}\frac{3}{5} = \frac{2\times5+3}{5} = \frac{13}{5}$$

Exercícios

1. Classifique as seguintes fracções em próprias ou impróprias.

(1) $\frac{1}{6}$　(2) $\frac{8}{8}$　(3) $\frac{8}{7}$　(4) $\frac{9}{10}$　(5) $\frac{13}{8}$

2. Transforme as seguintes fracções impróprias em fracções na forma mista.

(1) $\frac{4}{3}$　(2) $\frac{5}{4}$　(3) $\frac{7}{6}$　(4) $\frac{3}{2}$　(5) $\frac{7}{3}$

(6) $\frac{15}{7}$　(7) $\frac{12}{8}$　(8) $\frac{11}{9}$　(9) $\frac{17}{5}$　(10) $\frac{26}{7}$

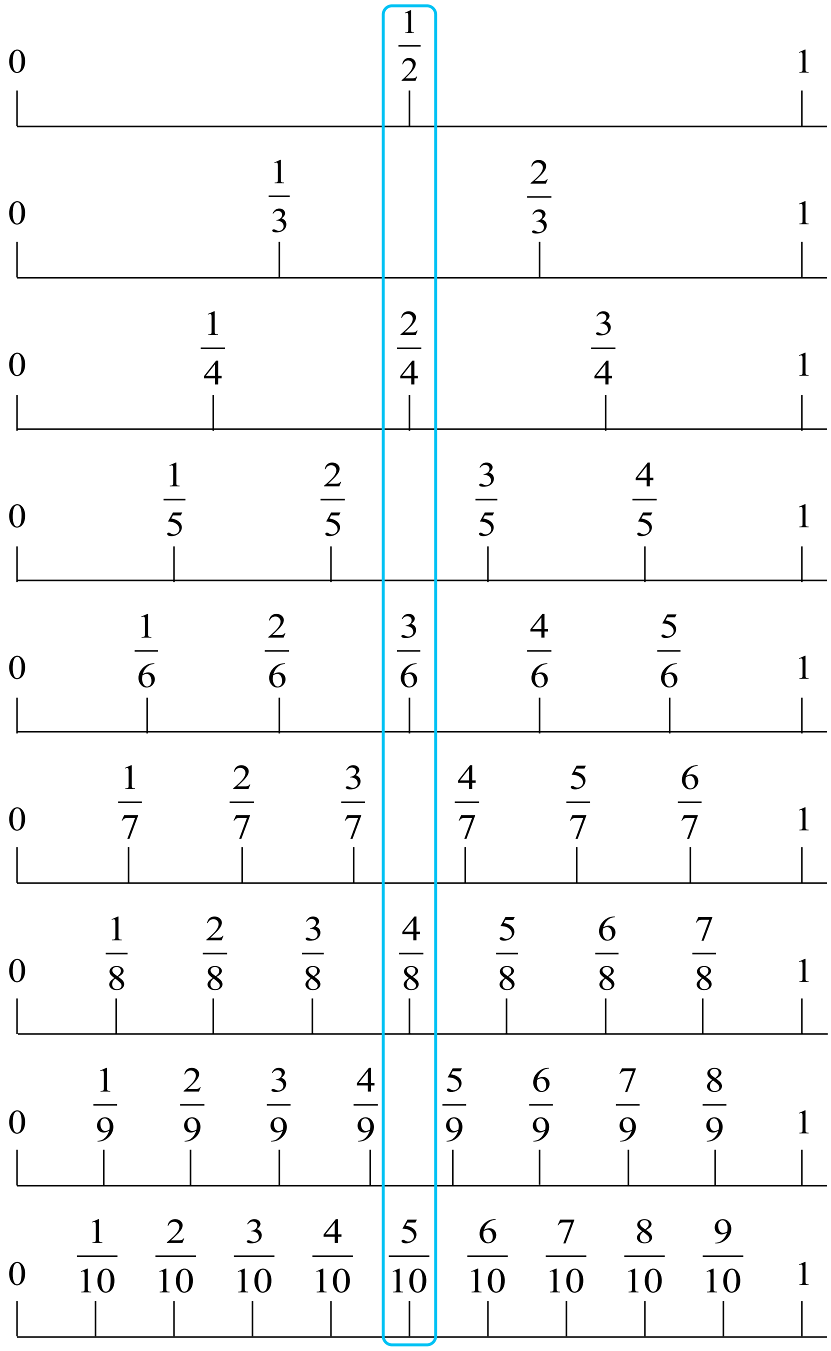
3. Transforme as seguintes fracções na forma mista em fracções impróprias.

(1) $1\frac{1}{2}$　(2) $1\frac{1}{5}$　(3) $1\frac{4}{5}$　(4) $3\frac{1}{3}$　(5) $2\frac{3}{4}$

(6) $3\frac{4}{6}$　(7) $4\frac{5}{7}$　(8) $5\frac{3}{8}$　(9) $6\frac{1}{9}$　(10) $7\frac{1}{10}$

5. Fracções equivalentes

Observe, com atenção, as semi-rectas:



As semi-rectas acima mostram que $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}=\frac{3}{6}=\frac{4}{8}=\frac{5}{10}$. Então, diz-se que elas são fracções equivalentes.

> Diz-se que fracções que têm os mesmos valores são equivalentes.
> Para obter fracções equivalentes, multiplica-se ou divide-se o numerador e o denominador pelo mesmo número: $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}=\frac{\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{c}}$ ou $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}=\frac{\boldsymbol{a}\div\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\div\boldsymbol{c}}$.

Exemplos:

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 2}{2\times 2}=\frac{2}{4} \text{ ou } \frac{2}{4}=\frac{2\div 2}{4\div 2}=\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}=\frac{1\times 3}{2\times 3}=\frac{3}{6} \text{ ou } \frac{3}{6}=\frac{3\div 3}{6\div 3}=\frac{1}{2}$$

$$\frac{1}{2}=\frac{1\times 4}{2\times 4}=\frac{4}{8} \text{ ou } \frac{4}{8}=\frac{4\div 4}{4\div 8}=\frac{1}{2};\ \frac{1}{2}=\frac{1\times 5}{2\times 5}=\frac{5}{10} \text{ ou } \frac{5}{10}=\frac{5\div 5}{5\div 10}=\frac{1}{2}$$

Exercícios

1. Usando as semi-rectas da página anterior, encontre as fracções equivalentes.

(1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{6}{9}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{6}{8}$

2. Complete os espaços em branco.

(1) $\frac{1}{2}=\frac{\square}{4}$ (2) $\frac{2}{6}=\frac{\square}{3}$ (3) $\frac{3}{12}=\frac{6}{\square}$

(4) $\frac{11}{13}=\frac{\square}{78}$ (5) $\frac{1}{4}=\frac{\square}{12}=\frac{9}{\square}$ (6) $\frac{16}{24}=\frac{4}{\square}$

(7) $\frac{12}{72}=\frac{\square}{6}$ (8) $\frac{35}{70}=\frac{7}{\square}=\frac{\square}{2}$ (9) $\frac{2}{5}=\frac{\square}{15}=\frac{24}{\square}$

6. Amplificação e simplificação de fracções

6.1 Amplificação de fracções

Amplificar uma fracção significa tornar maior o numerador e o denominador sem alterar o valor da fracção.

$$\frac{1}{4} \xrightarrow{\times 2} \frac{2}{8} \xrightarrow{\times 3} \frac{6}{24} \qquad \frac{1}{4} \xrightarrow{\times 6} \frac{6}{24}$$

6.2 Simplificação de fracções

Simplificar uma fracção significa colocar a fracção na forma mais simples possível. Na forma mais simples da fracção, o numerador e o denominador não têm um divisor comum. Para simplificar uma fracção, divide-se o numerador e o denominador pelo divisor comum até que não haja divisor comum.

$$\frac{48}{60} \xrightarrow{\div 2} \frac{24}{30} \xrightarrow{\div 3} \frac{8}{10} \xrightarrow{\div 2} \frac{4}{5} \quad \text{ou} \quad \frac{48}{60} \xrightarrow{\div 12} \frac{4}{5}$$

Exercícios

1. Complete os espaços em branco.

(1) $\frac{1}{2}=\frac{3}{\square}$ (2) $\frac{1}{4}=\frac{\square}{8}$ (3) $\frac{2}{5}=\frac{8}{\square}$

(4) $\frac{7}{3}=\frac{\square}{21}$ (5) $\frac{1}{4}=\frac{\square}{16}=\frac{16}{\square}$ (6) $\frac{3}{8}=\frac{\square}{64}$

(7) $\frac{13}{9}=\frac{39}{\square}$ (8) $\frac{6}{7}=\frac{\square}{14}=\frac{36}{\square}$ (9) $\frac{5}{6}=\frac{25}{\square}=\frac{\square}{150}$

2. Simplifique as fracções.

(1) $\frac{2}{4}$ (2) $\frac{2}{10}$ (3) $\frac{8}{20}$ (4) $\frac{15}{21}$ (5) $\frac{12}{30}$

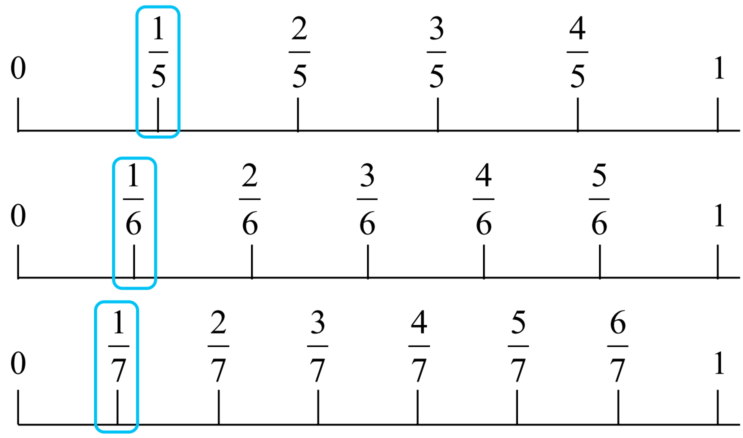
(6) $\frac{14}{21}$ (7) $\frac{40}{60}$ (8) $\frac{9}{51}$ (9) $\frac{52}{72}$ (10) $\frac{114}{126}$

7. Comparação de fracções

7.1 Comparação de fracções unitárias

Observe as semi-rectas e compare as fracções nelas representadas:

Com base nas semi-rectas, nota-se que $\frac{1}{5}>\frac{1}{6}$ e $\frac{1}{6}>\frac{1}{7}$.



De duas fracções unitárias é maior a que tiver menor denominador.

Exercícios

Compare as seguintes fracções usando os símbolos “>”, “<” ou “=”.

(1) $\frac{1}{2}\cdots\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{3}\cdots\frac{1}{7}$ (3) $\frac{1}{9}\cdots\frac{1}{8}$ (4) $\frac{1}{12}\cdots\frac{1}{10}$ (5) $\frac{1}{100}\cdots\frac{1}{1000}$

7.2 Comparação de fracções com o mesmo denominador

Considere $\frac{3}{8}$ e $\frac{5}{8}$.

$\frac{3}{8}$ consistem em 3 pedaços de $\frac{1}{8}$ e $\frac{5}{8}$ consistem em 5 pedaços de $\frac{1}{8}$, portanto, $\frac{5}{8} > \frac{3}{8}$.

> De duas fracções com o mesmo denominador é maior a que tiver maior numerador.

Exercícios

Compare as seguintes fracções usando os símbolos “>”, “<” ou “=”.

(1) $\frac{1}{3} \cdots \frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{4} \cdots \frac{3}{4}$ (3) $\frac{4}{5} \cdots \frac{2}{5}$ (4) $\frac{6}{7} \cdots \frac{3}{7}$

(5) $\frac{11}{10} \cdots \frac{12}{10}$ (6) $\frac{17}{13} \cdots \frac{21}{13}$ (7) $\frac{99}{100} \cdots \frac{35}{100}$ (8) $\frac{111}{1000} \cdots \frac{807}{1000}$

7.3 Comparação de fracções com denominadores diferentes

Considere $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{7}$.

Com base na explicação dada na secção anterior, podia-se comparar $\frac{3}{4}$ e $\frac{5}{7}$ se tivessem o mesmo denominador. Neste caso, elas são transformadas em fracções equivalentes com o mesmo denominador, usando o mínimo múltiplo comum dos denominadores.

O mínimo múltiplo comum de 4 e 7 é 28. Assim:

$\frac{3}{4} = \frac{3 \times 7}{4 \times 7} = \frac{21}{28}$ e $\frac{5}{7} = \frac{5 \times 4}{7 \times 4} = \frac{20}{28}$ então $\frac{21}{28} > \frac{20}{28}$. Portanto, $\frac{3}{4} > \frac{5}{7}$.

> Para comparar fracções com denominadores diferentes, é necessário transformá-las em fracções equivalentes com o mesmo denominador, usando o mínimo múltiplo comum (*m.m.c.*) dos denominadores e comparar as fracções obtidas.

O outro método de comparar as fracções com denominadores diferentes consiste em transformar cada fracção num número decimal e comparar os resultados obtidos.

Por exemplo:

Comparar $\frac{4}{5}$ e $\frac{6}{7}$.

Para tal, faz-se $\frac{4}{5} = 0,8$ e $\frac{6}{7} = 0,86$, então, $0,8 < 0,86$. Logo, $\frac{4}{5} < \frac{6}{7}$.

Exercícios

1. Compare as seguintes fracções usando os símbolos “>”, “<” ou “=”.

(1) $\frac{1}{2}....\frac{2}{3}$ (2) $\frac{1}{3}....\frac{2}{5}$ (3) $\frac{2}{3}....\frac{3}{4}$ (4) $\frac{5}{6}....\frac{3}{4}$

(5) $\frac{2}{5}....\frac{3}{7}$ (6) $\frac{7}{10}....\frac{7}{12}$ (7) $\frac{3}{9}....\frac{6}{8}$ (8) $\frac{13}{6}....\frac{7}{2}$

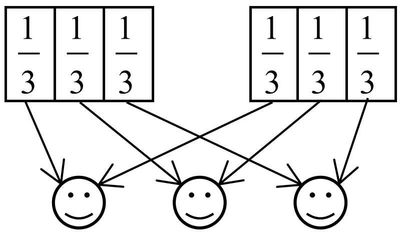
(9) $\frac{6}{5}....\frac{11}{9}$ (10) $\frac{5}{8}....\frac{4}{6}$ (11) $\frac{6}{8}\quad\frac{5}{10}$ (12) $\frac{9}{5}....1\frac{7}{8}$

(13) $2\frac{2}{3}....\frac{7}{6}$ (14) $\frac{7}{3}....2\frac{1}{2}$ (15) $1\frac{1}{5}....2\frac{1}{2}$ (16) $1\frac{2}{8}....1\frac{1}{4}$

2. Dadas as fracções $\frac{3}{2}$; $\frac{1}{2}$ e $\frac{3}{4}$, escreve-as em ordem decrescente.

3. Dadas as fracções $1\frac{3}{5}$; $\frac{3}{2}$; $\frac{2}{3}$; $1\frac{2}{7}$; $\frac{3}{3}$ e $\frac{1}{5}$, escreve-as em ordem crescente.

8. Fracção como quociente



O senhor Luís comprou duas barras de chocolate e dividiu-as, igualmente, pelos seus três filhos, como a figura ao lado ilustra.
Matematicamente, a operação realizada é $2 \div 3$.
Observando a figura ao lado, nota-se que cada filho recebeu $\frac{2}{3}$ do chocolate. Sendo assim, $2 \div 3 = \frac{2}{3}$.

> A divisão de dois números naturais nem sempre resulta num número natural.
>
> Nesses casos, o quociente pode ser escrito na forma de fracção $\boldsymbol{a} \div \boldsymbol{b} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$.
>
> Inversamente, $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} = \boldsymbol{a} \div \boldsymbol{b}$.

Exercícios

Escreve o quociente na forma de fracção.

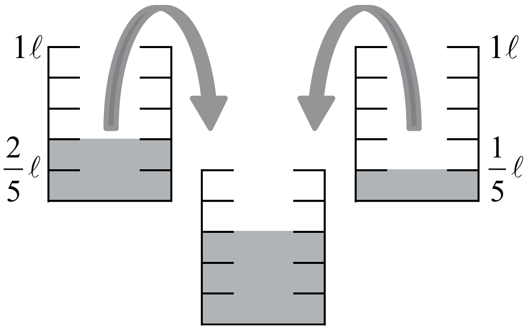
(1) $6 \div 3$ (2) $7 \div 2$ (3) $2 \div 5$ (4) $4 \div 3$

9. Adição de fracções

9.1 Adição de fracções com o mesmo denominador

A Rita e o João ofereceram $\frac{2}{5}\ell$ e $\frac{1}{5}\ell$ de leite à mãe, respectivamente.

Quantos litros de leite a mãe recebeu?



$\frac{2}{5}$ consistem em 2 pedaços de $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{5}$ consiste em 1 pedaço de $\frac{1}{5}$. Portanto, há no total (2 + 1) pedaços de $\frac{1}{5}$. Isto é, $\frac{3}{5}$. Então: $\frac{2}{5}+\frac{1}{5}=\frac{2+1}{5}=\frac{3}{5}$. A mãe recebeu $\frac{3}{5}\ell$ de leite.

Para adicionar fracções com o mesmo denominador, adicionam-se os numeradores e mantém-se o denominador: $\boldsymbol{\frac{a}{b}+\frac{c}{b}=\frac{a+c}{b}}$.

Exercícios

1. Calcule.

(1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{2}$ (2) $\frac{3}{8}+\frac{1}{8}$ (3) $\frac{1}{5}+\frac{2}{5}$ (4) $\frac{3}{4}+\frac{2}{4}$

(5) $\frac{5}{3}+\frac{1}{3}$ (6) $\frac{4}{5}+\frac{7}{5}$ (7) $\frac{3}{6}+\frac{2}{6}$ (8) $\frac{1}{7}+\frac{8}{7}$

(9) $\frac{11}{9}+\frac{10}{9}$ (10) $\frac{5}{13}+\frac{1}{13}+\frac{4}{13}$ (11) $\frac{4}{21}+\frac{10}{21}+\frac{1}{21}$ (12) $\frac{11}{13}+\frac{6}{13}+\frac{5}{13}$

(13) $\frac{7}{16}+\frac{9}{16}+\frac{8}{16}$ (14) $\frac{11}{51}+\frac{10}{51}+\frac{6}{51}$

2. O senhor Mário ocupou $\frac{2}{7}$ do seu quintal para plantar couve e $\frac{3}{7}$ para plantar cenoura. Que parte do quintal foi ocupada para o plantio dessas duas culturas?

3. A Joana comprou $\frac{8}{7}m$ de fita e a Rita comprou $\frac{9}{7}m$ de fita. Quantos metros de fita as duas meninas compraram?

4. A dona Maimuna comprou $\frac{5}{4}kg$ de tomate e a dona Catija comprou $\frac{9}{4}kg$ de tomate. Quantos quilogramas de tomate as duas senhoras compraram?

9.2 Adição de fracções na forma mista com o mesmo denominador

Na adição de fracções na forma mista com o mesmo denominador, existem duas formas de calcular:

1. Transforma-se a fracção na forma mista em uma fracção imprópria, depois efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{1}{5}+1\frac{3}{5}=\frac{11}{5}+\frac{8}{5}=\frac{19}{5}=3\frac{4}{5}$$

2. Agrupam-se as partes inteira e fraccionária entre si e efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{1}{5}+1\frac{3}{5}=(2+1)+\left(\frac{1}{5}+\frac{3}{5}\right)=3+\frac{4}{5}=3\frac{4}{5}$$

Exercícios

1. Calcule, transformando as fracções na forma mista em fracções impróprias.

(1) $1\frac{3}{5}+1\frac{1}{5}$ (2) $2\frac{1}{3}+5\frac{1}{3}$ (3) $4\frac{3}{10}+3\frac{6}{10}$

(4) $5\frac{2}{9}+3\frac{5}{9}$ (5) $6\frac{3}{7}+3\frac{1}{7}$ (6) $4\frac{3}{8}+5\frac{1}{8}$

2. Calcule, agrupando as partes inteira e fraccionária entre si.

(1) $1\frac{3}{5}+1\frac{1}{5}$ (2) $4\frac{3}{7}+5\frac{2}{7}$ (3) $5\frac{1}{8}+3\frac{6}{8}$

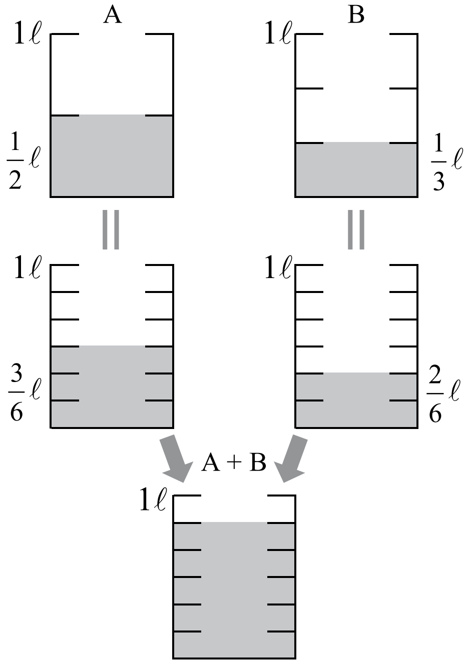
(4) $5\frac{2}{9}+3\frac{5}{9}$ (5) $1\frac{2}{7}+2\frac{6}{7}$ (6) $4\frac{7}{12}+3\frac{1}{12}$

3. Calcule, usando um método à sua escolha.

(1) $2\frac{5}{6}+\frac{2}{6}$ (2) $\frac{11}{4}+1\frac{2}{4}$ (3) $3\frac{4}{5}+1\frac{2}{5}$

(4) $4\frac{3}{7}+2\frac{4}{7}$ (5) $3\frac{5}{8}+3\frac{5}{8}$ (6) $7\frac{5}{9}+3\frac{2}{9}$

9.3 Adição de fracções com denominadores diferentes



A jarra A contém $\frac{1}{2}\ell$ de sumo e a jarra B contém $\frac{1}{3}\ell$ de sumo.

Quantos litros de sumo têm as duas jarras juntas?

Observe a figura dada.

$\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são fracções com denominadores diferentes.

Para calcular $\frac{1}{2}+\frac{1}{3}$, primeiro é necessário converter as fracções dadas para fracções com mesmo denominador, usando o *m.m.c.* dos denominadores.

m.m.c. (2, 3) = 6.

$\frac{1}{2}=\frac{1\times3}{2\times3}=\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3}=\frac{1\times2}{3\times2}=\frac{2}{6}$ então: $\underset{(3)}{\frac{1}{2}}+\underset{(2)}{\frac{1}{3}}=\frac{3}{6}+\frac{2}{6}=\frac{5}{6}$

As duas jarras juntas têm $\frac{5}{6}\ell$ de sumo.

Para adicionar fracções com denominadores diferentes, reduzem-se as fracções dadas ao mesmo denominador, usando o mínimo múltiplo comum (*m.m.c.*) e adicionam-se as fracções obtidas.

Exercícios

1. Calcule.

(1) $\frac{5}{2}+\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{7}+\frac{1}{3}$ (3) $\frac{1}{3}+\frac{2}{5}$ (4) $\frac{2}{9}+\frac{3}{5}$

(5) $\frac{2}{3}+\frac{5}{6}$ (6) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}$ (7) $\frac{11}{3}+\frac{10}{9}$ (8) $\frac{7}{6}+\frac{9}{4}$

(9) $\frac{11}{8}+\frac{8}{6}$ (10) $\frac{3}{8}+\frac{1}{3}+\frac{2}{6}$ (11) $\frac{13}{8}+\frac{5}{4}+\frac{9}{2}$ (12) $\frac{5}{2}+\frac{5}{3}+\frac{17}{6}$

2. A dona Maira e a dona Catija compraram $\frac{3}{4}kg$ e $\frac{5}{8}kg$ de cebola, respectivamente. Quantos quilogramas de cebola as duas senhoras compraram?

3. A Júlia e a Maria têm $\frac{7}{5}m$ e $\frac{9}{7}m$ de fita, respectivamente. Quantos metros têm as duas meninas?

9.4 Adição de fracções na forma mista com denominadores diferentes

Na adição de fracções na forma mista com denominadores diferentes, existem duas formas de calcular:

1. Transforma-se a fracção na forma mista numa fracção imprópria, depois efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{1}{3}+1\frac{3}{5}=\frac{7}{3}+\frac{8}{5}=\frac{35}{15}+\frac{24}{15}=\frac{59}{15}=3\frac{14}{15}$$

2. Agrupam-se as partes inteira e fraccionária entre si e efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{1}{3}+1\frac{3}{5}=(2+1)+\left(\frac{1}{3}+\frac{3}{5}\right)=3+\left(\frac{5}{15}+\frac{9}{15}\right)=3+\frac{14}{15}=3\frac{14}{15}$$

Exercícios

1. Calcule, transformando as fracções na forma mista em fracções impróprias.

(1) $3\frac{1}{2}+1\frac{5}{6}$ (2) $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{4}$ (3) $1\frac{1}{5}+1\frac{1}{4}$

(4) $3\frac{2}{7}+1\frac{3}{10}$ (5) $2\frac{2}{4}+3\frac{1}{8}$ (6) $3\frac{2}{5}+1\frac{3}{10}$

(7) $4\frac{1}{4}+2\frac{5}{6}$ (8) $6\frac{3}{6}+3\frac{1}{9}$ (9) $4\frac{3}{8}+5\frac{1}{6}$

2. Calcule, agrupando as partes inteira e fraccionária entre si.

(1) $1\frac{1}{5}+1\frac{1}{2}$ (2) $1\frac{1}{3}+2\frac{1}{4}$ (3) $2\frac{1}{2}+2\frac{1}{3}$

(4) $1\frac{1}{2}+1\frac{3}{4}$ (5) $4\frac{2}{3}+5\frac{5}{6}$ (6) $5\frac{3}{8}+3\frac{1}{2}$

(7) $1\frac{3}{4}+2\frac{1}{6}$ (8) $5\frac{1}{8}+3\frac{5}{6}$ (9) $4\frac{5}{6}+3\frac{7}{9}$

3. Calcule, usando um método à sua escolha.

(1) $1\frac{1}{7}+1\frac{1}{5}$ (2) $1\frac{1}{4}+2\frac{1}{3}$ (3) $2\frac{1}{3}+3\frac{1}{5}$

(4) $3\frac{3}{4}+1\frac{1}{8}$ (5) $4\frac{1}{3}+2\frac{4}{9}$ (6) $5\frac{6}{7}+3\frac{5}{14}$

(7) $3\frac{5}{9}+1\frac{1}{6}$ (8) $2\frac{5}{6}+1\frac{3}{8}$ (9) $7\frac{5}{8}+3\frac{7}{12}$

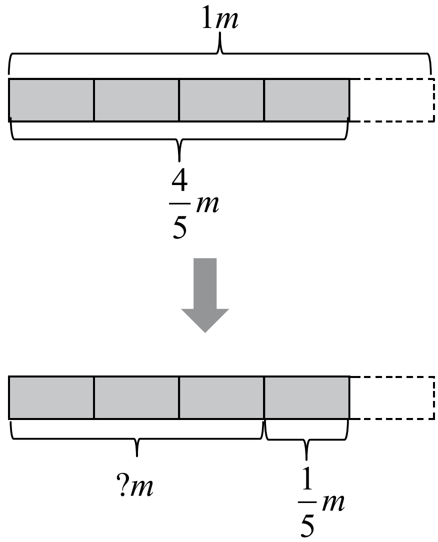
10. Subtracção de fracções

10.1 Subtracção de fracções com o mesmo denominador

O Omar tinha $\frac{4}{5}m$ de fita, dos quais ofereceu $\frac{1}{5}m$ à sua irmã.

Com quantos metros da fita o rapaz ficou?

$\frac{4}{5}$ consistem em 4 pedaços de $\frac{1}{5}$ e $\frac{1}{5}$ consiste em 1 pedaço de $\frac{1}{5}$.



Portanto, o que fica são (4-1) pedaços de $\frac{1}{5}$, isto é, $\frac{3}{5}$.

Então: $\frac{4}{5}-\frac{1}{5}=\frac{4-1}{5}=\frac{3}{5}$.

O Omar ficou com $\frac{3}{5}m$ de fita.

Para subtrair fracções com o mesmo denominador, subtraem-se os numeradores e mantém-se o denominador: $\frac{a}{b}-\frac{c}{b}=\frac{a-c}{b}$.

Exercícios

1. Calcule.

(1) $\frac{3}{5}-\frac{2}{5}$ (2) $\frac{5}{8}-\frac{1}{8}$ (3) $\frac{3}{7}-\frac{1}{7}$ (4) $\frac{5}{9}-\frac{2}{9}$

(5) $\frac{7}{19}-\frac{2}{19}$ (6) $\frac{10}{21}-\frac{4}{21}-\frac{1}{21}$ (7) $\frac{13}{14}-\frac{7}{14}-\frac{4}{14}$ (8) $\frac{17}{18}-\frac{10}{18}-\frac{3}{18}$

2. A Júlia tinha $\frac{5}{7}m$ de pano e ofereceu $\frac{2}{7}m$ ao João. Com quantos metros de pano ficou?

3. Calcule.

(1) $\frac{9}{5}-\frac{7}{5}$ (2) $\frac{11}{3}-\frac{5}{3}$ (3) $\frac{15}{4}-\frac{9}{4}$ (4) $\frac{18}{7}-\frac{8}{7}$

(5) $\frac{13}{9}-\frac{10}{9}$ (6) $\frac{23}{8}-\frac{5}{8}-\frac{11}{8}$ (7) $\frac{35}{6}-\frac{11}{6}-\frac{22}{6}$ (8) $\frac{15}{7}-\frac{5}{7}-\frac{1}{7}$

4. A Beatriz comprou $\frac{9}{4}kg$ de farinha de trigo e usou $\frac{7}{4}kg$. Com quantos quilogramas de farinha de trigo ficou?

5. O marido da dona Safira comprou $\frac{14}{4}kg$ de batata e usou $\frac{9}{4}kg$. Quantos quilogramas de batata sobraram?

10.2 Subtracção de fracções na forma mista com o mesmo denominador

Na subtracção de fracções na forma mista com o mesmo denominador, existem duas formas de calcular:

1. Transforma-se a fracção na forma mista em uma fracção imprópria, depois efectua-se a operação.

Exemplo:

$$3\frac{5}{7}-1\frac{2}{7}=\frac{26}{7}-\frac{9}{7}=\frac{17}{7}=2\frac{3}{7}.$$

2. Agrupam-se as partes inteira e fraccionária entre si e efectua-se a operação.

Exemplo:

$$3\frac{5}{7}-1\frac{2}{7}=(3-1)+\left(\frac{5}{7}-\frac{2}{7}\right)=2+\frac{3}{7}=2\frac{3}{7}.$$

Se $a\frac{b}{c}-d\frac{e}{c}$ com $b<e$ e $a>d$ é aconselhável aplicar a primeira regra.

Exercícios

1. Calcule, transformando as fracções na forma mista em fracções impróprias.

(1) $2\frac{1}{3}-1\frac{1}{3}$ (2) $2\frac{1}{5}-1\frac{2}{5}$ (3) $1\frac{2}{7}-1\frac{1}{7}$

(4) $2\frac{3}{5}-1\frac{1}{5}$ (5) $5\frac{2}{3}-2\frac{1}{3}$ (6) $4\frac{6}{10}-3\frac{3}{10}$

(7) $5\frac{5}{9}-3\frac{2}{9}$ (8) $6\frac{3}{7}-3\frac{2}{7}$ (9) $6\frac{7}{8}-5\frac{1}{8}$

2. Calcule, agrupando as partes inteira e fraccionária entre si.

(1) $1\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}$ (2) $2\frac{1}{4}-1\frac{1}{4}$ (3) $2\frac{2}{6}-1\frac{1}{6}$

(4) $2\frac{3}{5}-1\frac{1}{5}$ (5) $4\frac{4}{7}-2\frac{3}{7}$ (6) $5\frac{6}{8}-3\frac{1}{8}$

(7) $5\frac{5}{9}-3\frac{2}{9}$ (8) $2\frac{7}{9}-1\frac{1}{9}$ (9) $4\frac{7}{12}-3\frac{1}{12}$

3. Calcule, usando um método à sua escolha.

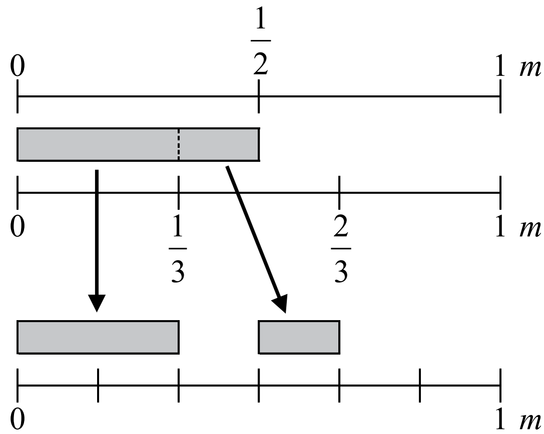
(1) $1\frac{3}{5}-1\frac{2}{5}$ (2) $3\frac{2}{3}-1\frac{1}{3}$ (3) $2\frac{1}{6}-1\frac{1}{6}$

(4) $3\frac{4}{5}-1\frac{2}{5}$ (5) $4\frac{3}{7}-2\frac{4}{7}$ (6) $5\frac{3}{8}-3\frac{5}{8}$

(7) $5\frac{5}{9}-3\frac{2}{9}$ (8) $2\frac{5}{12}-1\frac{7}{12}$ (9) $5\frac{9}{14}-3\frac{11}{14}$

10.3 Subtracção de fracções com denominadores diferentes

A Isabel tinha $\frac{1}{2}m$ de capulana, e ofereceu à sua irmã Júlia $\frac{1}{3}m$ da mesma. Com que parte da capulana a Isabel ficou?



$\frac{1}{2}$ e $\frac{1}{3}$ são fracções com denominadores diferentes.

Para calcular $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}$, primeiro é necessário converter as fracções dadas para fracções com o mesmo denominador, usando o *m.m.c.* dos denominadores.

m.m.c. (2, 3) = 6.

$\frac{1}{2}=\frac{1\times 3}{2\times 3}=\frac{3}{6}$ e $\frac{1}{3}=\frac{1\times 2}{3\times 2}=\frac{2}{6}$. Assim, $\frac{1}{2}-\frac{1}{3}=\frac{3}{6}-\frac{2}{6}=\frac{3-2}{6}=\frac{1}{6}$.

A Isabel ficou com $\frac{1}{6}m$ de capulana.

Para subtrair fracções com denominadores diferentes, reduzem-se as fracções dadas ao mesmo denominador, usando o mínimo múltiplo comum e subtraem-se as fracções obtidas.

Exercícios

1. Calcule.

(1) $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}$ (3) $\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ (4) $\frac{3}{8}-\frac{1}{6}$

(5) $\frac{3}{5}-\frac{2}{9}$ (6) $\frac{9}{4}-\frac{7}{6}$ (7) $\frac{8}{7}-\frac{1}{5}$ (8) $\frac{11}{3}-\frac{10}{9}$

(9) $\frac{13}{2}-\frac{5}{4}-\frac{9}{8}$ (10) $\frac{9}{6}-\frac{1}{4}-\frac{7}{9}$ (11) $\frac{7}{8}-\frac{1}{3}-\frac{2}{6}$ (12) $\frac{5}{3}-\frac{2}{7}-\frac{7}{6}$

2. A dona Maira comprou $\frac{3}{4}kg$ de pepino e usou $\frac{5}{8}kg$. Quantos quilogramas de pepino sobraram?

3. A menina Fátima tinha $\frac{9}{5}m$ de fita e usou $\frac{7}{4}m$ da mesma. Com quantos metros de fita ficou?

10.4 Subtracção de fracções na forma mista com denominadores diferentes

Na subtracção de fracções na forma mista, existem duas formas de calcular:

1. Transforma-se a fracção na forma mista numa fracção imprópria, depois efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}=\frac{8}{3}-\frac{7}{5}=\frac{40}{15}-\frac{21}{15}=\frac{40-21}{15}=\frac{19}{15}=1\frac{4}{15}$$

2. Agrupam-se as partes inteira e fraccionária entre si e efectua-se a operação.

Exemplo:

$$2\frac{2}{3}-1\frac{2}{5}=(2-1)+\left(\frac{2}{3}-\frac{2}{5}\right)=1+\left(\frac{10}{15}-\frac{6}{15}\right)=1+\frac{10-6}{15}=1+\frac{4}{15}=1\frac{4}{15}$$

Exercícios

1. Calcule, transformando as fracções na forma mista em fracções impróprias.

(1) $1\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}$ (2) $1\frac{2}{8}-1\frac{1}{7}$ (3) $2\frac{1}{5}-1\frac{2}{6}$

(4) $3\frac{1}{2}-1\frac{5}{6}$ (5) $3\frac{1}{2}-2\frac{2}{3}$ (6) $4\frac{1}{4}-2\frac{5}{6}$

(7) $3\frac{7}{10}-1\frac{3}{5}$ (8) $6\frac{3}{7}-1\frac{1}{8}$ (9) $5\frac{5}{7}-4\frac{3}{8}$

2. Calcule, agrupando as partes inteira e fraccionária entre si.

(1) $2\frac{1}{2}-1\frac{2}{3}$ (2) $1\frac{1}{4}-1\frac{1}{5}$ (3) $1\frac{2}{3}-1\frac{1}{4}$

(4) $2\frac{3}{5}-1\frac{1}{8}$ (5) $5\frac{6}{7}-4\frac{2}{3}$ (6) $5\frac{5}{6}-3\frac{1}{8}$

(7) $6\frac{5}{7}-3\frac{4}{9}$ (8) $3\frac{6}{7}-2\frac{2}{5}$ (9) $4\frac{2}{7}-3\frac{1}{9}$

3. Calcule, usando um método à sua escolha.

(1) $1\frac{1}{2}-1\frac{1}{3}$ (2) $2\frac{1}{3}-1\frac{2}{7}$ (3) $2\frac{2}{5}-1\frac{1}{4}$

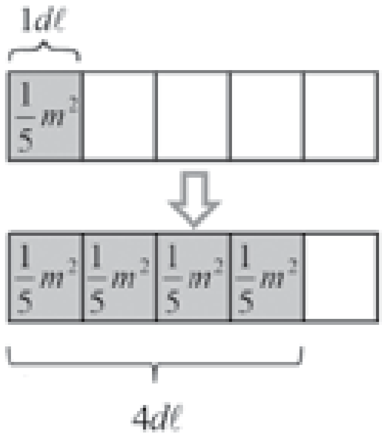
(4) $3\frac{2}{3}-1\frac{1}{5}$ (5) $4\frac{3}{5}-4\frac{4}{7}$ (6) $5\frac{4}{7}-3\frac{5}{8}$

(7) $2\frac{5}{6}-\frac{2}{3}$ (8) $\frac{11}{4}-1\frac{2}{3}$ (9) $7\frac{5}{9}-3\frac{2}{7}$

11. Multiplicação de fracções

11.1 Multiplicação de um número natural por uma fracção

O mestre Rachid pretende pintar o tampo da sua mesa. $1d\ell$ de tinta pinta $\frac{1}{5}m^2$. Qual é a área que o mestre irá pintar com $4d\ell$?



Com base na figura dada, $1d\ell$ pinta $\frac{1}{5}m^2$ e $4d\ell$ podem pintar

$4\times\frac{1}{5}m^2$, isto é, $\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}+\frac{1}{5}=4\times\frac{1}{5}=\frac{4\times1}{5}=\frac{4}{5}$.

O mestre Rachide irá pintar $\frac{4}{5}m^2$ do tampo da sua mesa.

Na multiplicação de um número natural por uma fracção, multiplica-se o numerador pelo número natural e mantém-se o denominador: $\boldsymbol{n\times\frac{a}{b}=\frac{n\times a}{b}}$.

Exercícios

1. Calcule e simplifique o resultado, se possível.

(1) $2\times\frac{1}{3}$ (2) $3\times\frac{2}{5}$ (3) $5\times\frac{2}{3}$

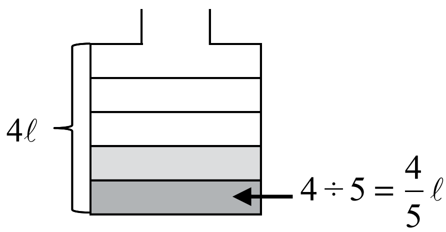
(4) $8\times\frac{5}{6}$ (5) $12\times\frac{4}{5}$ (6) $6\times\frac{3}{4}$

(7) $8\times\frac{1}{4}$ (8) $13\times\frac{1}{7}$ (9) $14\times\frac{3}{8}$

2. A Rosa tem uma borracha cuja base tem $6cm$ de comprimento e $\frac{2}{3}cm$ de largura. Qual é a área da base da borracha?

11.2 Multiplicação de uma fracção por um número natural

O senhor João, grande apreciador da cozinha moçambicana, usou $\frac{2}{5}$ de 4 litros de mel para fazer doce de mandioca. Quantos litros de mel ele usou?



A quantidade de mel que o senhor João usou pode ser encontrada pela expressão $\frac{2}{5}\times 4$. Para encontrar este resultado, observa a figura.

A figura mostra que se dividiu 4 litros em 5 partes iguais e cada parte corresponde a $4\div 5=\frac{4}{5}(\ell)$. Então, tomam-se 2 pedaços de $\frac{4}{5}$, isto é, $2\times\frac{4}{5}=\frac{2\times 4}{5}=\frac{8}{5}$.

Portanto, o senhor João usou $\frac{8}{5}\ell$.

Ao multiplicar uma fracção por um número natural, multiplica-se o número natural pelo numerador da fracção e mantém-se o denominador:
$\boldsymbol{\frac{a}{b}}$ de $\boldsymbol{n}=\boldsymbol{\frac{a}{b}\times n}=\boldsymbol{\frac{a\times n}{b}}$.

Exercícios

1. Calcule e simplifique o resultado, sempre que possível.

(1) $\frac{1}{2}\times 3$ (2) $\frac{2}{3}\times 4$ (3) $\frac{1}{7}\times 5$

(4) $\frac{1}{4}\times 10$ (5) $\frac{4}{5}\times 12$ (6) $\frac{3}{4}\times 7$

(7) $\frac{5}{6}\times 9$ (8) $\frac{1}{7}\times 13$ (9) $\frac{3}{8}\times 14$

2. Num canteiro com $12m^2$ de área, $\frac{3}{4}$ de área estão destinados ao plantio de flores. Quantos m^2 de área estão destinado ao plantio de flores?

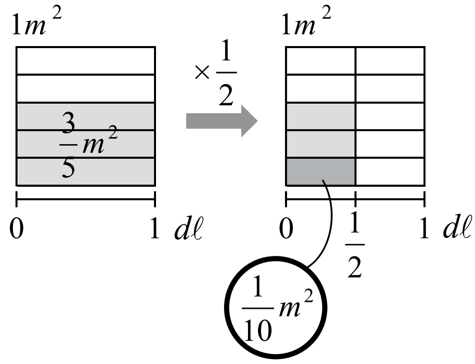
11.3 Multiplicação de duas fracções

A Nádia pretende pintar a porta do seu quarto. Ela sabe que com $1d\ell$ de tinta pode pintar $\frac{3}{5}m^2$.

Qual é a parte que ela pode pintar com $\frac{1}{2}d\ell$?

A parte que pode ser pintada com $\frac{1}{2}d\ell$ é encontrada pela expressão $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$.

Para calcular $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}$, observa a figura ao lado.



A figura mostra que $1d\ell$ pinta $\frac{3}{5}m^2$ e para $\frac{1}{2}d\ell$, toda a área ($1m^2$) é dividida em duas partes que consistem em 10 (2×5) partes iguais e cada parte corresponde a $\frac{1}{10}m^2$.

Assim, 3 pedaços de $\frac{1}{10}m^2$ correspondem a $\frac{3}{10}m^2$.

Portanto, $\frac{1}{2}d\ell$ pode pintar $\frac{3}{10}m^2$. Assim, $\frac{1}{2}\times\frac{3}{5}=\frac{3}{10}$.

Para multiplicar duas fracções, multiplicam-se os numeradores e os denominadores entre si: $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}\times\frac{\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{d}}=\frac{\boldsymbol{a}\times\boldsymbol{c}}{\boldsymbol{b}\times\boldsymbol{d}}$.

Note que na multiplicação de fracções na forma mista, as mesmas devem ser transformadas em fracções impróprias e depois calcula-se o resultado.

Exemplo:

$$2\frac{3}{4}\times1\frac{2}{3}=\frac{11}{4}\times\frac{5}{3}=\frac{55}{12}=4\frac{7}{12}$$

Exercícios

1. Calcule e simplifique, sempre que possível.

(1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}\times\frac{2}{5}$ (3) $\frac{1}{6}\times\frac{6}{5}$

(4) $\frac{2}{11}\times\frac{3}{7}$ (5) $\frac{3}{8}\times\frac{5}{21}$ (6) $\frac{9}{20}\times\frac{5}{6}$

(7) $2\frac{1}{2}\times\frac{5}{4}$ (8) $\frac{3}{4}\times3\frac{2}{5}$ (9) $3\frac{1}{4}\times2\frac{4}{5}$

2. O Mustak tem uma foto com $\frac{4}{5}m$ de comprimento e $\frac{2}{3}m$ de largura. Qual é a área da foto?

12. Divisão de fracções

12.1 Inverso de um número

Observe:

$5\times\frac{1}{5}=1$; $\frac{4}{5}\times\frac{5}{4}=1$; $\frac{8}{7}\times\frac{7}{8}=1$. Os produtos são iguais a 1. Portanto, diz-se que:

- O inverso de 5 é $\frac{1}{5}$
- O inverso de $\frac{4}{5}$ é $\frac{5}{4}$
- O inverso de $\frac{8}{7}$ é $\frac{7}{8}$

Se o produto de dois números é 1, então, diz-se que o número é inverso de outro número. O inverso de uma fracção é a mesma fracção com o seu numerador e denominador invertidos.

$$\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \rightleftarrows \frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}}$$

Note que quando uma fracção está na forma mista, converte-se para fracção imprópria e depois troca-se o numerador e o denominador. Por exemplo, $1\frac{2}{3}=\frac{5}{3}$, então o inverso de $1\frac{2}{3}$ é $\frac{3}{5}$.

Exercícios

Determine o inverso das fracções abaixo.

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) 2

(4) $\frac{3}{5}$ (5) $\frac{2}{9}$ (6) 5

(7) $3\frac{1}{7}$ (8) $1\frac{1}{4}$ (9) $2\frac{1}{3}$

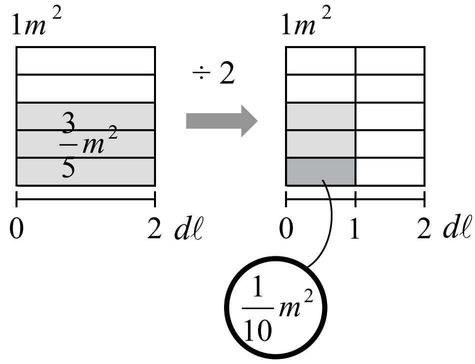
12.2 Divisão de uma fracção por um número natural

A senhora Sandra, responsável pela manutenção da escola, precisa de pintar o quadro da sala de aula. Com $2d\ell$ de tinta, ela pode pintar $\frac{3}{5}m^2$. Qual é a área do quadro que poderá pintar com $1d\ell$?

A área que pode ser pintada com $1d\ell$ é encontrada pela expressão $\frac{3}{5}\div 2$.

Para calcular $\frac{3}{5} \div 2$, observa a figura à direita.

A figura mostra que $2d\ell$ pintam $\frac{3}{5}m^2$ e para $1d\ell$, toda a área ($1m^2$) é dividida em duas partes que consistem em 10 (2×5) partes iguais e cada parte corresponde a $\frac{1}{10}m^2$.



Desta feita, 3 pedaços de $\frac{1}{10}m^2$ correspondem a $\frac{3}{10}m^2$.

Assim: $1d\ell$ pode pintar $\frac{3}{10}m^2$. Portanto, $\frac{3}{5} \div 2 = \frac{3}{5} \times \frac{1}{2} = \frac{3}{10}$.

> Para dividir uma fracção por um número natural, transforma-se a divisão numa multiplicação entre o dividendo e o inverso do divisor: $\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \div \boldsymbol{n} = \frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}} \times \frac{1}{\boldsymbol{n}} = \frac{\boldsymbol{a} \times 1}{\boldsymbol{b} \times \boldsymbol{n}}$, onde "***n***" deve ser diferente de zero.

Exercícios

1. Calcule e simplifique, sempre que possível.

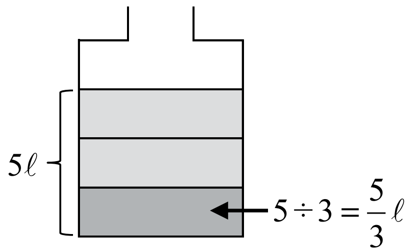
(1) $\frac{1}{2} \div 2$ (2) $\frac{2}{3} \div 4$ (3) $\frac{1}{4} \div 3$

(4) $\frac{2}{5} \div 5$ (5) $\frac{3}{8} \div 2$ (6) $\frac{5}{9} \div 6$

2. O Mussagy e o Kelvin dividiram igualmente $\frac{1}{2}\ell$ de leite, entre si. Quantos litros de leite cada um recebeu?

12.3 Divisão de um número natural por uma fracção

$\frac{3}{4}$ da capacidade de um recipiente foram ocupados por 5 litros de sumo. Quantos litros pode conter o recipiente?



Para a resolução desse problema, consideremos a seguinte questão:

Três garrafas cheias foram ocupadas por 15 litros de sumo. Quantos litros de sumo pode conter cada garrafa?

A capacidade de sumo que cada garrafa pode conter é encontrada através da expressão: $15 \div 3$. Assim, cada garrafa contém 5 litros de sumo que provém de $15 \div 3$.

Em geral:

A quantidade de cada recipiente = A quantidade total ÷ número total de recipientes ocupados. Usando o mesmo raciocínio, a capacidade do recipiente acima mencionado pode ser encontrada através da seguinte expressão: $5 \div \frac{3}{4}$

A figura mostra que $\frac{3}{4}$ do recipiente correspondem a 5 litros de sumo. Para encontrar a capacidade total do recipiente, divide-se 5ℓ em 3 partes iguais e multiplica-se uma parte por 4. A quantidade de cada parte é $5 \div 3 = \frac{5}{3}(\ell)$. Então, a capacidade total corresponde a 4 pedaços de $\frac{5}{3}$, isto é, $4 \times \frac{5}{3} = \frac{4 \times 5}{3} = \frac{20}{3}$. Assim, o recipiente tem a capacidade de $\frac{20}{3}\ell$.

Portanto, $5 \div \frac{3}{4} = 5 \times \frac{4}{3} = \frac{5 \times 4}{3} = \frac{20}{3}$.

> Para dividir um número natural por uma fracção, transforma-se a divisão numa multiplicação entre o dividendo e o inverso do divisor: $\boldsymbol{n \div \frac{a}{b} = n \times \frac{b}{a} = \frac{n \times b}{a}}$

Exercícios

1. Calcule.

(1) $2 \div \frac{1}{2}$ (2) $3 \div \frac{1}{4}$ (3) $3 \div \frac{4}{5}$

(4) $4 \div \frac{4}{5}$ (5) $6 \div \frac{8}{9}$ (6) $7 \div \frac{49}{3}$

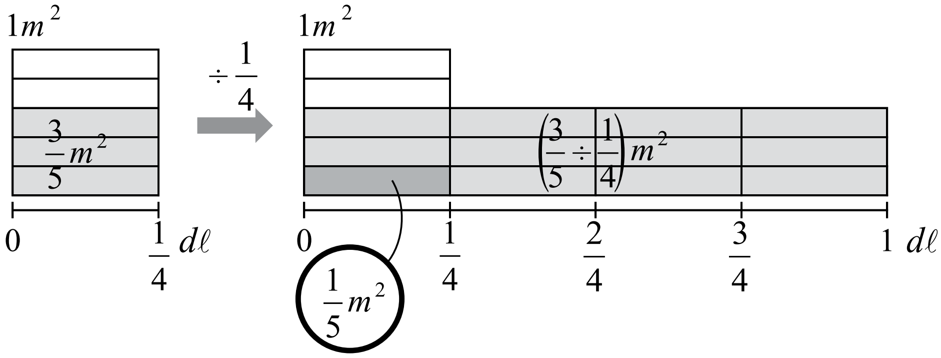
2. Quantas garrafas de $\frac{3}{5}\ell$ são necessárias para engarrafar 360ℓ de óleo?

12.4 Divisão de duas fracções

$\frac{3}{5}m^2$ de um portão são pintados com $\frac{1}{4}d\ell$ de zarcão.

Quantos m^2 poderão ser pintados com $1d\ell$ de zarcão?

A área que pode ser pintada com $1d\ell$ é encontrada pela expressão $\frac{3}{5} \div \frac{1}{4}$.



A figura mostra que $\frac{1}{4}d\ell$ pinta $\frac{3}{5}m^2$. Para encontrar a área que pode ser pintada por $1d\ell$, $\frac{3}{5}m^2$ devem ser repetidos quatro vezes. Então, a área que pode ser pintada por $1d\ell$ consiste em 12 (4×3) pedaços de $\frac{1}{5}m^2$, isto é, $\frac{12}{5}m^2$.

Assim, $1d\ell$ pode pintar $\frac{12}{5}m^2$.

O mesmo resultado pode ser obtido através do seguinte cálculo: $\frac{3}{5}\div\frac{1}{4}=\frac{3}{5}\times\frac{4}{1}=\frac{12}{5}$.

> Para dividir duas fracções, transforma-se a divisão numa multiplicação entre o dividendo e o inverso do divisor:
> $\boldsymbol{\frac{a}{b}\div\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\times\frac{d}{c}}$.

Nota: Na divisão de fracções na forma mista, transformam-se estas em fracções impróprias, e efectua-se a operação.

Exemplo:

$$3\frac{1}{2}\div2\frac{1}{4}=\frac{7}{2}\div\frac{9}{4}=\frac{7}{2}\times\frac{4}{9}=\frac{28}{18}=\frac{14}{9}=1\frac{5}{9}$$

Exercícios

1. Calcule.

(1) $\frac{1}{2}\div\frac{1}{3}$ (2) $\frac{1}{4}\div\frac{1}{5}$ (3) $\frac{2}{5}\div\frac{1}{6}$ (4) $\frac{1}{7}\div\frac{2}{5}$

(5) $\frac{5}{8}\div\frac{7}{6}$ (6) $\frac{9}{5}\div\frac{3}{2}$ (7) $\frac{1}{8}\div\frac{1}{2}$ (8) $\frac{3}{23}\div\frac{5}{14}$

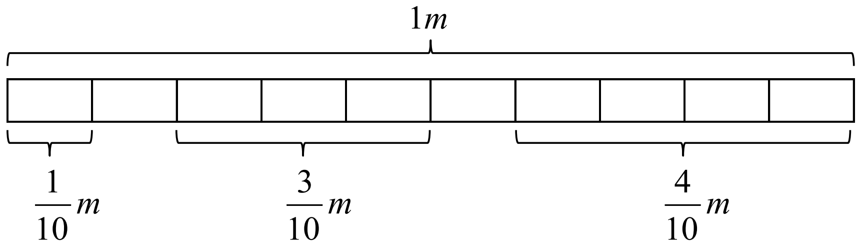
(9) $\frac{7}{5}\div\frac{4}{3}$ (10) $3\frac{1}{2}\div\frac{7}{6}$ (11) $7\frac{1}{3}\div\frac{49}{3}$ (12) $3\frac{1}{10}\div3\frac{5}{6}$

2. Represente na forma mista o quociente da divisão de $5\frac{2}{5}$ por $2\frac{2}{5}$.

Capítulo V: Números decimais e operações

1. Noção de números decimais

A dona Adélia, proprietária de uma loja especializada na ornamentação de viaturas para o transporte de noivos, dividiu uma fita de um metro em 10 partes iguais, assim, cada parte da fita corresponde a $\frac{1}{10}m$.

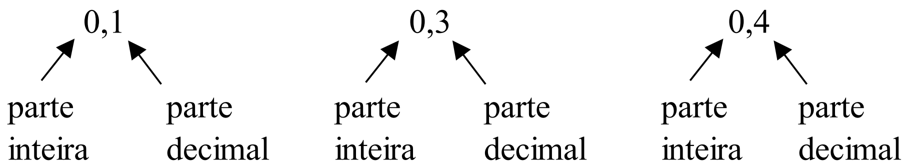


Uma parte da fita representa $1\times\frac{1}{10}m$, escreve-se na forma de 0,1m e lê-se "um décimo" do metro.

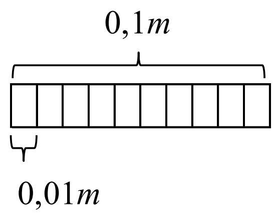
Três partes da fita representam $3\times\frac{1}{10}m$, escreve-se na forma de 0,3m e lê-se "três décimos" do metro.

Quatro partes da fita representam $4\times\frac{1}{10}m$, escreve-se na forma de 0,4m e lê-se "quatro décimos" do metro.

Os números 0,1; 0,3 e 0,4 chamam-se números decimais. A vírgula (,) separa a parte inteira da parte decimal.



Similarmente, divide-se 0,1m em 10 partes iguais e cada parte corresponde a $\frac{1}{10}$ de 0,1m, isto é, $\frac{1}{100}m$.



Uma parte da fita representa $1\times\frac{1}{100}m$, escreve-se na forma de 0,01m e lê-se "um centésimo" do metro.

Três partes da fita representam $3\times\frac{1}{100}m$, escreve-se na forma de 0,03m e lê-se "três centésimos" do metro.

Quatro partes da fita representam $4\times\frac{1}{100}m$, escreve-se na forma de 0,04m e lê-se "quatro centésimos" do metro.

Números decimais são números que consistem em valores que tenham a parte inteira e a parte decimal, e escrevem-se com uma vírgula que separa a parte inteira da parte decimal.

2. Composição e decomposição de números decimais

No número 42,395.

4 é o valor das dezenas e significa 4 dezenas, isto é, $4 \times 10 = 40$.

2 é o valor das unidades e significa 2 unidades, isto é, $2 \times 1 = 2$.

3 é o valor dos décimos e significa 3 décimos, isto é, $3 \times 0{,}1 = 0{,}3$.

9 é o valor dos centésimos e significa 9 centésimos, isto é, $9 \times 0{,}01 = 0{,}09$.

5 é o valor dos milésimos e significa 5 milésimos, isto é, $5 \times 0{,}001 = 0{,}005$.

Assim, 42,395 consiste em 4 dezenas, 2 unidades, 3 décimos, 9 centésimos e 5 milésimos.

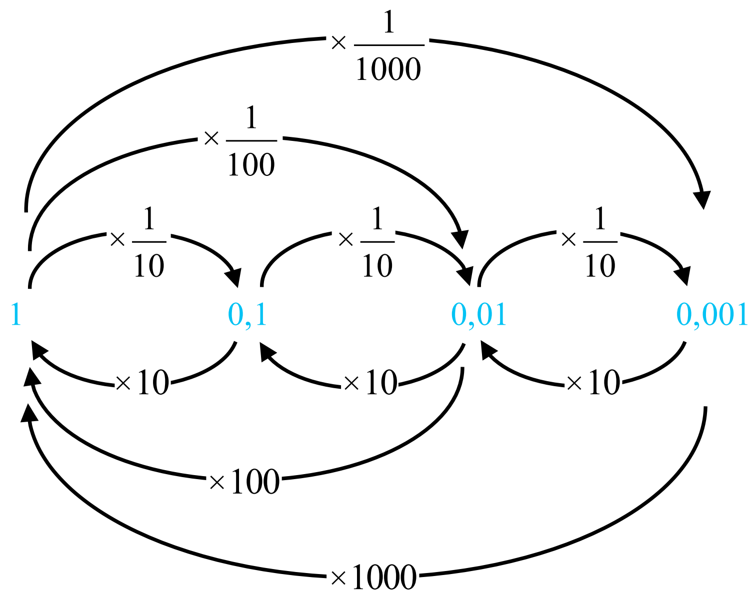
Portanto, escreve-se:

$42{,}395 = 4 \times 10 + 2 \times 1 + 3 \times 0{,}1 + 9 \times 0{,}01 + 5 \times 0{,}001.$

Escrevendo na tabela de posição, pode-se apresentar 42,395 como:

Parte inteira			Parte decimal		
Centenas (100)	Dezenas (10)	Unidades (1)	Décimos (0,1)	Centésimos (0,01)	Milésimos (0,001)
	4	2	3	9	5

2.1 Relação entre 1; 0,1; 0,01 e 0,001



2.2 Composição de números decimais

Composição de números decimais:

(1) $3\times1+5\times0{,}1+7\times0{,}01$
$=3+0{,}5+0{,}07$
$=3{,}57$

(2) $4\times10+6\times1+2\times0{,}1+8\times0{,}01+9\times0{,}001$
$=40+6+0{,}2+0{,}08+0{,}009$
$=46{,}289$

2.3 Decomposição de números decimais

Decomposição de números decimais:

(1) $15{,}73$
$=10+5+0{,}7+0{,}03$
$=1\times10+5\times1+7\times0{,}1+3\times0{,}01$

(2) $125{,}438$
$=100+20+5+0{,}4+0{,}03+0{,}008$
$=1\times100+2\times10+5\times1+4\times0{,}1+3\times0{,}01+8\times0{,}001$

> Um número decimal pode ser escrito pela adição das parcelas obtidas através da multiplicação de cada algarismo pelo valor da casa que ocupa.
> O valor de cada algarismo depende da posição que ocupa no número.

Exercícios

1. Complete os espaços em branco.

(1) $10\times\square=1$ (2) $0{,}01\times100=\square$ (3) $\square\times10=0{,}1$

(4) $\frac{1}{\square}\times10=1$ (5) $0{,}01\times\square=0{,}1$ (6) $0{,}001\times10=\square$

(7) $\frac{1}{100}\times10=\square$ (8) $\frac{1}{1000}\times\square=100$ (9) $\square\times\frac{1}{10}=1$

(10) $\frac{1}{\square}\times100=0{,}1$ (11) $1000\times0{,}01=\square$ (12) $0{,}001\times\square=0{,}01$

2. Componha em números decimais as seguintes expressões.

(1) $4\times0{,}1$ (2) $2\times1+3\times0{,}1$

(3) $5\times1+6\times0{,}01$ (4) $3\times0{,}1+6\times0{,}01$

(5) $7\times1+2\times0{,}001$ (6) $4\times1+5\times0{,}1+4\times0{,}01$

(7) $8\times1+4\times0{,}1+5\times0{,}001$ (8) $3\times10+2\times1+3\times0{,}1+8\times0{,}001$

3. Decomponha os seguintes números.

(1) 0,5	(2) 1,2	(3) 2,32
(4) 0,48	(5) 3,007	(6) 6,123
(7) 1,05	(8) 1,805	(9) 7,044

3. Leitura de números decimais

Considere os números 0,3; 0,16; 0,125; 2,5; 3,57; 46,289 e 125,438.
Cada número decimal lê-se:

0,3	• Três décimos.
0,16	• Dezasseis centésimos.
0,125	• Cento e vinte e cinco milésimos.
2,5	• Dois vírgula cinco décimos; • Duas unidades e cinco décimos.
3,57	• Três vírgula cinquenta e sete centésimos; • Três unidades e cinquenta e sete centésimos
46,289	• Quarenta e seis vírgula duzentos e oitenta e nove milésimos; • Quarenta e seis unidades e duzentos e oitenta e nove milésimos.
125,438	• Cento e vinte e cinco vírgula quatrocentos e trinta e oito milésimos; • Cento e vinte e cinco unidades e quatrocentos e trinta e oito milésimos.

Ao ler um número decimal:

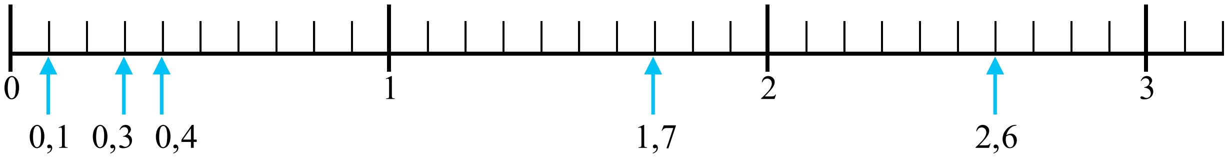
1. As partes inteira e decimal são separadas pela palavra "vírgula" e acompanhadas pelas palavras décimos, centésimos ou milésimos, dependendo do número de casas decimais.
2. As partes inteira e decimal são separadas pela palavra "unidade" e acompanhadas pelas palavras décimos, centésimos ou milésimos, dependendo do número de casas decimais.

4. Representação de números decimais na semi-recta graduada

Tal como os números naturais, um número decimal pode ser representado na semi-recta graduada.
Considere os números decimais: 0,1; 0,3; 0,4; 0,75; 1,7; 2,6; 0,06; 0,37; 0,58 e 0,94.
0,1; 0,3; 0,4; 1,7 e 2,6 têm uma casa decimal. Neste caso, divide-se cada unidade da semi-recta graduada em 10 partes iguais para mostrar os décimos, e escolhe-se o traço do número que corresponde à cada unidade, isto é:

A. $0{,}1 = 1 \times 0{,}1$, então escolhe-se o 1º traço de 0,1, a partir de 0.
B. $0{,}3 = 3 \times 0{,}1$, então escolhe-se o 3º traço de 0,1, a partir de 0.
C. $0{,}4 = 4 \times 0{,}1$, então escolhe-se o 4º traço de 0,1, a partir de 0.
D. $1{,}7 = 1 \times 1 + 7 \times 0{,}1$, então escolhe-se o 7º traço de 0,1, a partir de 1.
E. $2{,}6 = 2 \times 1 + 6 \times 0{,}1$, então escolhe-se o 6º traço de 0,1, a partir de 2.

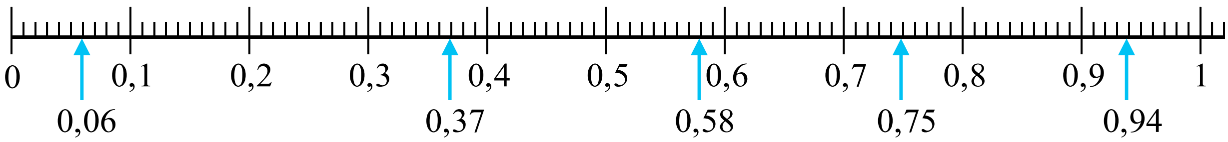
Assim, tem-se:



0,75; 0,06; 0,37; 0,58 e 0,94 tem duas casas decimais. Neste caso, divide-se cada décima da semi-recta graduada em 10 partes iguais para mostrar os centésimos e escolhe-se o traço do número que corresponde à cada décima, isto é:

F. $0{,}75 = 7 \times 0{,}1 + 5 \times 0{,}01$, então escolhe-se o 5º traço de 0,01, a partir de 0,7.
G. $0{,}06 = 0 + 6 \times 0{,}01$, então escolhe-se o 6º traço de 0,01, a partir de 0.
H. $0{,}37 = 3 \times 0{,}1 + 7 \times 0{,}01$, então escolhe-se o 7º traço de 0,01, a partir de 0,3.
I. $0{,}58 = 5 \times 0{,}1 + 8 \times 0{,}01$, então escolhe-se o 8º traço de 0,01, a partir de 0,5.
J. $0{,}94 = 9 \times 0{,}1 + 4 \times 0{,}01$, então escolhe-se o 4º traço de 0,01, a partir de 0,9.

Assim, tem-se:



Cada número decimal corresponde sempre a um ponto na semi-recta graduada.

Ao representar um número decimal na semi-recta graduada:
Se o número tiver **uma casa decimal, divide-se cada unidade em 10 partes iguais** e escolhe-se o traço que corresponde à respectiva unidade;
Se o número tiver **duas casas decimais, divide-se cada décima em 10 partes iguais** e escolhe-se o traço que corresponde à respectiva décima;
Se o número tiver **três casas decimais, divide-se cada centésima em 10 partes iguais** e escolhe-se o traço que corresponde à respectiva centésima e, assim sucessivamente.

5. Comparação de números decimais

Compare:
(1) 1,8....0,5 (2) 1,29....1,70 (3) 2,86....2,85 (4) 2,469....2,47

(1) 1,8 e 0,5 têm partes inteiras diferentes, neste caso comparam-se as partes inteiras. Assim, $1 > 0$ então $1{,}8 > 0{,}5$;

(2) 1,29 e 1,70 têm a mesma parte inteira, compara-se o primeiro algarismo das partes decimais. Assim, $2<7$, então $1{,}29<1{,}70$;

(3) 2,86 e 2,85 têm a mesma parte inteira e o mesmo algarismo das décimas, neste caso, comparam-se os algarismos das centenas. Assim, $6>5$ então $2{,}86>2{,}85$;

(4) 2,469 e 2,47 têm a mesma parte inteira e o número de casas decimais diferentes, neste caso, acrescenta-se zero à direita do último algarismo, de modo que o número de casas decimais seja o mesmo e comparam-se as partes decimais. Assim, teremos 2,469....2,470.
Como $469<470$, então, $2{,}469<2{,}470$.

> Ao comparar números decimais com partes inteiras diferentes, comparam-se apenas as partes inteiras.
> Para comparar números decimais com a mesma parte inteira, comparam-se as partes decimais, como se fossem números naturais.

Exercícios

1. Considere os números decimais:

A. 1,4	B. 0,81	C. 2,3	D. 0,12	E. 1,54
F. 0,40	G. 0,1	H. 2,5	I. 0,5	J. 1,01

Represente-os na semi-recta graduada.

2. Compare os números decimais usando os símbolos “>”,“<”, ou “=”.

(1) 0,4....0,7	(2) 0,9....0,89	(3) 3,08....2,95
(4) 1,2....1,8	(5) 1,27....1,3	(6) 0,647....1,003
(7) 5,3....5,247	(8) 3,99....4	(9) 400,2....400,20

3. Escreva os seguintes números em ordem crescente: 1,3; 0,42; 2,57; 1,28; 0,5; 0,1 e 2,61.

4. Escreva os seguintes números em ordem decrescente: 0,207; 2,7; 2,07; 20,7; 0,9; 2,00 e 0,205.

6. Relação de números decimais com fracções

Os números decimais podem ser representados na forma de uma fracção, por exemplo:

(1) $0{,}3=\frac{3}{10}$ (2) $0{,}16=\frac{16}{100}=\frac{4}{25}$ (3) $1{,}2=\frac{12}{10}=\frac{6}{5}$

(4) $2{,}5=\frac{25}{10}=\frac{5}{2}$ (5) $0{,}125=\frac{125}{1000}=\frac{1}{8}$ (6) $3{,}57=\frac{357}{100}$

(7) $46,29=\frac{4629}{100}$ (8) $5,438=\frac{5438}{1000}=\frac{2719}{500}$

6.1 Transformação de um número decimal numa fracção

0,3 lê-se 3 décimos, tem uma casa decimal. Assim, $0,3=\frac{3}{10}$.

0,16 lê-se 16 centésimos, tem duas casas decimais. Assim, $0,16=\frac{16}{100}$.

46,289 lê-se quarenta e seis unidades e duzentos e oitenta e nove milésimos, tem três casas decimais. Assim, $46,289=\frac{46289}{1000}$.

Para transformar um número decimal numa fracção:

- Escreve-se o número decimal sem a vírgula e zeros iniciais no numerador;
- Escreve-se o algarismo 1 seguido de tantos zeros quantos forem as casas decimais do número decimal no denominador (por exemplo, 10, 100 ou 1000);
- Simplifica-se a fracção.

6.2 Transformação de uma fracção num número decimal

$$\frac{3}{5}=\frac{3\times 2}{5\times 2}=\frac{6}{10}\Rightarrow 6\times\frac{1}{10}=6\times 0,1=0,6$$

$$\frac{3}{4}=\frac{3\times 25}{4\times 25}=\frac{75}{100}\Rightarrow 75\times\frac{1}{100}=75\times 0,01=0,75$$

$$\frac{17}{125}=\frac{17\times 8}{125\times 8}=\frac{136}{1000}\Rightarrow 136\times\frac{1}{1000}=136\times 0,001=0,136$$

Para transformar uma fracção num número decimal:

- Encontra-se um número que é multiplicado pelo denominador para torná-lo 10, 100 ou 1000;
- Multiplica-se o numerador e o denominador pelo tal número;
- Escreve-se o numerador resultante, colocando a vírgula no lugar correcto, o qual depende do número de zeros do denominador.

Nota: A forma mais prática de transformar uma fracção num número decimal consiste em dividir os termos da fracção, isto é, numerador pelo denominador. Por exemplo:

(1) $\frac{1}{4}=1\div 4=0,25$ (2) $\frac{1}{3}=1\div 3=0,333...$ (3) $\frac{9}{5}=9\div 5=1,8$ (4) $\frac{7}{6}=7\div 6=1,166...$

$$\begin{array}{r|l} 1{,}0\ 0 & \underline{\ 4\ \ \ \ \ } \\ 2\ 0 & 0{,}25 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 1{,}0\ 0\ 0 & \underline{\ 3\ \ \ \ \ \ \ } \\ 1\ 0\ \ \ & 0{,}333... \\ 1\ 0 & \\ 1 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 9{,}0 & \underline{\ 5\ \ \ \ } \\ 4\ 0 & 1{,}8 \\ 0 & \end{array} \qquad \begin{array}{r|l} 7{,}0\ 0\ 0 & \underline{\ 6\ \ \ \ \ \ \ } \\ 1\ 0\ \ \ \ \ & 1{,}166... \\ 4\ 0\ \ \ & \\ 4\ 0 & \\ 4 & \end{array}$$

Repare que, a representação decimal das fracções $\frac{1}{3}$ e $\frac{7}{6}$ apresenta reticências na parte decimal. Isto significa que os números 0,333... e 1,166... têm infinitas casas decimais, designados dízimas infinitas periódicas.

Neste caso, só são consideradas as primeiras três casas decimais para representar a forma decimal da fracção. Assim: $\frac{1}{3} = 0{,}333$ e $\frac{7}{6} = 1{,}166$.

Exercícios

1. Transforme cada número decimal na forma de fracção.

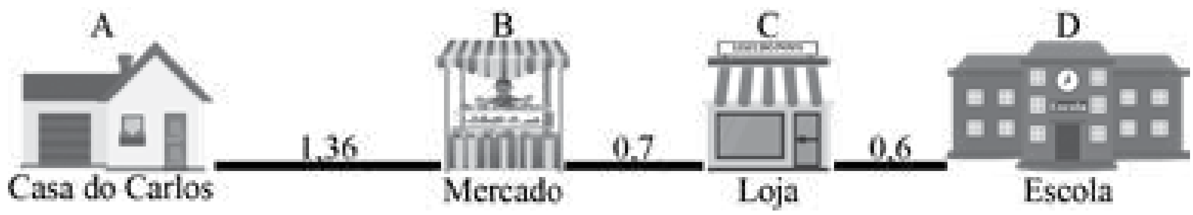
(1) 0,7	(2) 3,2	(3) 4,45	(4) 0,04
(5) 0,035	(6) 5,424	(7) 1,023	(8) 2,005

2. Transforme cada fracção em um número decimal.

(1) $\frac{7}{10}$	(2) $\frac{47}{10}$	(3) $\frac{13}{1000}$	(4) $\frac{145}{100}$
(5) $\frac{2}{5}$	(6) $\frac{3}{50}$	(7) $\frac{11}{125}$	(8) $\frac{81}{40}$

7. Adição de números decimais

O Carlos fez um esquema do percurso entre a sua casa e a escola onde frequenta as aulas. Observe o esquema feito pelo Carlos. Nele, as distâncias indicadas são dadas em quilómetros.



Calcule:

(1) A distância entre o mercado e a escola (do ponto B ao ponto D).

Para calcular a distância entre o mercado e a escola usa-se a operação de adição, e é dada por 0,7 + 0,6.

(2) A distância entre a casa do Carlos e a loja (do ponto A ao ponto C).

Para calcular a distância entre a casa do Carlos e a loja usa-se a operação de adição, e é dada por 1,36 + 0,7.

Para obter o resultado, usa-se o método vertical.

Ao adicionar números decimais usando o método vertical, escrevem-se os números verticalmente com os separadores decimais alinhados e calcula-se como se estivesse a calcular a adição de números naturais, colocando a vírgula no resultado.

(1)
$$\begin{array}{r} 0,6 \\ +\ 0,7 \\ \hline 1,3 \end{array}$$

(2)
$$\begin{array}{r} 1,36 \\ +\ 0,7 \\ \hline 2,06 \end{array}$$

Logo, a distância entre o mercado e a escola é de 1,3 quilómetros e a distância entre a casa do Carlos e a loja é de 2,06 quilómetros.

Na adição de números decimais usando o método vertical:

1. Escreve-se um número debaixo do outro de modo que os separadores decimais estejam alinhados;
2. Calcula-se a adição como se estivesse a calcular a adição de números naturais, partindo da menor casa;
3. Coloca-se a vírgula no resultado alinhado aos outros separadores.

Nota: Caso seja útil, os zeros podem ser colocados à direita do último algarismo, de modo que todos os números tenham o mesmo número de casas decimais.

Exercícios

1. Calcule.

(1) 7 + 3,5 (2) 4,7 + 3,2 (3) 26,04 + 4,02

(4) 2,45 + 3,29 (5) 1,5 + 4,325 (6) 8,45 + 3,235

(7) 6,257 + 2,332 (8) 1,8 + 2,14 + 3,459 (9) 27,5 + 84,71

(10) 15,237 + 50,083 (11) 72,6 + 10,62 + 81,035 (12) 27,4 + 12,61 + 18,305

2. O quadro seguinte representa a quantidade de castanha de cajú, em quilogramas, que cada turma colheu na última campanha no IFP de Chongoene, na província de Gaza.

Turmas	A	B	C	D
Quantidade em quilogramas	24,5	39,2	18,57	40,5

(1) Escreva a quantidade de castanha em ordem decrescente.

(2) Calcule a quantidade total de castanha que o IFP de Chongoene colheu.

3. A tabela abaixo representa os resultados obtidos por cinco famílias na campanha agrícola 2014 / 2015.

Família	Quantidade de milho (em toneladas)
Thomo	3,84
Cadeado	1,5
Mabasso	2,92
Laitela	2,64
Nhalungo	4,15

(1) Qual foi a família que mais toneladas de milho produziu?

(2) Qual foi a produção total obtida pelas cinco famílias?

(3) Qual foi a produção total obtida pelas famílias Mabasso, Laitela e Nhalungo?

8. Subtracção de números decimais

Um rectângulo tem 12,7*cm* de comprimento e 9,53*cm* de largura. Determine a diferença entre o comprimento e a largura.

Para determinar a diferença entre o comprimento e a largura, usa-se a operação de subtracção, e é dada por $12,7-9,53$.

Para obter o resultado, usa-se o método vertical.

Ao subtrair números decimais usando o método vertical, escrevem-se os números verticalmente com os separadores decimais alinhados e calcula-se como se estivesse a calcular números naturais, colocando a vírgula no resultado.

$$\begin{array}{rrcrr} & 1\ 2 & , & 7 & \\ - & 9 & , & 5 & 3 \\ \hline & 3 & , & 1 & 7 \end{array}$$

Logo, a diferença entre o comprimento e a largura é de 3,17*cm*.

Na subtracção de números decimais usando o método vertical:
1. Escreve-se um número debaixo do outro número de modo que os separadores decimais estejam alinhados;
2. Calcula-se a subtracção como se estivesse a calcular a subtracção de números naturais, partindo da menor casa;
3. Coloca-se a vírgula no resultado alinhado aos outros separadores.

Nota: Caso seja útil, os zeros podem ser colocados à direita do último algarismo, de modo que todos os números tenham o mesmo número de casas decimais.

$$\begin{array}{rrcrr} & 1\ 2 & , & 7 & 0 \\ - & 9 & , & 5 & 3 \\ \hline & 3 & , & 1 & 7 \end{array}$$

Exercícios

1. Calcule.

(1) $6 - 2{,}4$ (2) $5{,}6 - 4{,}2$ (3) $5{,}23 - 4{,}85$

(4) $8{,}73 - 6{,}78$ (5) $5{,}6 - 0{,}917$ (6) $9{,}26 - 2{,}457$

(7) $8{,}354 - 5{,}28$ (8) $15{,}8 - 7{,}35 - 3{,}541$ (9) $17{,}6 - 12{,}14$

(10) $15{,}231 - 13{,}087$ (11) $27{,}6 - 11{,}35 - 13{,}542$ (12) $15{,}7 - 9{,}24 - 0{,}817$

2. Uma camioneta, com a capacidade de 12,2 toneladas, está lotada de sacos de arroz, os quais serão distribuídos em três internatos. Se foram descarregados 8,3 toneladas de arroz nos dois primeiros internatos, quantas toneladas de arroz serão entregues no terceiro internato?

9. Multiplicação de números decimais

Um rectângulo tem 3,46*cm* de comprimento e 2,8*cm* de largura. Determine a sua área.

Para determinar a área do rectângulo, usa-se a operação de multiplicação, e é dada por $3{,}46 \times 2{,}8$.

Para obter o resultado, usa-se o método vertical.

Ao multiplicar números decimais usando o método vertical, escrevem-se os números alinhados verticalmente para a direita.

$$\begin{array}{rrrr} & 3, & 4 & 6 \\ \times & & 2, & 8 \\ \hline \end{array}$$

1º Passo

Ignora-se os separadores decimais e multiplica-se como se tratasse de números naturais.

$$\begin{array}{rrrrr} & & 3, & 4 & 6 \\ & \times & & 2, & 8 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & 8 \\ + & 6 & 9 & 2 & \\ \hline & 9 & 6 & 8 & 8 \end{array}$$

2º Passo

Encontra-se o número total de casas decimais dos números que está a multiplicar.

$$\begin{array}{rrrrr} & & 3, & 4 & 6 \\ & \times & & 2, & 8 \\ \hline & 2 & 7 & 6 & 8 \\ + & 6 & 9 & 2 & \\ \hline & 9 & 6 & 8 & 8 \end{array}$$

3,46 tem duas casas decimais.

2,8 tem uma casa decimal.

A soma é: 2 + 1 = 3.

3º Passo

Coloca-se a vírgula de modo que o resultado tenha a soma de casas decimais dos factores, partindo da direita para esquerda.

$$
\begin{array}{r}
3,\ 4\ \ 6 \\
\times \quad 2,\ 8 \\
\hline
2\ \ 7\ \ 6\ \ 8 \\
+\ 6\ \ 9\ \ 2\ \ \ \ \\
\hline
9,\ 6\ \ 8\ \ 8
\end{array}
\longleftarrow \text{O produto tem três casas decimais.}
$$

A área do rectângulo é 9,688cm^2.

Na multiplicação de números decimais usando o método vertical:

1. Escreve-se um número debaixo do outro de modo que os dois factores estejam alinhados mais para a direita;
2. Ignora-se os separadores decimais e calcula-se a multiplicação como se estivesse a calcular a multiplicação de números naturais;
3. Encontra-se o número total de casas decimais dos factores;
4. Coloca-se a vírgula de modo que o resultado tenha a soma de casas decimais dos factores, partindo da direita para esquerda.

10. Multiplicação de um número decimal por 10; 100; 1000; 0,1; 0,01 ou 0,001

- $4,73 \times 10 = 47,3$: a vírgula desloca-se uma casa para à direita;
- $4,73 \times 100 = 473$: a vírgula desloca-se duas casas para à direita;
- $4,73 \times 1000 = 4730$: a vírgula desloca-se três casas para à direita;
- $4,73 \times 0,1 = 0,473$: a vírgula desloca-se uma casa para à esquerda;
- $4,73 \times 0,01 = 0,0473$: a vírgula desloca-se duas casas para à esquerda;
- $4,73 \times 0,001 = 0,00473$: a vírgula desloca-se três casas para à esquerda.

Para multiplicar um número decimal por **10, 100 ou 1000**, desloca-se apenas a vírgula 1, 2 ou 3 posições, respectivamente para a direita (o número de posições deslocadas corresponde ao número de zeros).

Para multiplicar um número decimal por **0,1; 0,01 ou 0,001,** desloca-se apenas a vírgula 1, 2 ou 3 posições, respectivamente para a esquerda (o número de posições deslocadas corresponde ao número de casas decimais).

Exercícios

1. Calcule.

(1) $0,4\times0,3$ (2) $3,4\times0,8$ (3) $2,3\times1,2$ (4) $4,6\times2,5$

(5) $2,46\times1,5$ (6) $4,75\times3,4$ (7) $3,25\times1,24$ (8) $4,64\times2,36$

2. Escreva o resultado.

(1) $4,583\times10$ (2) $4,283\times1000$ (3) $3,4\times0,1$ (4) $0,075\times2,5$

(5) $0,004\times10$ (6) $0,1\times0,01$ (7) $4,75\times0,1$ (8) $254,5\times0,001$

3. Uma pessoa consome por dia 0,56*kg* de arroz. Quantos *kg* ela consome em 3 dias?

4. Calcule a área de um rectângulo que tem 24,27*cm* de comprimento e 13,8*cm* de largura.

5. Calcule a área de um quadrado que tem 5,4*cm* de lado.

11. Divisão de números decimais

1. Uma barra de ferro pesa 8,75*kg* e tem 2,5*m* de comprimento. Quantos *kg* pesa 1*m* desta barra?

Para determinar o peso de 1*m* desta barra, usa-se a operação de divisão, que é dada por $8,75\div2,5$.

O número de casas decimais do dividendo (8,75) é maior que o do divisor (2,5).

Então, para calcular a divisão, coloca-se na forma vertical.

$$\begin{array}{r|l} 8,75 & 2,5 \\ \hline & \end{array}$$

1º Passo

Ignora-se os separadores decimais e calcula-se a divisão como se tratasse da divisão de números naturais.

$$\begin{array}{r|l} 875 & 25 \\ \cline{2-2} -75 & 35 \\ \cline{1-1} 125 & \\ -125 & \end{array}$$

2º Passo

Calcula-se a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e do divisor.

$$\begin{array}{r|l} 8,75 & 2,5 \\ \cline{2-2} 75 & 3\ 5 \\ \cline{1-1} 1\ 25 & \\ -1\ 25 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

8,75 tem duas casas decimais

2,5 tem uma casa decimal

A diferença é: 2 – 1 = 1

3º Passo

Coloca-se a vírgula no quociente que tem 1 casa decimal, partindo da direita para esquerda.

$$\begin{array}{r|l} 8{,}75 & 2{,}5 \\ \cline{2-2} 75 & 3{,}5 \\ \cline{1-1} 125 & \\ -125 & \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

O quociente tem uma casa decimal.

Portanto, $8{,}75 \div 2{,}5 = 3{,}5$.

Um metro da barra de ferro pesa 3,5*kg*.

2. A família Mazivila, que recebe assistência alimentar do INGC no centro de acomodação de vítimas das cheias, na província de Gaza, consome 1,5*kg* de farinha de milho por dia. Em quantos dias a família Mazivila vai consumir 7,5*kg* de farinha de milho?

Para determinar o número de dias, usa-se a operação da divisão, que é dada por $7{,}5 \div 1{,}5$.

O número de casas decimais do dividendo (7,5) é igual ao do divisor (1,5).

Então, coloca-se na forma vertical para calcular a divisão.

$$\begin{array}{r|l} 7{,}5 & 1{,}5 \\ \cline{2-2} & \end{array}$$

1º Passo

Ignora-se os separadores decimais e calcula-se a divisão como se tratas-se da divisão de números naturais.

$$\begin{array}{r|l} 75 & 15 \\ \cline{2-2} -75 & 5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

2º Passo

Calcula-se a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e do divisor.

$$\begin{array}{r|l} 7{,}5 & 1{,}5 \\ \cline{2-2} -75 & 5 \\ \cline{1-1} 0 & \end{array}$$

7,5 tem uma casa decimal

1,5 tem uma casa decimal

A diferença é: $1 - 1 = 0$

Como o dividendo e o divisor tem o mesmo número de casas decimais, não será necessário colocar a vírgula no quociente, pois, a diferença entre o número de casas decimais é zero.

Portanto, $7{,}5 \div 1{,}5 = 5$.

A família Mazivila consumirá os 7,5*kg* de farinha de milho em 5 dias.

3. Um rectângulo tem $26{,}1m^2$ de área, sabendo que a largura mede 4,35*m*. Determine o comprimento do rectângulo.

Para determinar o comprimento do rectângulo, usa-se a operação da divisão, que é dada por $26{,}1 \div 4{,}35$.

O número de casas decimais do dividendo (26,1) é menor que o do divisor (4,35).

Assim, coloca-se um zero à direita do último algarismo do dividendo (26,1) para torná-lo 26,10, o qual passa a ter duas casas decimais. Então, calcula-se $26{,}10 \div 4{,}35$ como se tratasse de uma divisão de número naturais.

$$\begin{array}{r|l} 2\,6{,}1\,0 & \underline{4{,}3\,5} \\ -\,2\,6\,1\,0 & 6 \\ \hline 0 & \end{array}$$

Portanto, $26{,}10 \div 4{,}35 = 6$.
O comprimento do rectângulo é de $6m$.

Na divisão de números decimais:

1. Verifica-se, primeiro, o número de casas decimais do dividendo e do divisor.
   * Se o número das casas decimais do dividendo for maior ou igual ao número das casas decimais do divisor, coloca-se na forma vertical e calcula-se a divisão como se tratasse de uma divisão de números naturais;
   Após efectuar a divisão, calcula-se a diferença entre o número de casas decimais do dividendo e do divisor;
2. Coloca-se a vírgula no quociente de modo que o número encontrado de casas decimais seja a diferença entre o dividendo e o divisor, partindo da direita para esquerda .
   * Se o número de casas decimais do dividendo for menor que o número de casas decimais do divisor, coloca-se zeros à direita do último algarismo do dividendo de modo que o dividendo e o divisor tenham o mesmo número de casas decimais, coloca-se na forma vertical e calcula-se a divisão como se tratasse de uma divisão de números naturais.

12. Divisão de um número decimal por 10; 100; 1000; 0,1; 0,01 ou 0,001

- $2{,}46 \div 10 = 0{,}246$: a vírgula desloca-se uma casa para à esquerda;
- $2{,}46 \div 100 = 0{,}0246$: a vírgula desloca-se duas casas para à esquerda;
- $2{,}46 \div 1000 = 0{,}00246$: a vírgula desloca-se três casas para à esquerda;
- $2{,}46 \div 0{,}1 = 24{,}6$: a vírgula desloca-se uma casa para à direita;
- $2{,}46 \div 0{,}01 = 246$: a vírgula desloca-se duas casas para à direita;
- $2{,}46 \div 0{,}001 = 2460$: a vírgula desloca-se três casas para à direita.

- Ao dividir um número decimal por **10, 100 ou 1000**, apenas desloca-se a vírgula 1, 2 ou 3 posições para a esquerda, respectivamente (o número de posições deslocadas corresponde ao número de zeros).

- Ao dividir um número decimal por **0,1; 0,01 ou 0,001**, apenas desloca-se a vírgula 1, 2 ou 3 posições para a direita, respectivamente (o número de posições deslocadas corresponde ao número de casas decimais).

Exercícios

1. Calcule.

(1) $13{,}92 \div 4{,}8$ (2) $22{,}68 \div 6{,}3$ (3) $17{,}28 \div 5{,}4$

(4) $13{,}2 \div 1{,}2$ (5) $264{,}6 \div 4{,}2$ (6) $1783{,}6 \div 5{,}2$

(7) $21{,}7 \div 0{,}35$ (8) $482{,}6 \div 1{,}27$ (9) $874{,}8 \div 2{,}43$

2. Escreva o resultado.

(1) $2{,}14 \div 0{,}1$ (2) $2{,}146 \div 0{,}01$ (3) $3{,}426 \div 0{,}001$

(4) $124 \div 1000$ (5) $57{,}9 \div 100$ (6) $64{,}2 \div 10$

13. Resolução de problemas práticos envolvendo números decimais

1. De um edifício de 1º piso com a altura de 3,97 metros, foi construído outro piso com 2,88 metros de altura. Quantos metros, no total, o edifício terá?

2. Da altura de um edifício de 4,78 metros, foi construído um outro piso e a altura total do edifício passou a ser de 7,4 metros. Quantos metros de altura tem o piso aumentado?

3. A dona Júlia, entusiasta e chefe da comissão organizadora do baile de finalistas da sua escola, gastou 2,8 metros para fazer um vestido. Sabendo que o metro de tecido custa 68,5 MT, quanto dinheiro ela gastou para fazer o vestido?

4. Certo número de caixas de bolachas foi colocado numa balança e a balança marcou 25,5*kg*, sabendo que todas as caixas tinham o mesmo peso de 1,5*kg* cada. Quantas caixas de bolachas foram colocadas na balança?

Capítulo VI: Razões e proporções

1. Razão

O João usa 3 colheres de açúcar e 5 de leite para fazer o seu chá. A quantidade relativa entre o açúcar e o leite pode ser representada pela seguinte expressão 3 : 5.
A quantidade relativa representada pela expressão acima chama-se **razão** e lê-se 3 está para 5. Então, diz-se que 3 e 5 são os termos da razão.

Razão é a comparação relativa de duas grandezas na mesma unidade de medida e escreve-se $\boldsymbol{a : b}$. Lê-se $\boldsymbol{a}$ está para $\boldsymbol{b}$; o primeiro termo $\boldsymbol{a}$ chama-se **antecedente**, e o segundo termo $\boldsymbol{b}$ chama-se **consequente**.

Exercícios

Escreva as razões.

(1) $1g$ e $2g$ (2) $3d\ell$ e $2d\ell$ (3) $4cm$ e $1cm$

(4) $24m$ e $12m$ (5) $2kg$ e $12kg$ (6) 22ℓ e 120ℓ

(7) $12km$ e $12000m$ (8) $15000g$ e $18kg$ (9) $80d\ell$ e 32ℓ

2. Valor da razão

A razão do açúcar para o leite do primeiro exemplo é de 3 : 5. Ao dividir o primeiro número (3) pelo segundo número (5) obtém-se $\frac{3}{5}$. A este resultado chama-se valor da razão.

O valor da razão $\boldsymbol{a : b}$ é obtido pela expressão: $\boldsymbol{a} \div \boldsymbol{b} = \dfrac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{b}}$.

Exercícios

Determine o valor das seguintes razões.

(1) 1 : 2 (2) 1 : 5 (3) 2 : 1

(4) 3 : 7 (5) 12 : 18 (6) 4 : 2,5

(7) $\frac{1}{2} : \frac{1}{3}$ (8) 0,8 : 3 (9) 4,5 : 7,2

(10) $\dfrac{5}{7} : 4$ (11) $3 : \dfrac{3}{4}$ (12) $\dfrac{21}{5} : 1{,}5$

3. Equivalência de razões

Numa festa, o Raimundo diluiu 2ℓ de sumo concentrado em 4ℓ de água e 6ℓ de sumo concentrado em 12ℓ de água.

No primeiro caso, a razão do sumo para água é dada por 2 : 4, e o valor da razão será dado por $2 \div 4 = \dfrac{2}{4} = \dfrac{1}{2}$.

No segundo caso, a razão do sumo para água é dada por 6 : 12 , e o valor da razão será dado por $6 \div 12 = \dfrac{6}{12} = \dfrac{1}{2}$.

Os valores das razões são iguais. Portanto, diz-se que as duas razões 2 : 4 e 6 : 12 são **equivalentes**.

Relação entre duas razões equivalentes

Ao multiplicar ambos termos da razão 2 : 4 por 3, obtém-se 6 : 12.

Ao dividir ambos termos da razão 6 : 12 por 3, obtém-se 2 : 4.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] 2 \arrow[rrrr, bend left, "\times 3"] & : & 4 \arrow[rrrr, bend right, "\times 3"'] & = & 6 & : & 12 \end{tikzcd} \qquad \begin{tikzcd}[column sep=small] 6 \arrow[rrrr, bend left, "\div 3"] & : & 12 \arrow[rrrr, bend right, "\div 3"'] & = & 2 & : & 4 \end{tikzcd}$$

> Se duas razões têm o mesmo valor da razão, diz-se que as mesmas são **equivalentes**.
> Quando multiplica-se ou divide-se os termos da razão pelo mesmo número, diferente de zero, obtém-se uma **razão equivalente**.

4. Simplificação da razão

Considere, de novo, o exemplo anterior. Ao dividir ambos termos da razão 6 : 12 por 6, obtém-se 1 : 2. Uma vez que não há divisor comum de 1 e 2, diz-se que a razão 1 : 2 está na sua forma mais simples.

$$\begin{tikzcd}[column sep=small] 6 \arrow[rrrr, bend left, "\div 6"] & : & 12 \arrow[rrrr, bend right, "\div 6"'] & = & 1 & : & 2 \end{tikzcd}$$

Ao simplificar uma razão de fracção ou termos decimais, a razão deve ser convertida para uma razão de números inteiros, multiplicando ambos termos pelo mesmo número e simplificando até que seja irredutível.

Exemplos:

(1) $\frac{3}{4}:\frac{5}{6}$

$=\frac{3}{4}\times 12:\frac{5}{6}\times 12$

$=9:10$

(2) $1,2:2,4$

$=1,2\times 10:2,4\times 10$

$=12:24$

$=12\div 12:24\div 12$

$=1:2$

À transformação de uma razão numa razão equivalente dos menores números inteiros possíveis chama-se **simplificação da razão**.

Exercícios

1. Simplifique as seguintes razões.

(1) 3 : 6 (2) 4 : 10 (3) 6 : 9

(4) 16 : 48 (5) 96 : 12 (6) $\frac{2}{3}:\frac{4}{5}$

(7) $1\frac{1}{3}:2\frac{2}{5}$ (8) 96 : 2,4 (9) 4,5 : 7,2

2. Escreva as seguintes razões na forma mais simples.

(1) 2*g* : 4*g* (2) 4$d\ell$: 6$d\ell$ (3) 6*dm* : 8*dm*

(4) 24c*m* : 18c*m* (5) 4 dias : 36 dias (6) $3,4\ell:5,1\ell$

(7) 64*mm* : 4*mm* (8) 1,3*kg* : 390*kg* (9) 1,5 horas : 30 minutos

5. Aplicação da razão

Uma das turmas da 4ª classe da escola primária, na povoação de Queme, distrito de Massinga, tem 36 alunos.

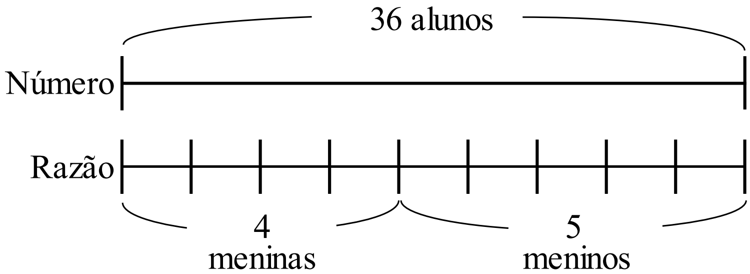
A razão das meninas para os meninos é de 4 : 5.

(1) Encontre o número de meninas na turma.

(2) Encontre o número de meninos na turma.

Resolução:

(1) A turma é dividida em 9 partes, 4 das quais representam as meninas e as 5 restantes representam os meninos. Assim, $\frac{4}{4+5}$ ou $\frac{4}{9}$ da turma são meninas.



O número de meninas pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\frac{4}{4+5}\times 36=\frac{4}{9}\times 36=16\,.$$

Portanto, a turma tem 16 meninas.

(2) $\frac{5}{4+5}$ ou $\frac{5}{9}$ da turma são meninos. O número de meninos pode ser calculado da seguinte maneira:

$$\frac{5}{4+5}\times 36=\frac{5}{9}\times 36=20\,.$$

Portanto, a turma tem 20 meninos.

Quando uma grandeza é dividida numa razão de $\boldsymbol{a}:\boldsymbol{b}$,

$$\boxed{\text{A grandeza de } \boldsymbol{a}}=\frac{\boldsymbol{a}}{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}\times\boxed{\text{A grandeza original}}$$

$$\boxed{\text{A grandeza de } \boldsymbol{b}}=\frac{\boldsymbol{b}}{\boldsymbol{a}+\boldsymbol{b}}\times\boxed{\text{A grandeza original}}$$

Exercícios

1. A Érica partilhou, com a sua irmã mais nova, a fita de 2,5m que recebeu da sua tia. Quantos metros de fita deverá receber cada uma das irmãs para que a razão das fitas da Érica e da sua irmã seja de 3 : 2.

2. Por ocasião da passagem de mais um dia da criança assinalado a 1 de Junho último, o Diamantino e o seu irmão compraram um brinquedo que custou 54 MT. Uma vez que a razão do dinheiro que o Diamantino e o seu irmão contribuíram é de 4 : 5, quanto é que cada um deles contribuiu?

6. Proporções

O Sr. Jonas é um revendedor autorizado de crédito de todas as operadoras de telefonia móvel. Ele ganha 1 MT por cada recarga de 10 MT que vende. Se ele vender 2 recargas de 10 MT, ganha 2 MT e assim sucessivamente.
As razões do lucro para venda é de 1 : 10 e 2 : 20, as quais têm o mesmo valor de razão. Portanto, elas podem ser ligadas com o sinal de igualdade, isto é, $1:10=2:20$. Esta igualdade chama-se **proporção**.

Se as duas razões estão ligadas pelo sinal de igualdade, diz-se que formam uma proporção.
Numa proporção $\boldsymbol{a : b = c : d}$, os termos externos, ***a*** e ***d***, chamam-se **extremos** e os termos internos, ***b*** e ***c***, chamam-se **meios**.

extremos
$a : b = c : d$
meios

7. Aplicação da proporção

A proporção significa que duas razões são iguais. 2 : 3 e 4 : 6 são razões equivalentes, portanto, 2 : 3 = 4 : 6. Considere o produto dos extremos e o produto dos meios.
O produto dos extremos: $2 \times 6 = 12$.
O produto dos meios: $3 \times 4 = 12$.
Então diz-se que o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.

Exemplos:

1. Encontre os valores de b e d nas proporções:

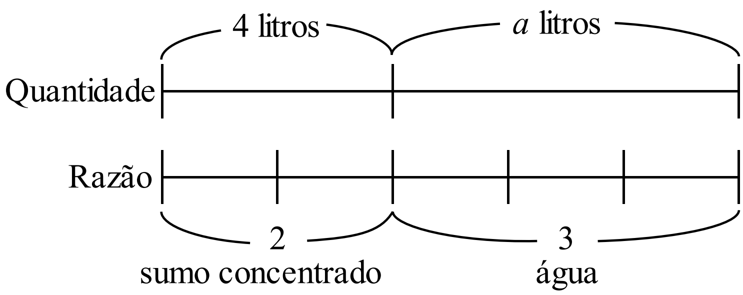
(a)
$$12 : 24 = b : 2$$
$$24 \times b = 12 \times 2$$
$$24 \times b = 24$$
$$b = 1$$

(b)
$$8 : 14 = 4 : d$$
$$8 \times d = 14 \times 4$$
$$8 \times d = 56$$
$$d = 7$$

2. Numa festa de encerramento do ano lectivo, misturou-se um sumo concentrado com água, numa razão de 2 : 3.
(1) Que quantidade de água é misturada com 4 litros de sumo concentrado?
(2) Que quantidade de água tem-se em 10 litros de sumo diluído?

Resolução:
(1) Seja a : a quantidade de água misturada em 4 litros de sumo concentrado.

$$2 : 3 = 4 : a$$
$$2 \times a = 3 \times 4$$
$$2 \times a = 12$$
$$a = 6$$

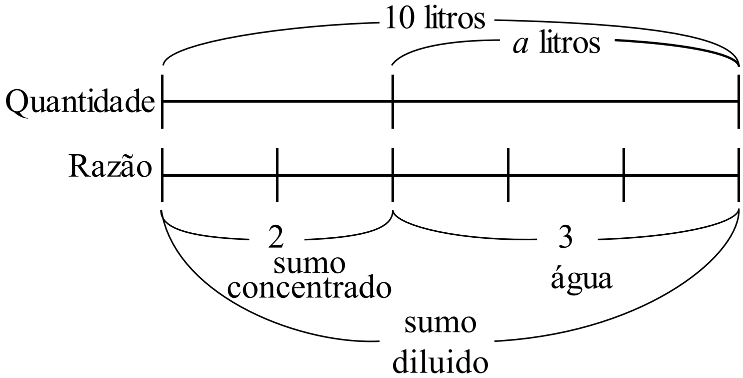


A quantidade de água misturada com 4 litros de sumo concentrado é de 6 litros.

(2) Uma vez que a razão de sumo concentrado para água é de 2 : 3, 2 litros de sumo concentrado e 3 litros de água tornam-se 5 litros de sumo diluído. Isto significa que a razão da água para o sumo diluído é de 3 : 5. Portanto, para encontrar a quantidade de água:
Seja a: a quantidade de água em 10 litros de sumo diluído.

$3:5 = a:10$
$5 \times a = 3 \times 10$
$5 \times a = 30$
$a = 6$

Em 10 litros de sumo diluído, tem-se 6 litros de água.



Numa proporção, o produto dos extremos é igual ao produto dos meios.
Se $\boldsymbol{a:b=c:d}$, então, $\boldsymbol{a \times d = b \times c}$.

Exercícios

1. Encontre os valores dos espaços em branco.

(1) $1:2=2:$ ___ (2) $2:3=$ ___ $:6$ (3) ___ $:10=1:5$

(4) $4:5=16:$ ___ (5) $12:$ ___ $=48:52$ (6) $\frac{2}{5}:\frac{3}{5}=24:$ ___

(7) $\frac{1}{3}:\frac{1}{5}=$ ___ $:3$ (8) ___ $:5=0{,}3:1{,}5$ (9) $2{,}8:6{,}3=0{,}8:$ ___

2. As quantidades do açúcar e da farinha usadas para fazer um bolo têm a razão de 2 : 5. Ao usar 150g de farinha, quantas gramas de açúcar serão necessárias?

3. Um campo rectangular foi traçado num espaço desportivo cuja razão do comprimento para a largura é de 5 : 3.
(1) Se o campo tiver 12m de largura, quantos metros de comprimento o mesmo terá?
(2) Se o campo tiver 15m de comprimento, quantos metros de largura o mesmo terá?

4. Pode-se fazer 8 litros de sumo diluído, com 1 litro de sumo concentrado.
(1) Escreva a razão do sumo concentrado para a água.
(2) Que quantidade de água é necessária para diluir 5 litros de sumo concentrado?
(3) Que quantidade de sumo concentrado é necessária para fazer 40 litros de sumo pronto a tomar?

8. Escala

No nosso quotidiano, existem situações em que não é possível desenhar objectos em tamanho real, por exemplo, na concepção de projectos para a construção de casas de habitação e/ou para a edificação de prédios, etc. Neste caso, para representar estas situações, reduzem-se as medidas reais numa determinada razão.

Essas medidas devem ser reduzidas de maneira proporcional às medidas do tamanho real para que o desenho retrate, fielmente, o objecto reproduzido.
Observe o mapa de Moçambique à direita, nele estão representadas as capitais provinciais.
A razão 1 : 26000000 representada no mapa dá-se o nome de **escala.** Ela mostra a razão da distância no mapa para a distância real. Isto significa que 1*cm* no mapa equivale a 26 000 000*cm* da distância real.

1. A distância entre as cidades da Beira e Inhambane é de 800*km* que correspondem a 4*cm* num mapa. Determine a escala usada.
Escala = distância no mapa: distância real
Escala = 4 : 80000000
Escala = $4 \div 4 : 80000000 \div 4$
Escala = 1 : 20000000
A escala usada no mapa é de 1 : 20000000.

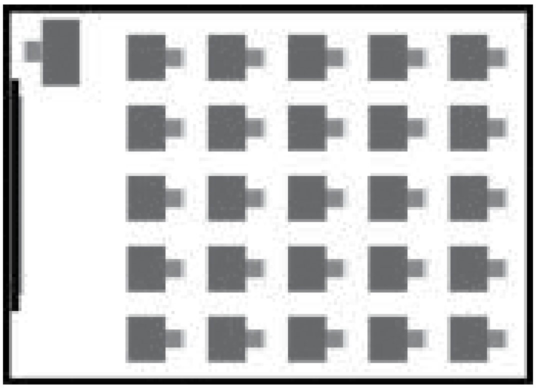
2. Um mapa de uma parte da cidade de Maputo tem uma escala de 1:25000.
A distância do Hospital Central de Maputo para os Correios de Moçambique, na rua de Tchamba é de 2*cm* no mapa. Qual é a distância real do Hospital Central de Maputo para os Correios de Moçambique?

Resolução:
Seja *d*: distância real do hospital para os correios.

$1:25000 = 2:d$
$\Leftrightarrow 1 \times d = 25000 \times 2$
$\Leftrightarrow d = 25000 \times 2$
$\Leftrightarrow d = 50000$

Portanto, a distância real do Hospital Central de Maputo para os Correios de Moçambique é de $50000cm = 500m$.

3. Pretende-se fazer uma planta de uma sala de aula na escala de $1:20$. A sala tem como largura e comprimento reais $7m$ e $8m$, respectivamente.



(1) Qual é a largura da sala de aula na planta?

(2) Qual é o comprimento da sala de aula na planta?

Resolução:

(1) A largura real é de $7m = 700cm$.

Seja ℓ: A largura da sala de aula na planta.

$1:20 = \ell:700$

$\Leftrightarrow 1 \times 700 = 20 \times \ell$

$\Leftrightarrow 20 \times \ell = 1 \times 700$

$\Leftrightarrow \ell = \dfrac{700}{20}$

$\Leftrightarrow \ell = 35$

A largura da sala de aula na planta é de 35 cm.

(2) O comprimento real é de $8m = 800cm$.

Seja c: o comprimento da sala de aula na planta.

$1:20 = c:800$

$\Leftrightarrow 1 \times 800 = 20 \times c$

$\Leftrightarrow 20 \times c = 1 \times 800$

$\Leftrightarrow c = \dfrac{800}{20}$

$\Leftrightarrow c = 40$

O comprimento da sala de aula na planta é de $40cm$.

A razão do comprimento, no desenho ou modelo para o objecto real, chama-se **escala**.

Escala = comprimento do desenho : comprimento real

Exercícios

1. O João viu o catálogo de um carro cujo desenho tinha $8{,}8cm$ de comprimento, mas o tamanho real é de $4{,}4m$ de comprimento. Qual é a escala usada entre o tamanho do desenho e o tamanho real?

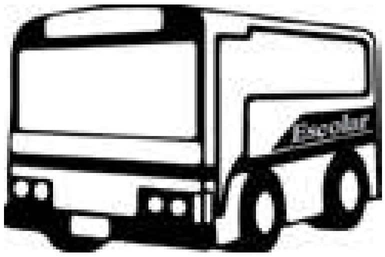
2. Considere um mapa que está na escala de $1:2000$. A distância entre duas localidades vizinhas no mapa é de $4cm$. Calcula a distância real entre as duas localidades.

3. O desenho de um canteiro rectangular foi feito à escala de $1:2000$. Sabendo que o desenho tem como dimensões $2cm$ por $4{,}5cm$. Calcule, em metros, as dimensões reais do canteiro.

4. Uma machamba rectangular tem 120m de comprimento e 80m de largura. Usando a escala de 1: 4000, determine as medidas da machamba no desenho, em centímetros.

5. Um arquitecto pretende desenhar a planta de uma casa com 10m de comprimento e 7m de largura na escala de $1:100$. Que dimensões terá a planta da casa em projecção?

6. O Sr. Canivete tem o modelo de um autocarro, com 6cm de comprimento. O autocarro real tem 9m de comprimento.

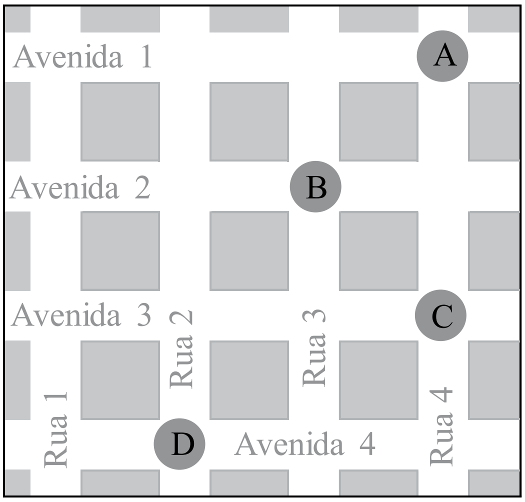


(1) Qual é a escala do modelo?
(2) Se a altura do modelo é de 2,4cm, qual é a altura real do autocarro?
(3) Se a largura do autocarro real é de 2,4m, qual é a largura do modelo?

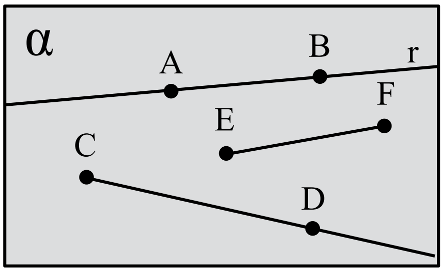
Capítulo VII: Espaço e forma

1. Ponto, recta e plano

No mapa à direita, "A" situa-se na intersecção da avenida 1 e rua 4; "B" situa-se na intersecção da avenida 2 e rua 3; "C" situa-se na intersecção da avenida 3 e rua 4 e "D" situa-se na intersecção da avenida 4 e rua 2. O lugar em que cada letra está situada chama-se **ponto**. Uma linha pode ser obtida ao unir um ponto a outro ponto.



De acordo com a figura ao lado:



A linha que passa pelos pontos A e B e não tem fim é uma **linha recta ou recta**. Uma recta pode ser representada por dois pontos, AB, ou por uma letra minúscula, r.

A linha que parte do ponto C e passa pelo ponto D é uma **semi-recta**.

A linha que une os pontos E e F é a distância mais curta entre eles. E, chama-se **segmento de recta**.

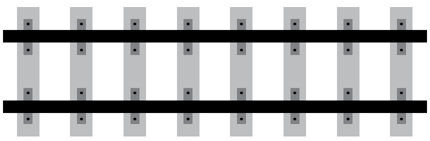
A figura ao lado na qual estão representadas as rectas e os pontos é um **plano**.

> O lugar em que um objecto está situado no espaço é representado por um **ponto**. O ponto é designado por letra maiúscula.
> Uma **linha recta ou recta** não tem principio e não tem fim. Uma **semi-recta** tem principio e não tem fim.
> A distância mais curta entre dois pontos chama-se **segmento de recta**.
> Um **plano** é uma superfície lisa onde representam-se as rectas e os pontos.

2. Relação entre duas rectas no plano

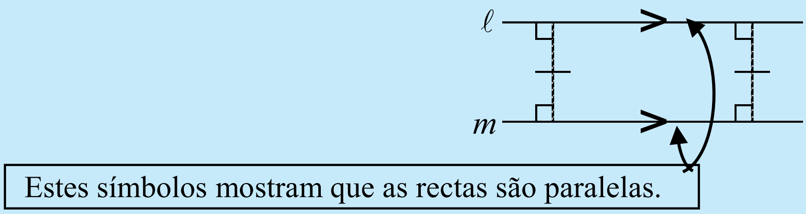
2.1 Rectas paralelas

Observe a figura ao lado:



A distância entre os carris da linha férrea é sempre a mesma e não se cruzam (não se intersectam). Portanto, diz-se que são rectas paralelas.

Como a distância entre as duas rectas, ℓ e m, é sempre a mesma, e elas não se intersectam, diz-se que são **paralelas** e representa-se por $\ell // m$.



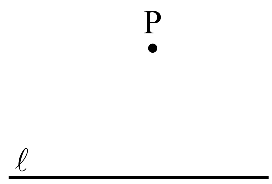
Construção de rectas paralelas

Para traçar duas rectas paralelas pode-se usar os seguintes métodos:

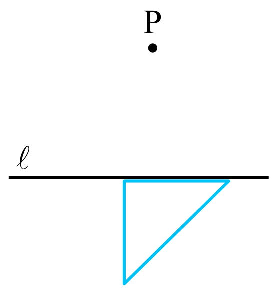
1º Método

Uma recta paralela à outra recta que passa por um dado ponto externo, usando um conjunto de esquadros.

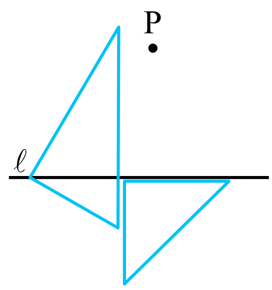
1. Dada a recta ℓ e um ponto externo P.



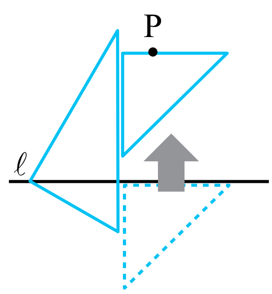
2. Coloca-se o esquadro junto da recta ℓ.



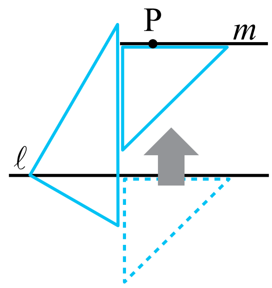
3. Coloca-se o outro esquadro junto do primeiro esquadro.



4 Desliza-se o primeiro esquadro junto do segundo esquadro até à posição em que o lado do esquadro toca o ponto P, mantendo o segundo esquadro fixo exactamente na mesma posição.



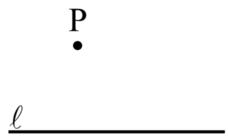
5. Traça-se a recta *m* que passa pelo ponto P.
   A recta *m* traçada é paralela a recta ℓ.



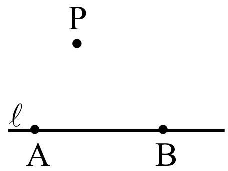
2º Método

Uma recta paralela à outra recta que passa por um dado ponto externo, usando um compasso e uma régua.

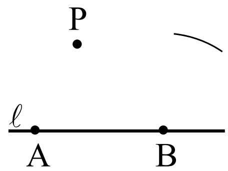
1. Dada a recta ℓ e um ponto externo P.



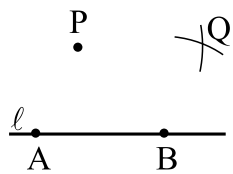
2. Marca-se os pontos A e B na recta ℓ.



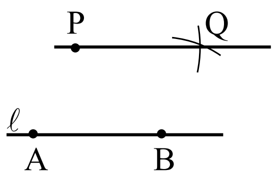
3. Faz-se abertura do compasso corresponder à distância AP.
   Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto B, com a mesma abertura AP.
   Traça-se um arco no lado P.



4 Faz-se a abertura do compasso corresponder à distância AP.
   Colaca-se a ponta seca do compasso no ponto P, com a mesma abertura AB.
   Traça-se um arco de modo que os dois arcos se cruzem.
   Marca-se o ponto Q no cruzamento dos arcos.



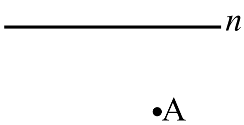
5. Traça-se uma recta que passa pelo ponto P e por Q (onde os arcos se cruzam).
   A recta traçada PQ é paralela a recta ℓ.



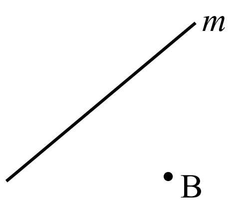
Exercícios

1. Trace uma recta que passa pelo ponto dado e que a mesma seja paralela à recta dada.

(1)



(2)

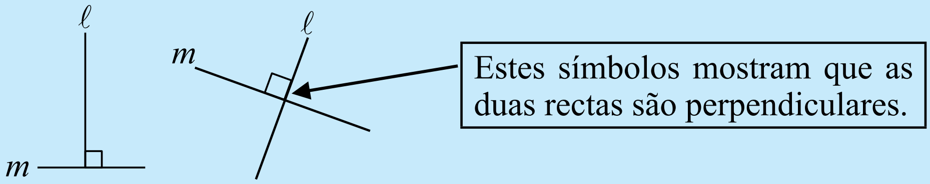


2.2 Rectas perpendiculares

Observe a figura ao lado:

Na figura ao lado, nota-se que as duas estradas intersectam-se formando um ângulo de 90º, por isso diz-se que as duas estradas são **perpendiculares**.

Se duas rectas ℓ e m intersectam-se formando um ângulo de 90º, diz-se que são **rectas perpendiculares** e representa-se por $\boldsymbol{\ell} \perp \boldsymbol{m}$.



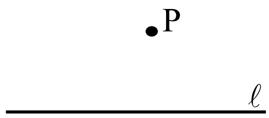
Construção de rectas perpendiculares

Para traçar duas rectas perpendiculares pode-se usar os seguintes métodos:

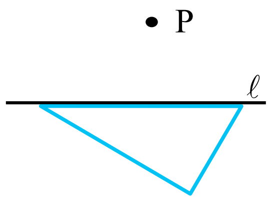
<u>1º Método</u>

Uma recta perpendicular à outra recta que passa por um dado ponto externo, usando um conjunto de esquadros.

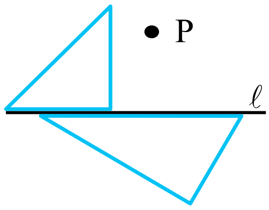
1. Dada a recta ℓ e um ponto externo P.



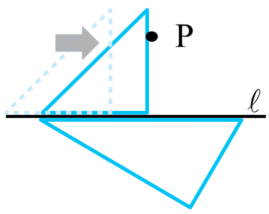
2. Coloca-se o esquadro junto da recta ℓ.



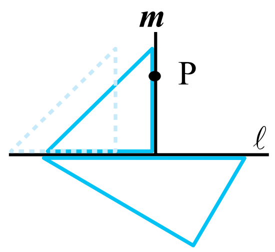
3. Coloca-se o outro esquadro junto do primeiro esquadro.



4 Desliza-se o segundo esquadro junto do primeiro esquadro até à posição em que o lado do esquadro toca o ponto P, mantendo o primeiro esquadro fixo exactamente na mesma posição.



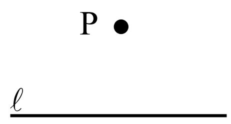
5. Traça-se a recta m que passa pelo ponto P.
   A recta m traçada é perpendicular a recta ℓ.



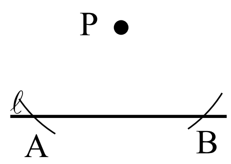
<u>2º método</u>

Uma recta perpendicular à outra que passa por um dado ponto externo, usando o compasso e uma régua.

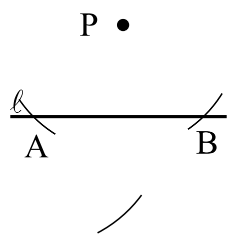
1. Dada a recta ℓ e um ponto externo P.



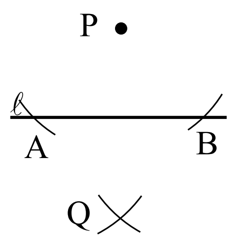
2. Coloca-se a ponta seca do compasso em P.
   Faz-se a abertura do compasso corresponder a uma distância maior que à distância para a linha dada.
   Com a mesma abertura do compasso, traça-se arcos pela recta para cada lado de P e nomeia-se os pontos, A e B.



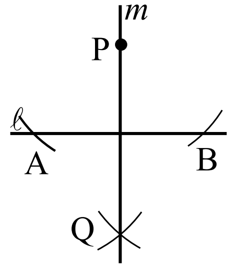
3. Coloca-se a ponta seca do compasso em A.
   Traça-se um arco no outro lado da recta ℓ.



4. Coloca-se a ponta seca do compasso em B e, com a mesma abertura do compasso, repetindo o procedimento anterior de modo que os dois arcos se cruzem e, depois, marca-se o ponto Q no cruzamento dos arcos.



5. Traça-se uma recta m que passa por P e por Q (onde os arcos se cruzam).
   A recta m traçada é perpendicular à recta AB.

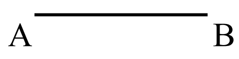


Mediatriz de um segmento de recta

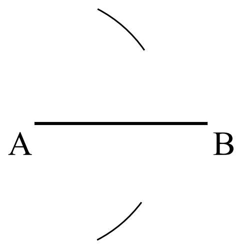
A mediatriz de um segmento de recta [AB] é uma recta perpendicular ao segmento de recta [AB] que divide o segmento de recta [AB] em duas partes iguais.

Para traçar a mediatriz de um segmento de recta, usando o compasso e uma régua, procede-se da seguinte maneira:

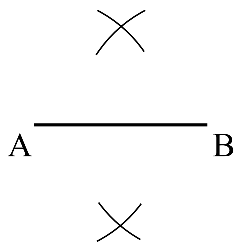
1. Dado um segmento de recta [AB].



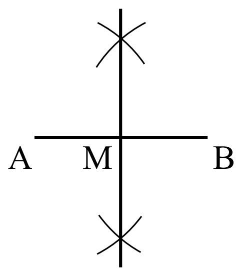
2. Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto A.
   Faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do segmento de recta [AB].
   Com a mesma abertura do compasso, traça-se um arco para cada lado do segmento [AB].



3. Ainda com a mesma abertura do compasso, coloca-se a ponta seca do compasso no ponto B, repetindo o procedimento anterior de modo que os dois arcos se cruzem.



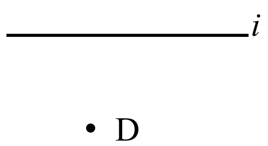
4. Traça-se uma recta que passa pelos pontos de cruzamento dos arcos.
   A recta traçada é perpendicular ao segmento de recta [AB] e divide o segmento de recta [AB] em dois segmentos iguais $(\overline{AM} = \overline{BM})$, isto é, a mediatriz do segmento [AB].



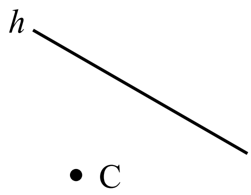
Exercícios

1. Trace uma recta que passa pelo ponto dado e que a mesma seja perpendicular à recta dada.

(1)

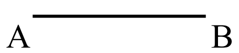


(2)

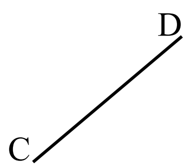


2. Trace a mediatriz da recta dada.

(1)



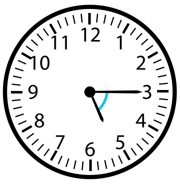
(2)



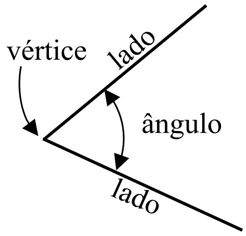
3. Ângulos

3.1 Ângulo

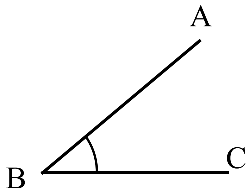
Observe a figura.



Há uma abertura entre os ponteiros do relógio. A abertura compreendida entre os ponteiros de relógio chama-se **ângulo**. Um ângulo é formado por duas semi-rectas e um ponto. As duas semi-rectas chamam-se **lados** do ângulo e o ponto no qual as duas semi-rectas se cruzam chama-se **vértice** do ângulo.



O ângulo ao lado chama-se "ângulo B" e escreve-se $\angle B$. O mesmo ângulo, também, chama-se "ângulo ABC", usando os pontos dos lados e o vértice, escreve-se $\angle ABC$.



A figura formada por duas semi-rectas com a mesma origem (vértice) chama-se **ângulo** e representa-se por uma letra maiúscula; três letras maiúsculas, ou ainda, por uma letra minúscula. Ao indicar o ângulo usando três letras, a letra do meio deve corresponder ao vértice.

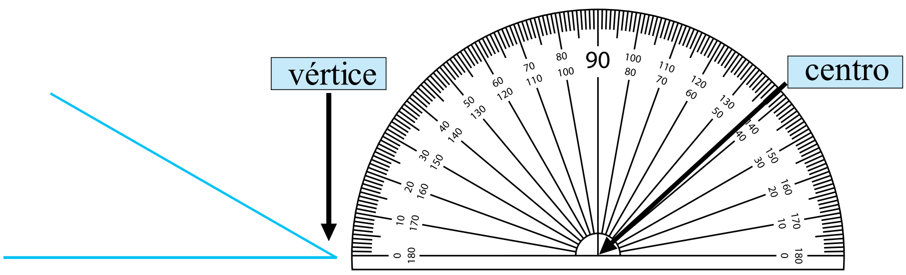
3.2 Medição de ângulos

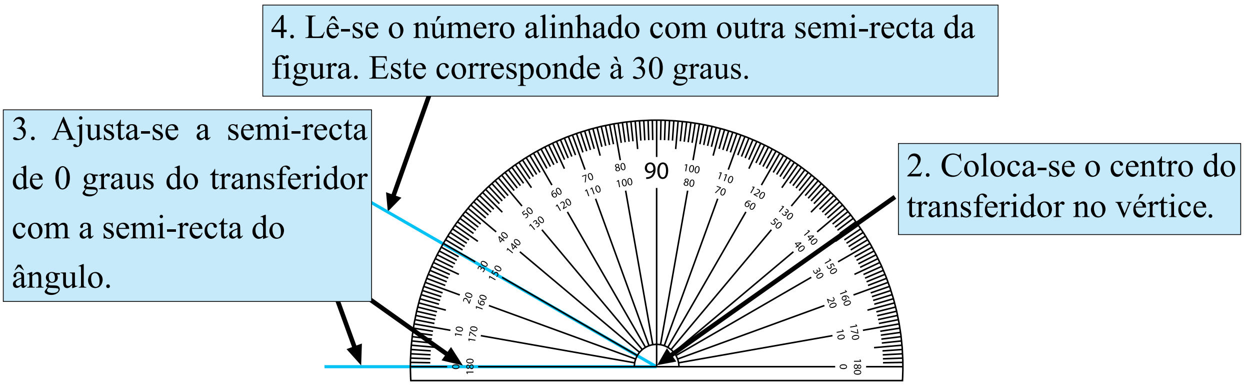
A amplitude de um ângulo corresponde à abertura de uma semi-recta para outra, e mede-se em graus, os quais escrevem-se º. A amplitude de um ângulo é somente determinada pela extensão da sua abertura.

<u>Como medir um ângulo</u>

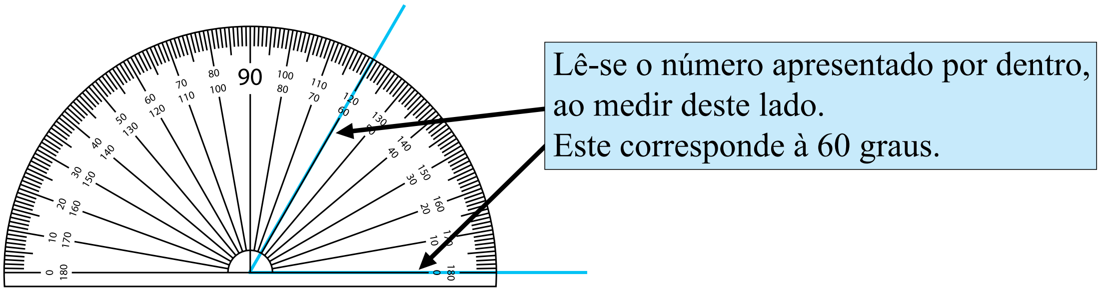
Para medir um ângulo, usa-se o transferidor.

1. Dado um ângulo e um transferidor.



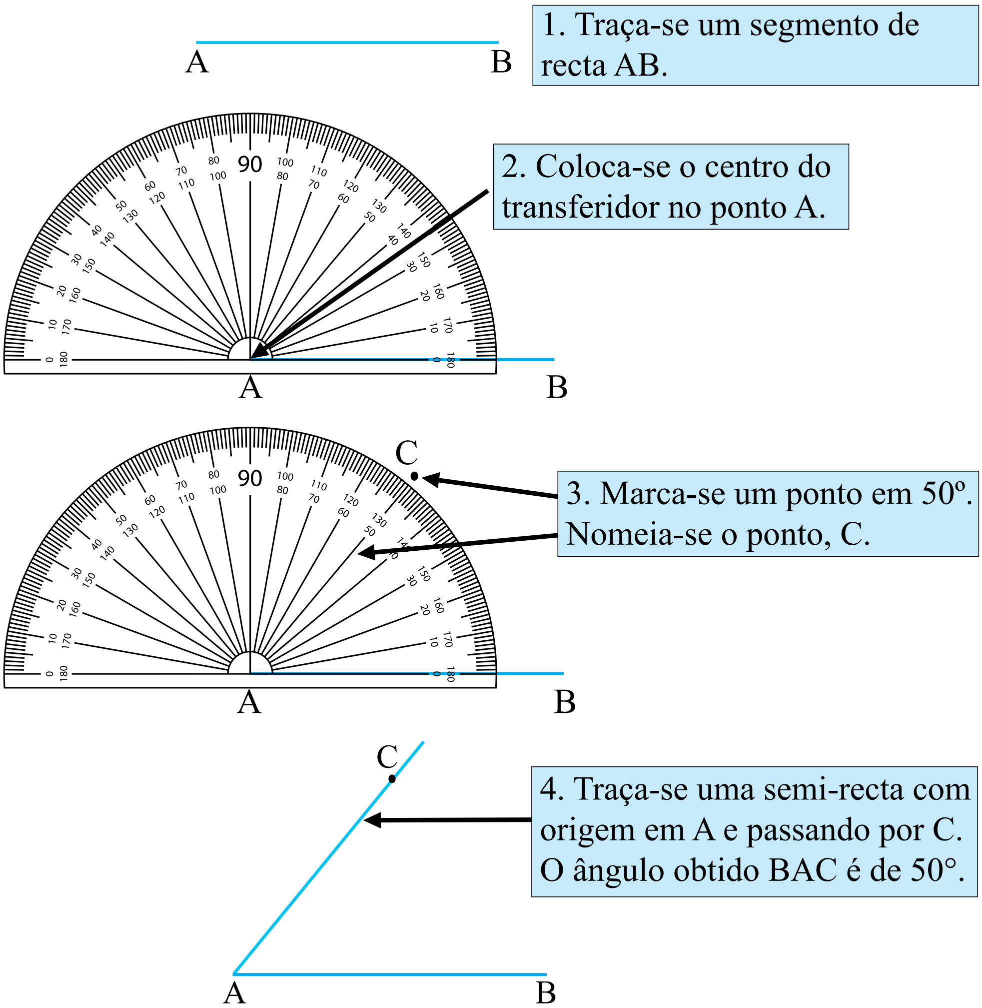


Ao medir do lado contrário, leia o número no meio de cada recta do ângulo.



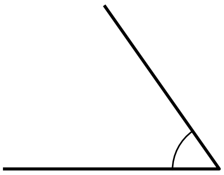
Como traçar um ângulo

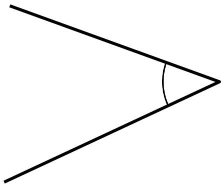
Para traçar um ângulo de 50º, procede-se da seguinte maneira:

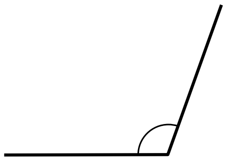


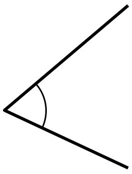
Exercícios

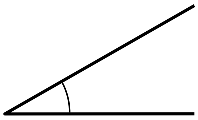
1. Usando o transferidor, determine a amplitude dos seguintes ângulos.

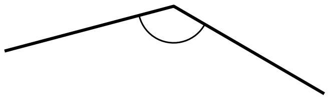
(1) 

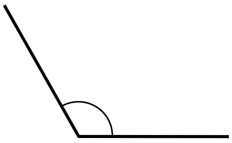
(2) 

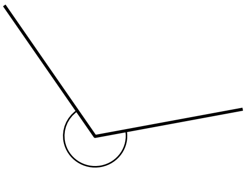
(3) 

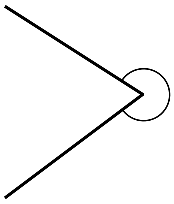
(4) 

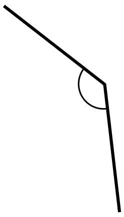
(5) 

(6) 

(7) 

(8) 

(9) 

(10) 

2. Construa os ângulos correspondentes às seguintes amplitudes.

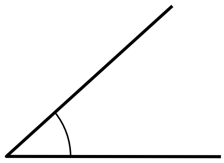
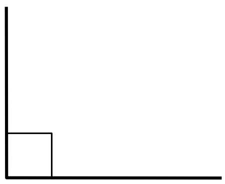
(1) 40º (2) 75º (3) 90º (4) 118º

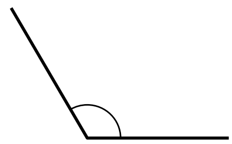
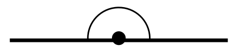
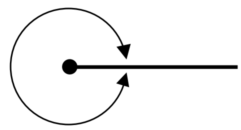
(5) 143º (6) 166º (7) 195º (8) 246º

(9) 294º (10) 320º

3.3 Classificação dos ângulos

Os ângulos são classificados de acordo com as suas amplitudes.

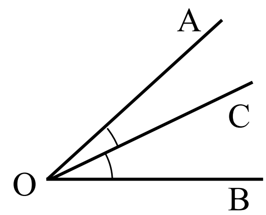
Classificação	Definição	Representação
Agudo	Quando a sua amplitude é maior que 0º e menor que 90º.	
Recto	Quando a sua amplitude é igual a 90º.	

Obtuso	Quando a sua amplitude é maior que 90^{o} e menor que 180^{o}.	
Raso	Quando a sua amplitude é igual a 180^{o}.	
Giro	Quando a sua amplitude é igual a 360^{o}.	

3.4 Pares de ângulos

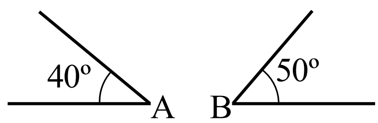
3.4.1 Ângulos adjacentes

Os ângulos $\angle AOC$ e $\angle COB$ são consecutivos, partilham um lado comum OC e um vértice comum O, e não se sobrepõem. Portanto, diz-se que são **ângulos adjacentes**.



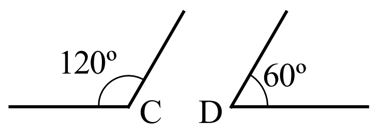
3.4.2 Ângulos complementares

Diz-se que dois ângulos, cuja soma é 90 graus, são **ângulos complementares**. Os ângulos A e B são ângulos complementares porque $\angle A + \angle B = 90°$.



3.4.3 Ângulos suplementares

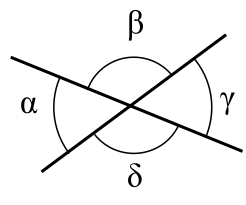
Diz-se que dois ângulos, cuja soma é 180 graus, são **ângulos suplementares**. Os ângulos C e D são ângulos suplementares porque $\angle C + \angle D = 180°$.



3.4.4 Ângulos verticalmente opostos

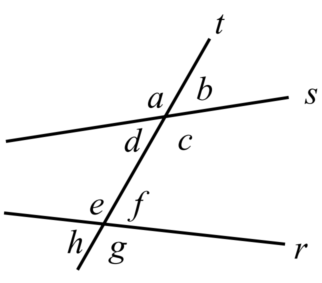
Quando duas rectas se cruzam, formam dois pares de ângulos chamados opostos, ou seja, **ângulos verticalmente opostos** (opostos pelo vértice). Os ângulos verticalmente opostos têm a mesma amplitude.

$\alpha = \gamma$ e $\beta = \delta$.



3.4.5 Ângulos correspondentes e ângulos alternos

Observe a figura:



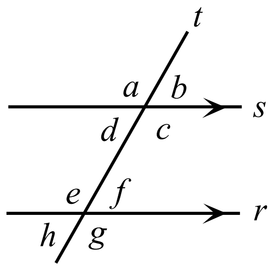
A recta *t* atravessa as rectas *s* e *r*, portanto chama-se **recta transversal**.

Os pares de ângulos *a* e *e*, *b* e *f*, *c* e *g*, *d* e *h* chamam-se **ângulos correspondentes**.

Os pares de ângulos *c* e *e*, *d* e *f* chamam-se **ângulos alternos internos**.

Os pares de ângulos a e g, b e h chamam-se **ângulos alternos externos**.

Se duas rectas, s e r são paralelas, então, os ângulos correspondentes, os ângulos alternos internos e os ângulos alternos externos, são iguais, isto é, $\angle a=\angle e$, $\angle b=\angle f$, $\angle c=\angle g$, $\angle d=\angle h$, $\angle c=\angle e$, $\angle d=\angle f$, $\angle a=\angle g$, $\angle b=\angle h$.

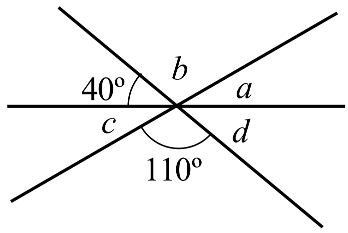


Inversamente, se os ângulos correspondentes, os ângulos alternos internos e os ângulos alternos externos são iguais, então, as duas rectas, s e r são paralelas.

Se duas rectas são paralelas, então os ângulos correspondentes, os ângulos alternos internos e os ângulos alternos externos são iguais.
Inversamente, se os ângulos correspondentes, os ângulos alternos internos e os ângulos alternos externos são iguais, então as duas rectas são paralelas.

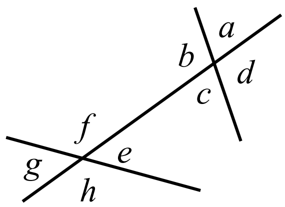
Exercícios

1. Três rectas intersectam-se no mesmo ponto. Determine as amplitudes do $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ e $\angle d$.

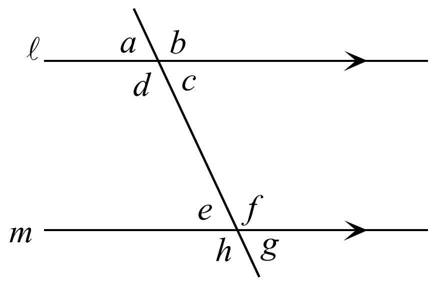


2. Indique todos os pares de ângulos na seguinte figura.

Ângulos correspondentes	
Ângulos alternos internos	
Ângulos alternos externos	
Ângulos verticalmente opostos	

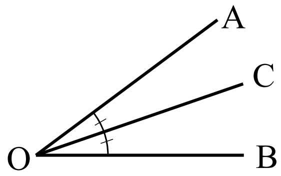


3. Sendo $\ell // m$ e $\angle a = 65°$, determine as amplitude do $\angle b$, $\angle c$, $\angle d$, $\angle e$, $\angle f$, $\angle g$ e $\angle h$.



3.5 Bissectriz de um ângulo

A semi-recta OC divide ∠AOB em duas partes iguais, como ∠AOC=∠COB, então, a semi-recta OC chama-se **bissectriz do ângulo** ∠AOB.

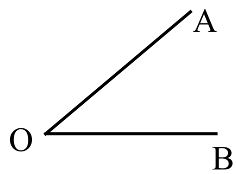


A semi-recta que divide um ângulo em duas partes iguais chama-se **bissectriz do ângulo**.

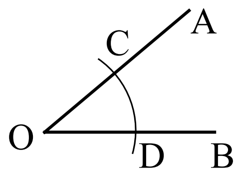
Construção da bissectriz de um ângulo

Para construir a bissectriz de um ângulo, procede-se da seguinte maneira:

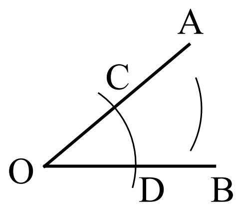
1. Dado um ângulo AOB.



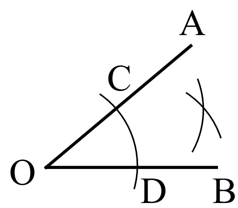
2. Coloca-se a ponta seca do compasso no vértice O do ângulo e traça-se um arco que intersecta cada lado do ângulo obtendo os pontos C e D respectivamente.



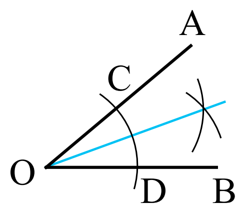
3. Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto C e traça-se um arco na região entre os lados do ângulo.



4. Com a mesma abertura do compasso, coloca-se a ponta seca do compasso no ponto D e traça-se um arco de modo que os dois arcos se cruzem.



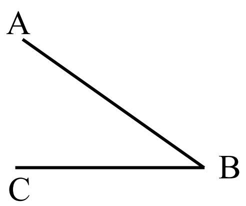
5. Traça-se uma semi-recta que parte de O e passa pela intersecção dos arcos.
   A semi-recta traçada divide o ângulo AOB em dois ângulos iguais.
   A mesma chama-se bissectriz do ângulo AOB



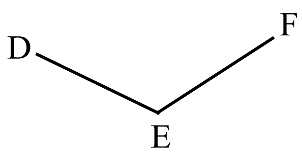
Exercícios

Trace a bissectriz dos seguintes ângulos.

(1)



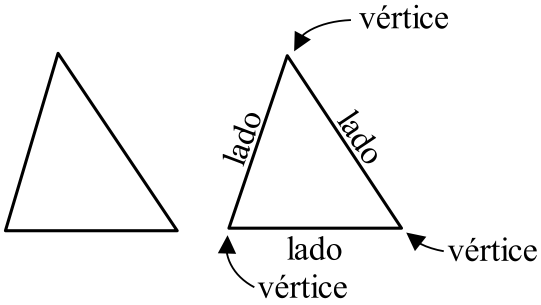
(2)



4. Triângulos

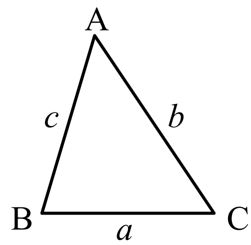
4.1 Introdução do triângulo

Observe a figura abaixo.



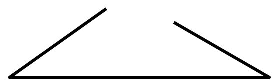
Esta figura chama-se **triângulo.** À uma ponta do triângulo chama-se **vértice**. Os segmentos de recta que formam o triângulo chamam-se **lados do triângulo**.

O triângulo apresentado à direita chama-se "triângulo [ABC]" e escreve-se ΔABC. O ΔABC tem três vértices, A, B e C, e três lados, [AB], [BC] e [AC]. Alternativamente, as vezes os nomes dos lados são dados por letras minúsculas únicas que correspondem ao vértice oposto.



<u>**Condição de existência de um triângulo**</u>

Se a medida de um dos lado é maior que a soma das medidas dos outros dois lados, então o triângulo não pode ser construído. Isto significa que a medida de qualquer lado de um triângulo é sempre menor que a soma das medidas dos outros dois lados.

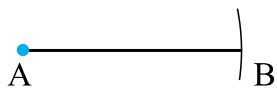


Construção de um triângulo

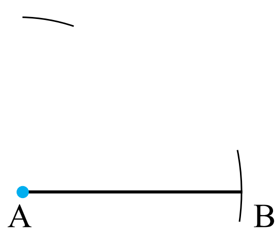
Para construir o triângulo com $\overline{\text{AB}} = 5cm$, $\overline{\text{BC}} = 6cm$, $\overline{\text{CA}} = 4cm$, procede-se da seguinte maneira:

1. Marca-se um ponto A.

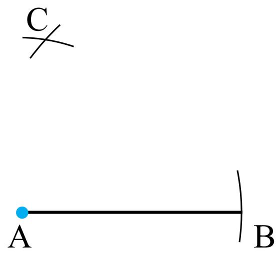
2. Faz-se a abertura do compasso corresponder a um dos três lados, sendo $\overline{\text{AB}} = 5cm$ para este caso. Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto A, traça-se um arco e marca-se o ponto B.
Traça-se o segmento de recta [AB].



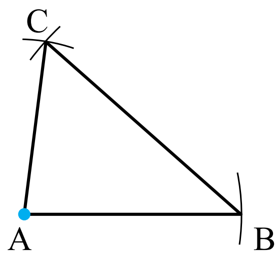
3.Faz-se a abertura do compasso corresponder a $\overline{\text{CA}} = 4cm$.
Coloca-se a ponta seca do compasso em A e traça-se um arco.



4. Faz-se a abertura do compasso corresponder $\overline{BC} = 6cm$.
Coloca-se a ponta seca do compasso em B e traça-se um arco que intersecta o primeiro arco. Estes cruzam-se no ponto C que é o vértice do triângulo.



5. Traça-se os lados [AC] e [BC] obtendo assim o triângulo [ABC].



Exercícios

Construa os triângulos com as seguintes medidas de comprimento dos lados se possível.

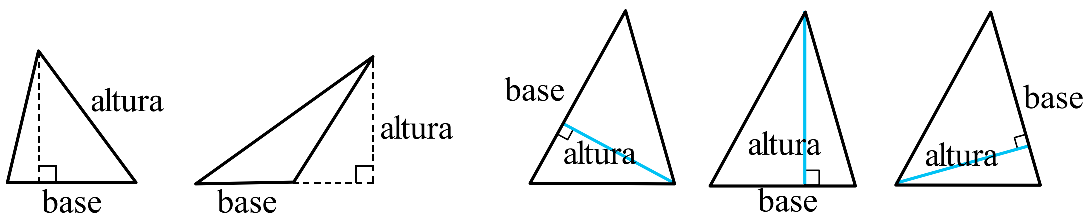
(1) $\overline{AB} = 5cm$, $\overline{BC} = 6cm$ e $\overline{AC} = 8cm$ (2) $\overline{AB} = 8cm$, $\overline{BC} = 6cm$ e $\overline{AC} = 10cm$

(3) $\overline{AB} = 7cm$, $\overline{BC} = 9cm$ e $\overline{AC} = 7cm$ (4) $\overline{AB} = 4cm$, $\overline{BC} = 3cm$ e $\overline{AC} = 8cm$

4.2 Base, Altura, Mediatriz, Mediana e Linha média

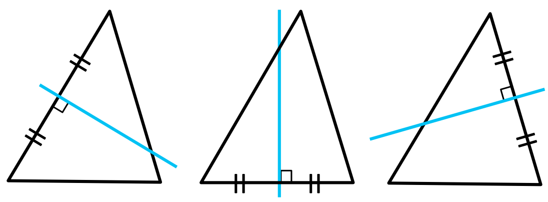
4.2.1 Base e altura

Qualquer um dos três lados chama-se **base** do triângulo. A recta que parte de um vértice para a base oposta, a qual é perpendicular à base, chama-se **altura** do triângulo (a base poderá necessitar de um prolongamento). Uma vez que há três bases possíveis, há também três alturas possíveis, conforme apresentado nas figuras abaixo. A altura é a menor distância a partir de um vértice para o seu lado oposto.



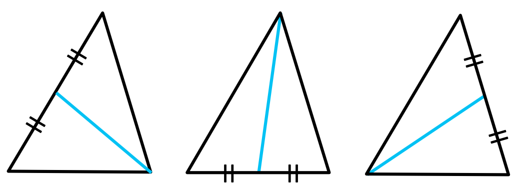
4.2.2 Mediatriz

Um segmento de recta que atravessa perpendicularmente o lado do triângulo, passando pelo seu ponto médio, chama-se **mediatriz**. Portanto, um triângulo tem três mediatrizes.



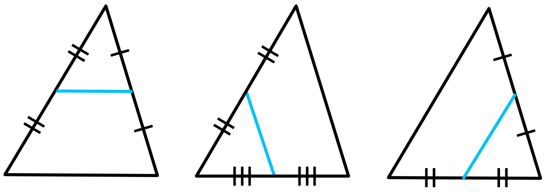
4.2.3 Mediana

Um segmento de recta que parte de um vértice do triângulo para o ponto médio do lado oposto chama-se **mediana**. Portanto, um triângulo tem três medianas.



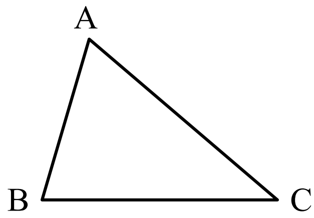
4.2.4 Linha média

Um segmento de recta que une os pontos médios de quaisquer dos dois lados do triângulo chama-se **linha média** (ou segmento médio) do triângulo. Portanto, um triângulo tem três linhas médias.

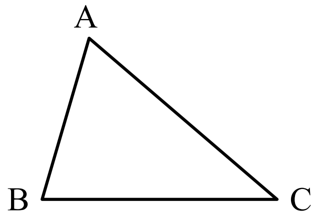


Exercícios

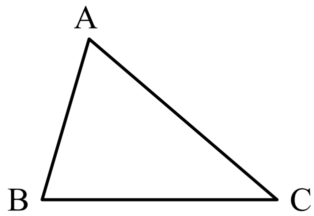
1. Trace a altura a partir do vértice A para o lado [BC].



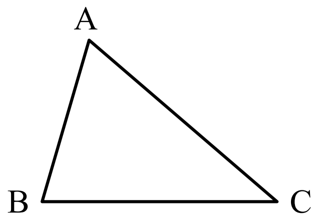
2. Trace uma mediatriz do lado [AB].



3. Trace a mediana a partir do vértice B para o lado [AC].



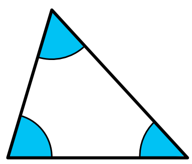
4. Trace uma linha média entre os lados [AC] e [BC].



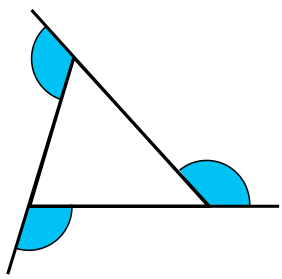
4.3 Ângulos de um triângulo

4.3.1 Ângulos internos e externos

1. A um ângulo dentro de um triângulo, chama-se **ângulo interno**. Assim, um triângulo tem três ângulos internos.



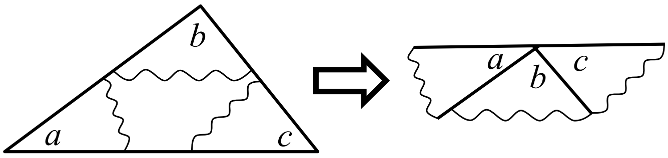
2. Um ângulo entre o lado de um triângulo e o prolongamento de outro lado chama-se **ângulo externo**.
Pode-se formar dois ângulos externos em cada vértice, mas geralmente considera-se um para cada vértice. Portanto, um triângulo tem três ângulos externos.



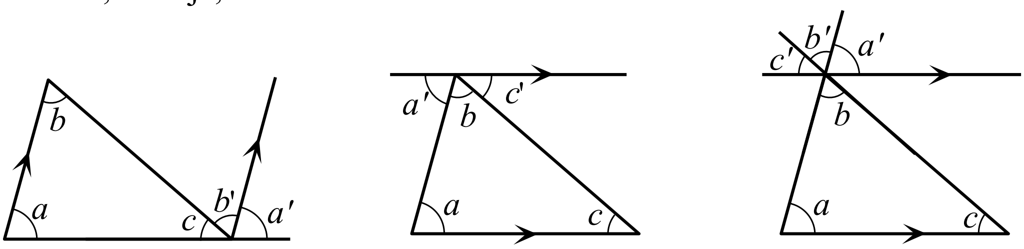
4.3.2 Soma de ângulos internos

A soma dos ângulos internos de um triângulo pode ser determinada de seguinte forma:

1. Os três ângulos de um triângulo são recortados e combinados no mesmo ponto. Os mesmos formam um ângulo raso, ou seja, de 180º.

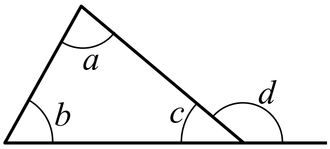


2. Usando as relações entre as rectas paralelas e os ângulos, a soma de três ângulos forma um ângulo raso, ou seja, de 180º.



A soma das amplitudes dos ângulos internos de um triângulo é igual a 180º.

4.3.3 Relação entre os ângulos internos e os ângulos externos



A soma dos ângulos internos de um triângulo é 180º, então, $\angle a + \angle b + \angle c = 180°$.

$\Rightarrow \angle a + \angle b = \underline{180° - \angle c}$.

Um ângulo raso tem 180º, então

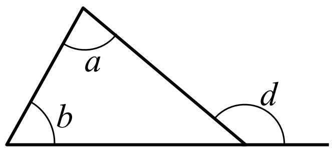
$\angle c + \angle d = 180°$.

$\Rightarrow \angle d = \underline{180° - \angle c}$.

Portanto, $\angle a + \angle b = \angle d$

O ângulos externo é igual a soma dos dois ângulos internos não adjacente.

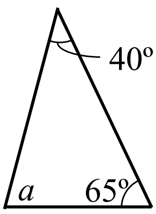
$\angle a + \angle b = \angle d$.



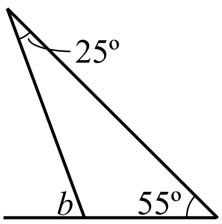
Exercícios

Determine as amplitudes de $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$, e $\angle d$.

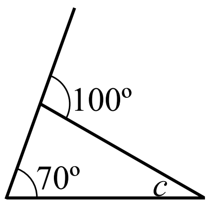
(1)



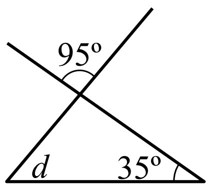
(2)



(3)

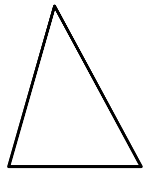
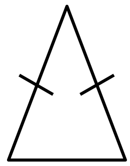
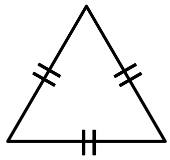


(4)

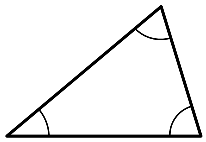
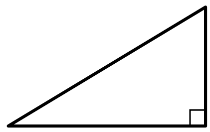
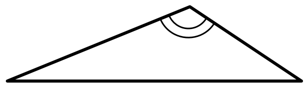


4.4 Tipos de triângulos

4.4.1 Classificação por lados

Nome	Definição	Forma
Triângulo escaleno	É um triângulo em que todos os lados tem comprimentos diferentes.	
Triângulo isósceles	É um triângulo em que dois lados têm o mesmo comprimento.	
Triângulo equilátero	É um triângulo cujos três lados têm o mesmo comprimento.	

4.4.2 Classificação por ângulos

Nome	Definição	Forma
Triângulo acutângulo	É um triângulo com todos os ângulos menores que 90^o (ângulo agudo).	
Triângulo rectângulo	É um triângulo com um ângulo recto (90^o).	
Triângulo obtusângulo	É um triângulo com um ângulo maior que 90^o (ângulo obtuso).	

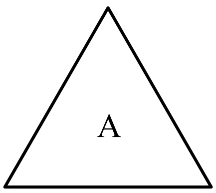
Exercícios

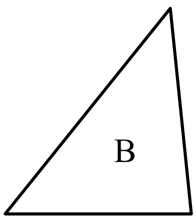
1. Classifique os seguintes triângulos em triângulo equilátero, triângulo isósceles ou triângulo escaleno.

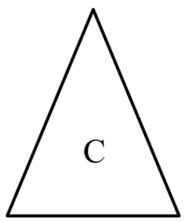
(1) Triângulo equilátero: ____________________

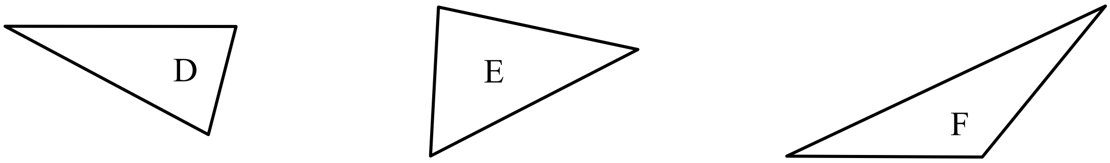
(2) Triângulo isósceles: _____________________

(3) Triângulo escaleno: _____________________







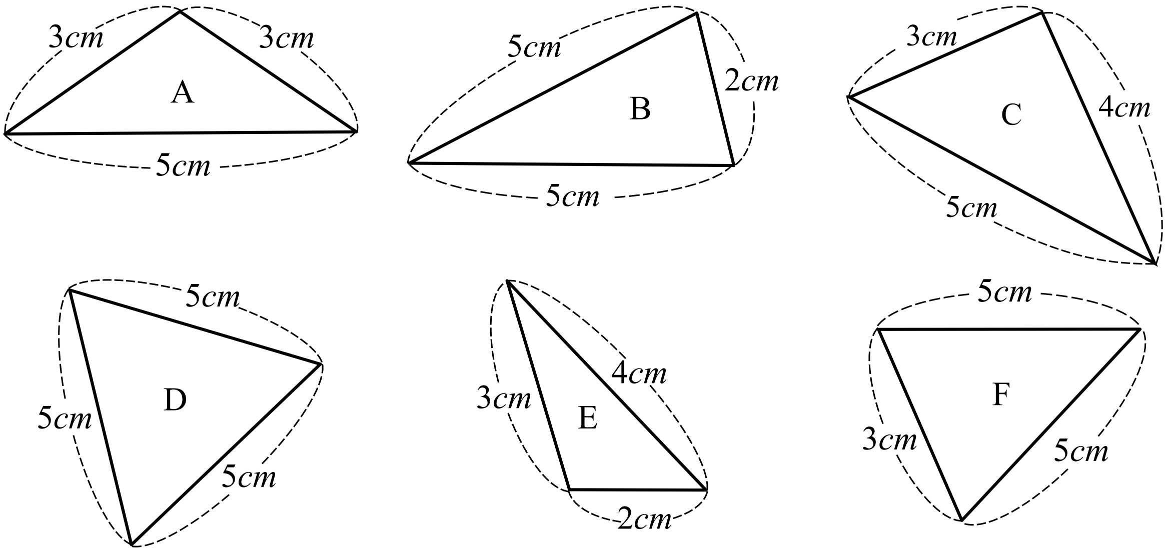


2. Classifique os seguintes triângulos em triângulo equilátero, triângulo isósceles ou triângulo escaleno.

(1) Triângulo equilátero: ___________________

(2) Triângulo isósceles: ___________________

(3) Triângulo escaleno: ___________________

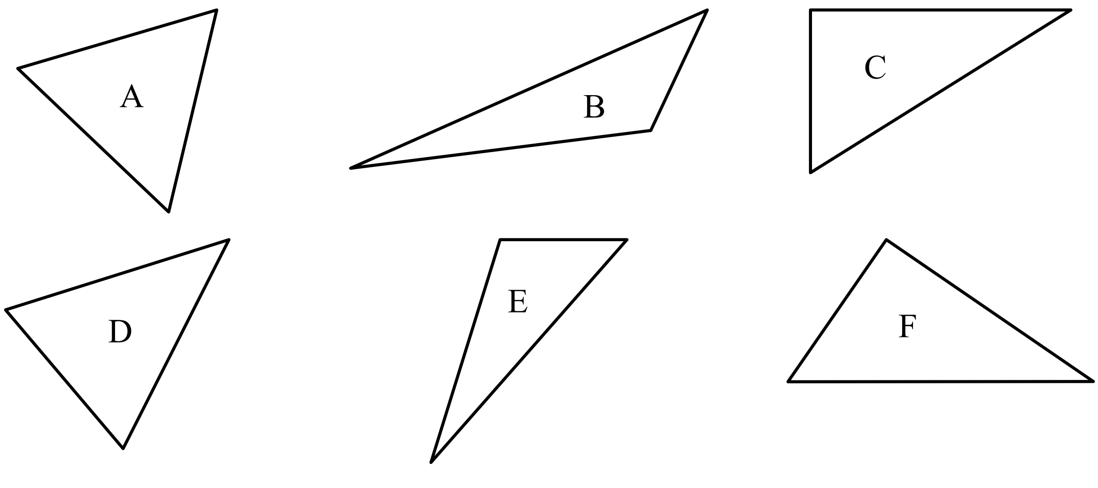


3. Classifique os seguintes triângulos em triângulo acutângulo, triângulo rectângulo ou triângulo obtusângulo.

(1) Triângulo acutângulo: _______________

(2) Triângulo rectângulo: _______________

(3) Triângulo obtusângulo: _______________

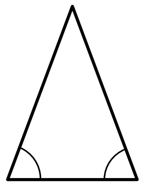


4.5 Propriedades de um triângulo

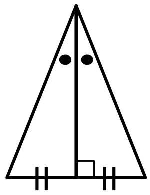
1. Triângulo isósceles é um triângulo que tem dois lados com o mesmo comprimento.

- Os ângulos da base são iguais.

(Inversamente, se dois ângulos de um triângulo são iguais, então, o triângulo é isósceles).



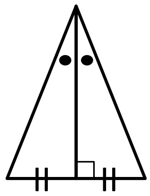
- A bissectriz do ângulo superior é perpendicular à base e divide-a em dois lados congruentes.



- A mediatriz da base divide o ângulo oposto em dois ângulos congruentes.

(Esta propriedade é inversa à propriedade anterior.)

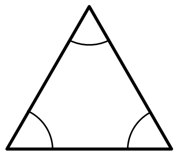
A partir desta propriedade, pode-se concluir que a mediatriz da base é a mesma que a mediana e a altura do triângulo.



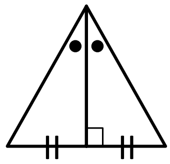
2. Triângulo equilátero é um triângulo em que os três lados têm o mesmo comprimento.

O triângulo equilátero é um caso especial do triângulo isósceles, portanto o triângulo equilátero possui todas as propriedades de um triângulo isósceles.

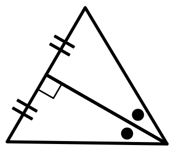
- Os três ângulos são iguais (Cada ângulo mede 60°).



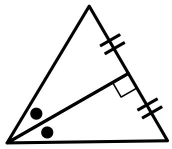
- A bissectriz de um ângulo é perpendicular ao lado oposto, e divide-o em dois lados congruentes.



- A mediatriz de um lado divide o ângulo oposto em dois ângulos congruentes.

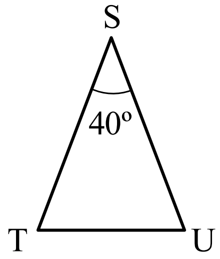


- A mediatriz do lado, mediana e altura é a mesma.

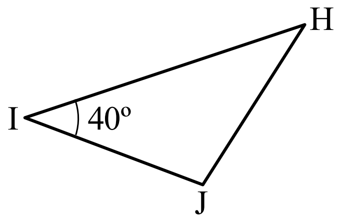


Exercícios

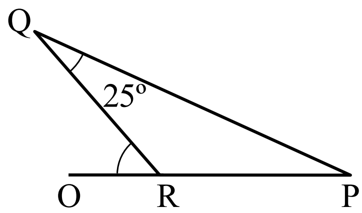
1. Sejam:
ST = SU e ∠TSU = 40º
Determine.
(1) ∠STU
(2) ∠SUT



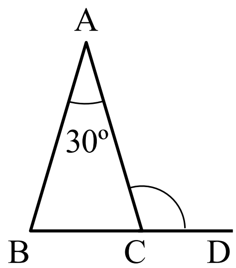
2. Sejam:
JI = JH e ∠HIJ = 40º
Determine.
(1) ∠JHI
(2) ∠HJI



3. Sejam:
RQ = RP e ∠PQR = 25º
Determine.
(1) ∠QPR
(2) ∠QRO

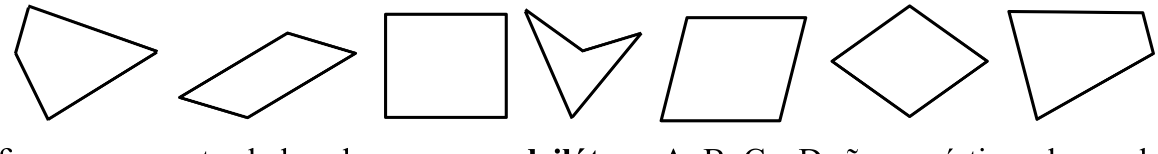


4. Sejam:
AB = AC e ∠BAC = 30º
Determine.
(1) ∠ABC
(2) ∠ACD



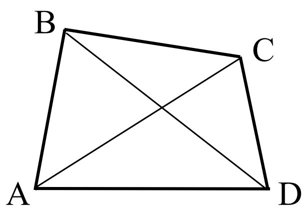
5. Quadriláteros

Observe as figuras:



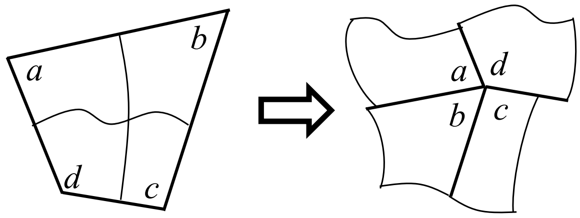
A figura com quatro lados chama-se **quadrilátero**. A, B, C e D são os vértices do quadrilátero da figura ao lado. Os segmentos [AB], [BC], [CD] e [DA] chamam-se lados do quadrilátero. ∠ABC, ∠BCD, ∠CDA e ∠DAB, chamam-se ângulos do quadrilátero.

Os segmentos [AC] e [BD] chamam-se diagonais do quadrilátero. Uma diagonal é um segmento de recta que parte de um vértice para o outro não consecutivo.



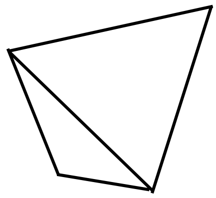
5.1 Soma dos ângulos internos

A soma dos ângulos internos de um quadrilátero pode ser determinada de seguinte forma:



1. Os quatro ângulos de um quadrilátero são recortados e combinados no mesmo ponto. Estes formam um ângulo giro, ou seja, de 360º.

2. Traçando-se uma diagonal que parte de um vértice para o outro vértice não consecutivo. O quadrilátero consistirá em 2 triângulos. A soma dos ângulos internos de cada triângulo é 180º, então, a soma dos ângulos internos do quadrilátero é $2 \times 180°$, ou seja, é 360º.

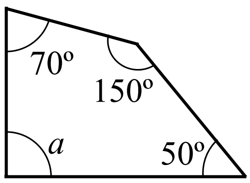


A soma dos ângulos internos de um quadrilátero é 360º.

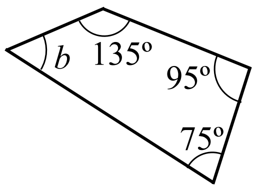
Exercícios

Determine as amplitudes de $\angle a$ e $\angle b$.

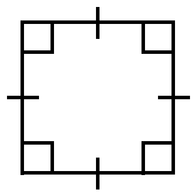
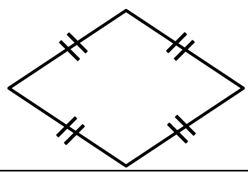
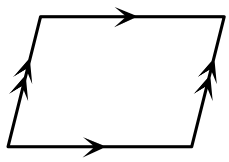
(1)

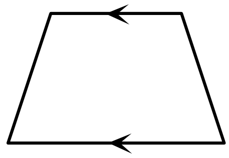


(2)



5.2 Tipos de quadriláteros

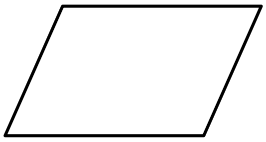
Nome	Definição	Forma
Quadrado	Quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento e quatro ângulos iguais (cada ângulo mede 90º).	
Rectângulo	Quadrilátero cujos quatro ângulos são iguais (cada ângulo mede 90º).	
Losango	Quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento.	
Paralelogramo	Quadrilátero em que dois pares de lados opostos são paralelos.	

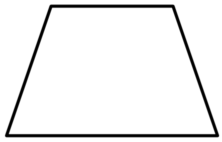
Trapézio	Quadrilátero em que um par de lados opostos é paralelo.	

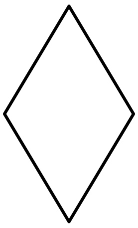
Exercícios

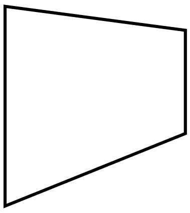
1. Escreva o nome de cada quadrilátero.

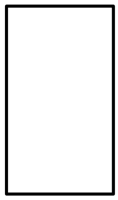
(1)  (........................)

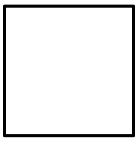
(2)  (........................)

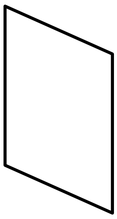
(3)  (........................)

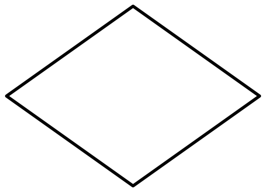
(4)  (........................)

(5)  (........................)

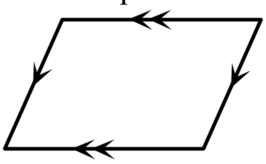
(6)  (........................)

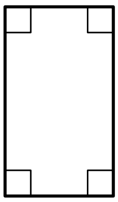
(7)  (........................)

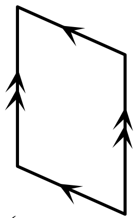
(8)  (........................)

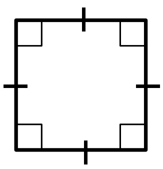
(9)  (........................)

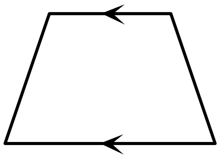
2. Define cada quadrilátero.

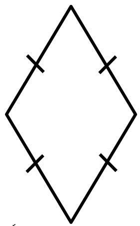
(1)  (........................)

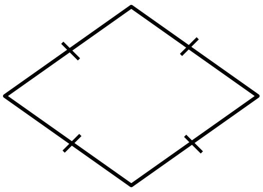
(2)  (........................)

(3)  (........................)

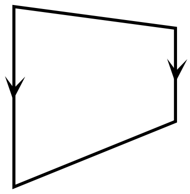
(4)  (........................)

(5)  (........................)

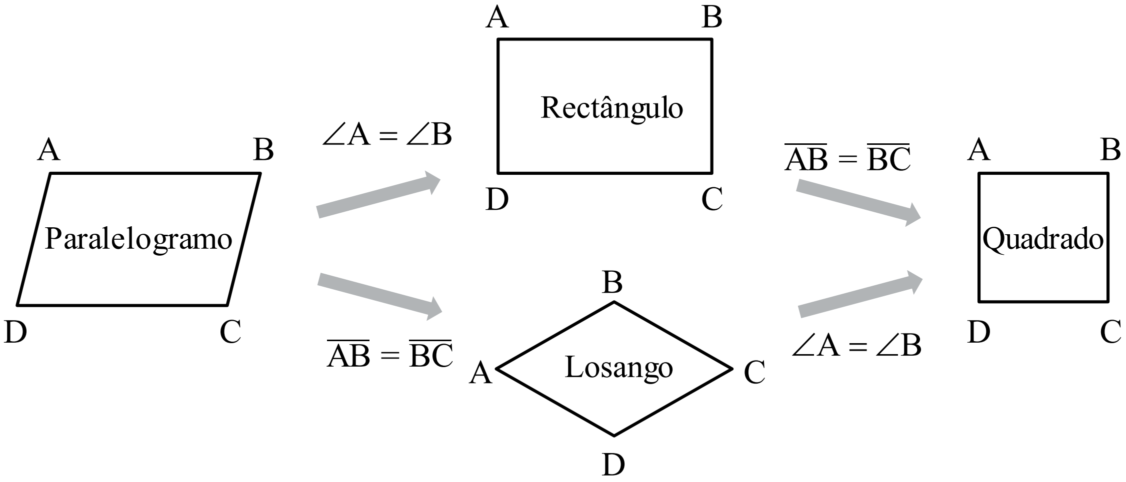
(6)  (........................)

(7)  (........................)

(8)  (........................)

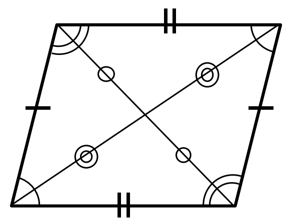
(9)  (........................)

5.3 Relação entre os quatro tipos de quadriláteros



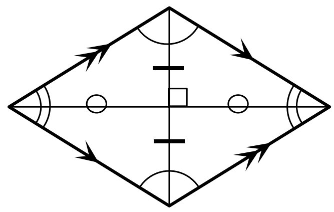
5.4 Propriedades de quadriláteros

Paralelogramo é um quadrilátero em que dois pares de lados opostos são paralelos.



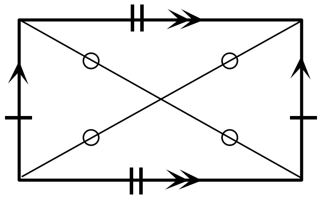
- Os lados opostos têm o mesmo comprimento.
- Os ângulos opostos são iguais.
- As diagonais dividem-se ao meio.

Losango é um quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento. O losango é um caso especial de paralelogramo, portanto o losango possui todas as propriedades de um paralelogramo.



- Os lados opostos são paralelos.
- Os ângulos opostos são iguais.
- As diagonais dividem-se ao meio.
- As diagonais são perpendiculares.

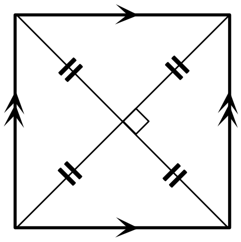
Rectângulo é um quadrilátero cujos quatro ângulos são iguais (cada ângulo mede 90º). Um rectângulo é um caso especial de paralelogramo, portanto possui todas as propriedades de um paralelogramo.



- Os lados opostos têm o mesmo comprimento.
- Os lados opostos são paralelos.
- As diagonais têm o mesmo comprimento.
- As diagonais dividem-se ao meio.

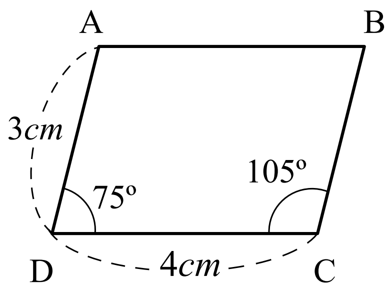
Quadrado é um quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento e os quatro ângulos são iguais (cada ângulo mede 90º). Um quadrado é um caso especial de losango e rectângulo, portanto o quadrado possui todas as propriedades do losango e do rectângulo.

- Os lados opostos são paralelos.
- As diagonais têm o mesmo comprimento.
- As diagonais dividem-se ao meio.
- As diagonais são perpendiculares.

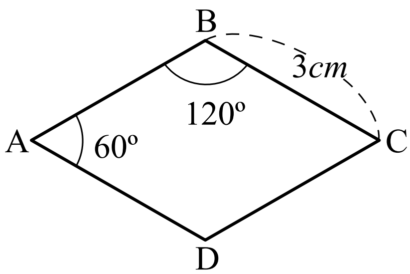


Exercícios

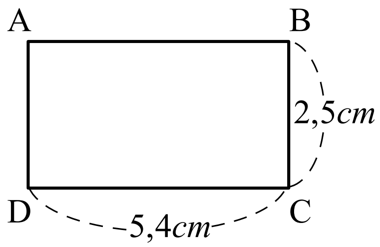
1. Considere o paralelogramo dado à direita. Determine:
(1) O comprimento do lado [AB].
(2) O comprimento do lado [BC].
(3) A amplitude do $\angle$A.
(4) A amplitude do $\angle$B.



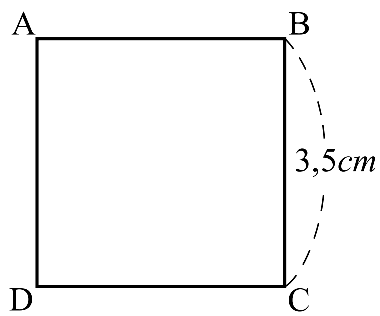
2. Considere o losango dado à direita. Determine:
(1) O comprimento do lado[AB].
(2) O comprimento do lado [AD].
(3) O comprimento do lado [CD].
(4) A amplitude do $\angle$C.
(5) A amplitude do $\angle$D.



3. Considere o rectângulo dado à direita.
(1) Determine o comprimento do lado [AB].
(2) Determine o comprimento do lado [AD].
(3) Qual é a amplitude do $\angle$A?
(4) Qual é a amplitude do $\angle$B?
(5) Qual é a amplitude do $\angle$C?
(6) Qual é a amplitude do $\angle$D?



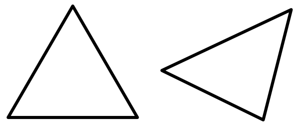
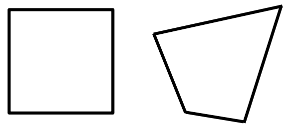
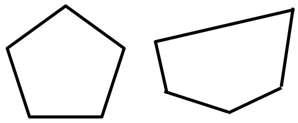
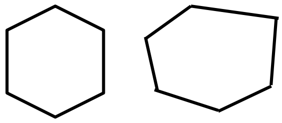
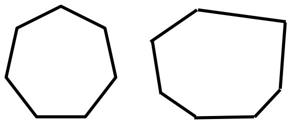
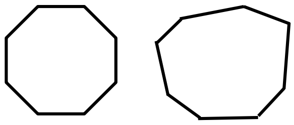
4. Considere o quadrado dado à direita.
(1) Determine o comprimento do lado [AB].
(2) Determine o comprimento do lado [AD].
(3) Determine o comprimento do lado [CD].
(4) Qual é a amplitude do $\angle$A?
(5) Qual é a amplitude do $\angle$B?
(6) Qual é a amplitude do $\angle$C?
(7) Qual é a amplitude do $\angle$D?



6. Polígono

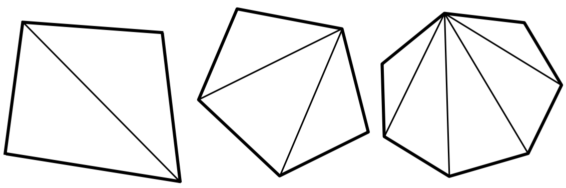
6.1 Classificação de polígono

O polígono é uma figura fechada com três ou mais lados.

Nome	Número de lados	Exemplos
Triângulo	3	
Quadrilátero	4	
Pentágono	5	
Hexágono	6	
Heptágono	7	
Octógono	8	

O polígono que tem todos os lados e ângulos iguais chama-se **polígono regular**. Um polígono que não seja regular chama-se **polígono irregular**. Um triângulo equilátero é um polígono regular e um quadrado é um polígono regular.

6.2 Soma dos ângulos internos de um polígono



Para encontrar a soma dos ângulos internos de um polígono, traça-se diagonais a partir de um vértice para outros vértices não consecutivos.

As diagonais dividem o polígono em triângulos. A soma dos ângulos internos de cada triângulo é 180º (refira-se à secção 4.3.2), portanto a soma dos ângulos internos do polígono é o número de triângulos $\times 180°$.

Polígono	Número de triângulos	Soma de ângulos internos
Triângulo	1	$1\times 180° = 180°$
Quadrilátero	2	$2\times 180° = 360°$
Pentágono	3	$3\times 180° = 540°$

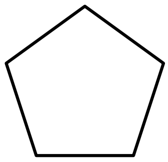
Hexágono	4	$4 \times 180° = 720°$
Heptágono	5	$5 \times 180° = 900°$
Octógono	6	$6 \times 180° = 1080°$

Todos os ângulos do polígono regular têm a mesma amplitude, então, cada ângulo do triângulo equilátero tem $180° \div 3 = 60°$, e cada ângulo de um quadrado tem $360° \div 4 = 90°$.

Exercícios

1. Determine a soma dos ângulos internos e a amplitude de cada um dos ângulos dos seguintes polígonos regulares. Caso necessário, arredonde às décimas mais próximas.

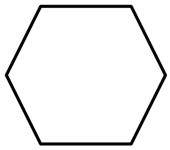
(1)



soma =

cada ângulo =

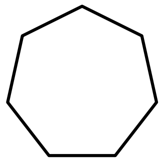
(2)



soma =

cada ângulo =

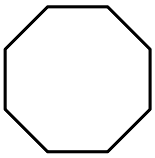
(3)



soma =

cada ângulo =

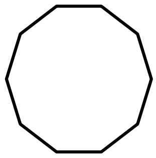
(4)



soma =

cada ângulo =

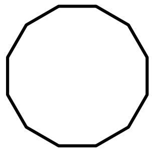
(5)



soma =

cada ângulo =

(6)

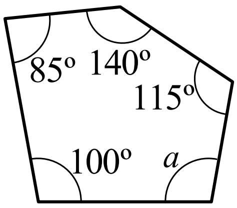


soma =

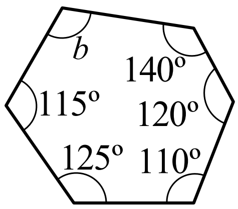
cada ângulo =

2. Determine as amplitudes do $\angle a$, $\angle b$, $\angle c$ e $\angle d$.

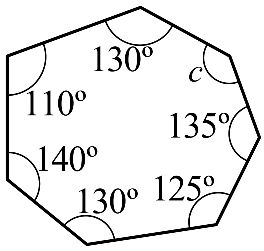
(1)



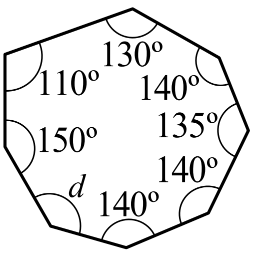
(2)



(3)



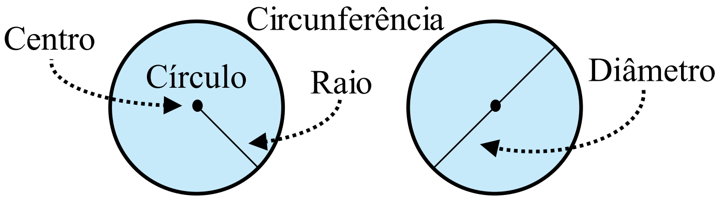
(4)



7. Circunferência e círculo

7.1 Centro, raio e diâmetro

A circunferência é o conjunto de pontos do plano que estão a mesma distância de um ponto fixo. O ponto fixo chama-se **centro** da circunferência. A porção do plano limitada pela circunferência chama-se **círculo**. A distância do centro à qualquer ponto da circunferência chama-se **raio.** O segmento de recta que une dois pontos da circunferência e passa pelo centro chama-se **diâmetro.**



Propriedades:

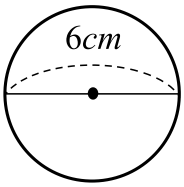
diâmetro = 2 × raio

raio = diâmetro ÷ 2

Exercícios

Determine o raio e o diâmetro.

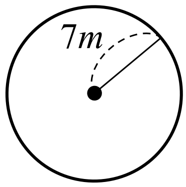
(1)



raio =

diâmetro =

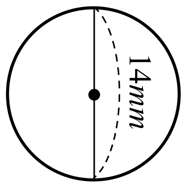
(2)



raio =

diâmetro =

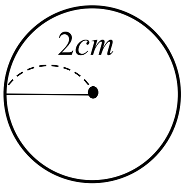
(3)



raio =

diâmetro =

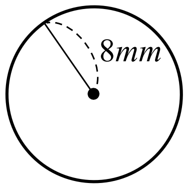
(4)



raio =

diâmetro =

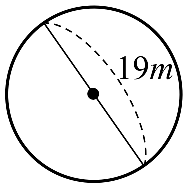
(5)



raio =

diâmetro =

(6)

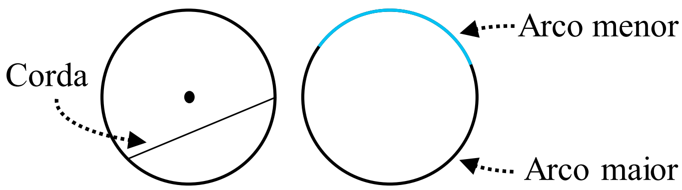


raio =

diâmetro =

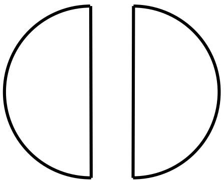
7.2 Corda, arco e semi-circunferência

O segmento de recta que une dois pontos da circunferência chama-se **corda.** Uma corda que passa pelo centro da circunferência chama-se **diâmetro**.



Dois pontos da circunferência dividem-na em duas partes chamadas **arcos**. O arco mais curto (a parte azul da figura) chama-se **arco menor** e o arco mais longo (a parte cinzenta da figura) chama-se **arco maior**.

A forma fechada que consiste na metade de uma circunferência e no diâmetro de uma circunferência chama-se **semi-circunferência**. Qualquer diâmetro de uma circunferência divide-a em duas semi-circunferências iguais.



7.3 Perímetro da circunferência

A tabela seguinte apresenta o diâmetro e os perímetros das circunferências dos objectos que o João mediu.

Objectos de base circular	Diâmetro (cm)	Perímetro da Circunferência (cm)	Perímetro ÷ Diâmetro
Garrafa plástica	8	25	3,125
Copo	9	29	3,11
Disco (CD)	12	37,5	3,125

Os resultados da divisão do perímetro pelo diâmetro são próximos. Este valor chama-se **razão do perímetro da circunferência para o seu diâmetro**, que é aproximadamente 3,14 e representa-se por π (pi).

O perímetro da circunferência pode ser calculado desta forma:
Perímetro da circunferência = diâmetro × 3,14 ou
Perímetro da circunferência = 2 × raio × 3,14

Exemplo:
Uma praça tem a forma circular e o seu diâmetro mede 40 metros. Um atleta deseja saber quantos metros tem o perímetro da praça. Determine o perímetro da praça.

$P = d \times \pi$

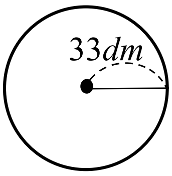
$P = 40 \times 3{,}14$

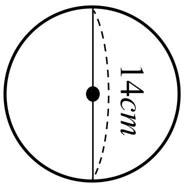
$P = 125{,}6$

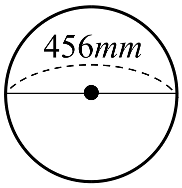
O perímetro da praça é de 125,6 metros.

Exercícios

1. Calcule o perímetro de cada uma das circunferências.

(1) 

(2) 

(3) 

2. Desenhe as circunferências com:
(1) 2,5cm de raio.
(2) 3,5cm de raio.
(3) 4cm de diâmetro.

3. Desenhe uma semi-circunferência com 3cm de raio.

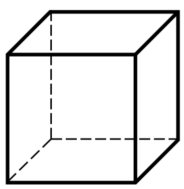
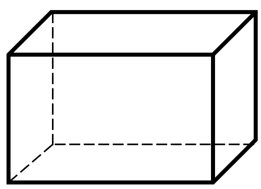
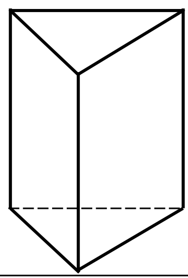
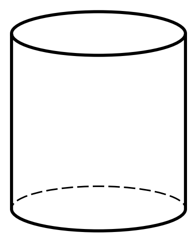
8. Sólidos geométricos

Observe as figuras:

Um **sólido geométrico** é uma figura com três dimensões (tridimensional), compreendendo o comprimento, a largura e a altura. Os objectos do quotidiano apresentados acima, como a caixa, a bola, a lata, o cone de sorvete e a madeira, são todos exemplos de sólidos geométricos. Alguns sólidos geométricos comuns e simples incluem o cubo, o prisma, a esfera, o cilindro, o cone e a pirâmide. Um sólido geométrico com todas as faces planas chama-se **poliedro**. O prisma e a pirâmide são poliedros, mas a esfera, o cilindro e o cone não são.

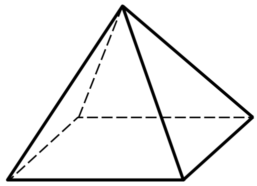
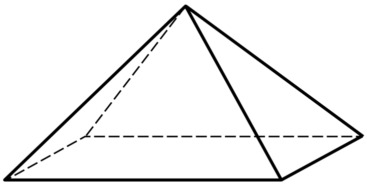
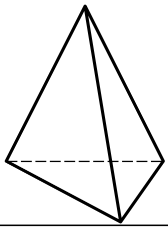
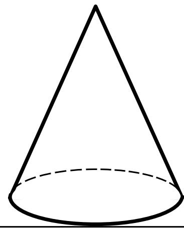
8.1 Prisma e cilindro de revolução

O **prisma** é um sólido geométrico com duas bases poligonais congruentes e paralelas.
O **cilindro de revolução** é um sólido geométrico que se obtém ao girar um rectângulo em torno de um dos seus lados até dar uma volta completa. O cilindro tem duas bases circulares congruentes e paralelas.

Cubo	Prisma rectangular	Prisma triangular	Cilindro
			

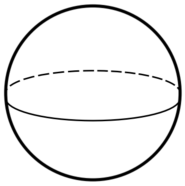
8.2 Pirâmide e cone

A **pirâmide** é um sólido geométrico com uma base poligonal e faces laterais triangulares.
O **cone** é um sólido geométrico que se obtém ao girar um triângulo rectângulo em torno de um dos seus catetos até dar uma volta completa. O cone é formado por uma base circular e um único vértice.

Pirâmide quadrangular	Pirâmide rectangular	Pirâmide triangular	Cone
			

8.3 Esfera

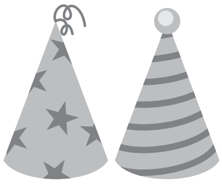
A **esfera** é um sólido geométrico que se obtém ao girar um semi-círculo em torno do seu diâmetro até dar uma volta completa. A esfera é um sólido geométrico completamente redondo como uma bola, cujos pontos da superfície têm todos a mesma distância em relação ao seu centro. A distância do centro a qualquer ponto da superfície da esfera chama-se **raio**.



Exercícios

Escreva o nome do sólido geométrico que corresponde a cada objecto.

(1)

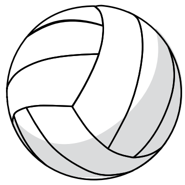


(.........................)

(2)

(.........................)

(3)

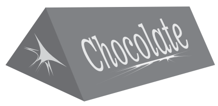


(.........................)

(4)

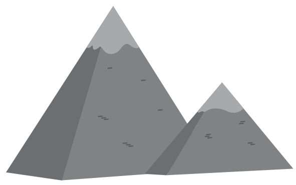
(.........................)

(5)



(.........................)

(6)



(.........................)

8.4 Nomes das partes de sólidos geométricos

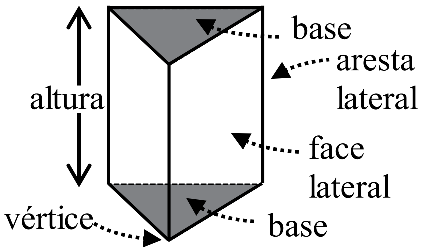
Base: faces paralelas (as faces superiores e inferiores)

Face lateral ou geratriz: faces entre as bases.

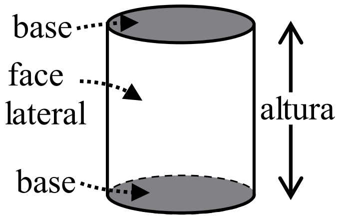
Altura: distância entre as bases.

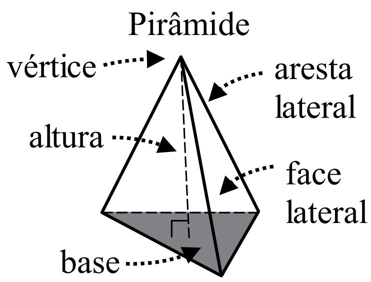
Arestas laterais: extremidades das faces laterais.

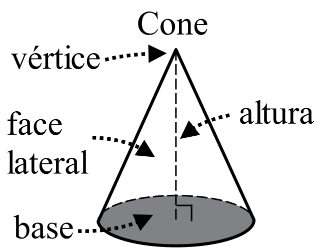
Prisma



Cilindro

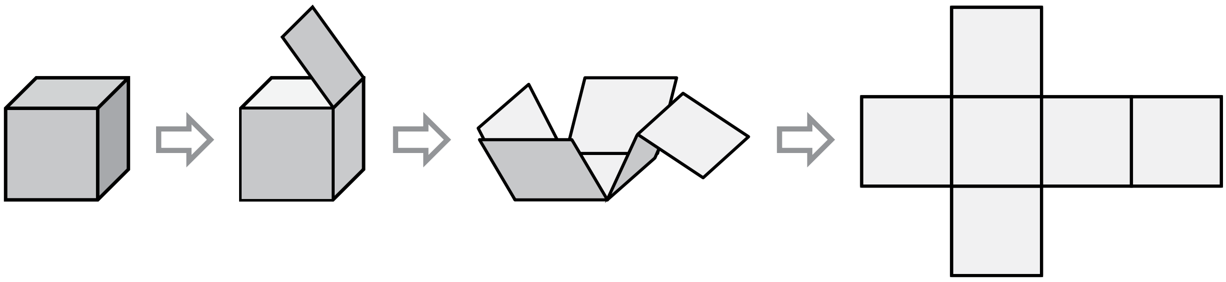






8.5 Planificação de sólido geométrico

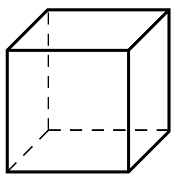
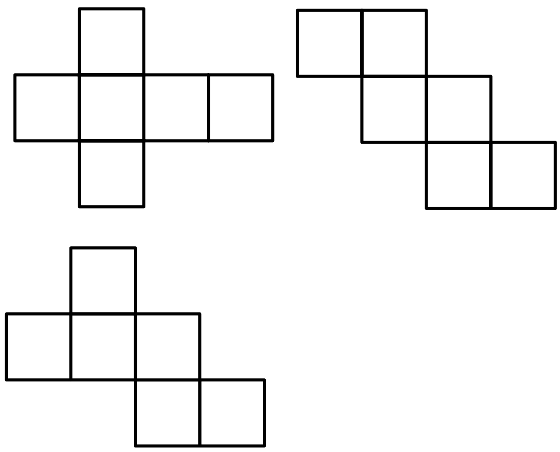
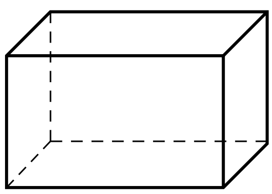
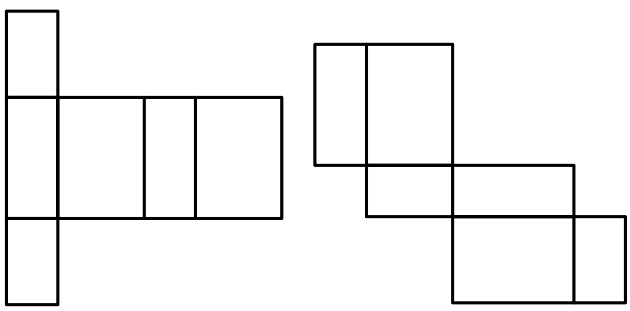
As arestas de um cubo são recortadas e o cubo é colocado na superfície plana.

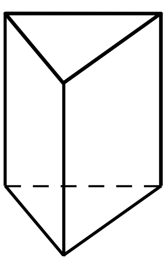
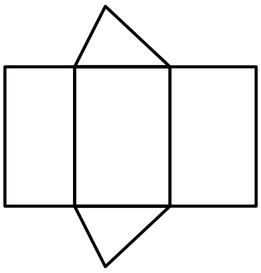
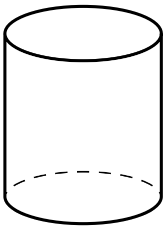
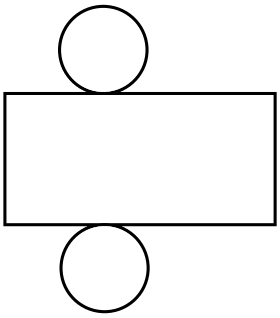
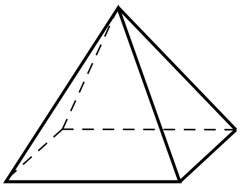
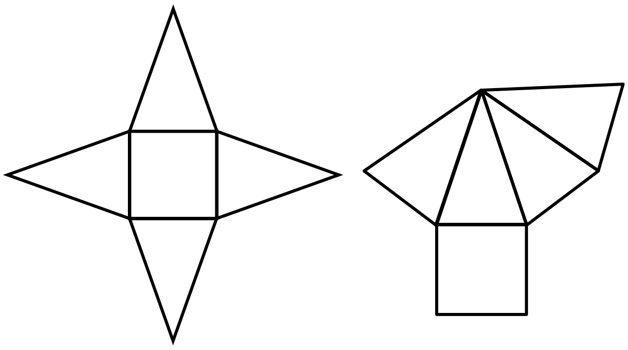
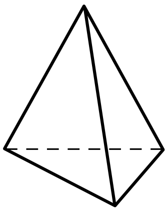
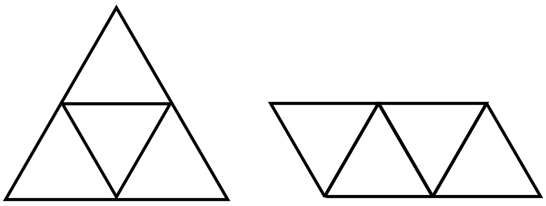
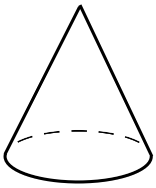
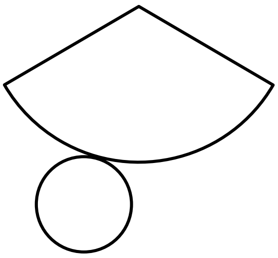


A esta figura plana chama-se planificação.

> A **planificação** de um sólido geométrico é uma forma plana que pode ser dobrada de modo a obter o sólido geométrico. Cada sólido geométrico tem diferentes planificações.

A tabela abaixo apresenta os sólidos geométricos e as suas respectivas planificações.

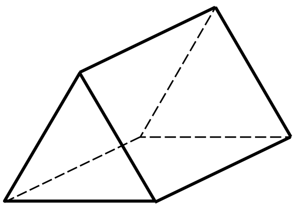
Figura	Planificação
	
	

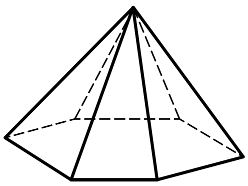
Exercícios

Escolha a planificação correcta para cada figura, A à L, apresentada abaixo.

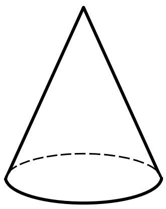
(1)

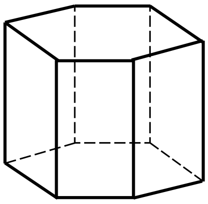


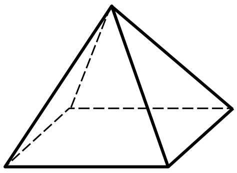
(2)

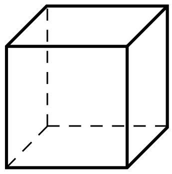


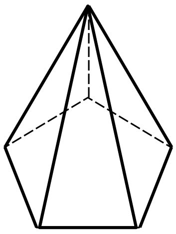
(3)

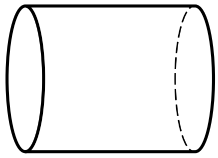


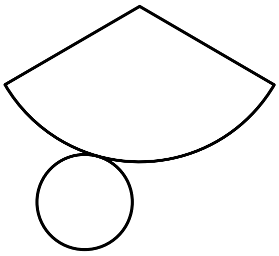
(4)


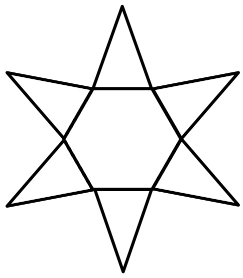
(5)


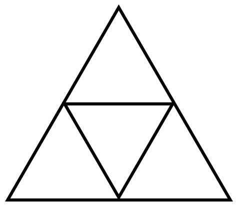
(6)


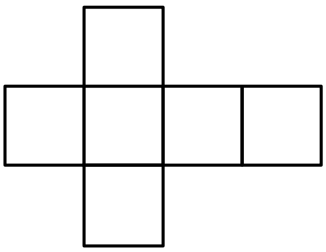
(7)


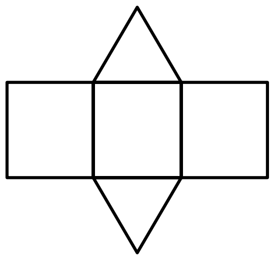
(8)


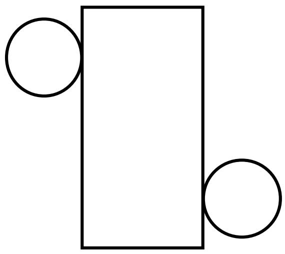
A


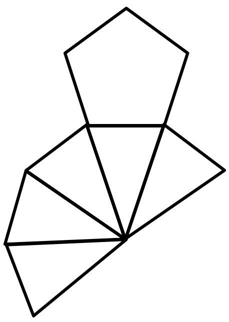
B


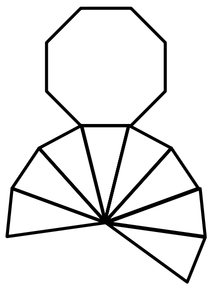
C


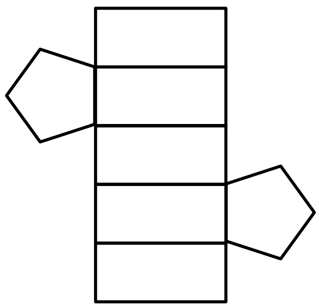
D


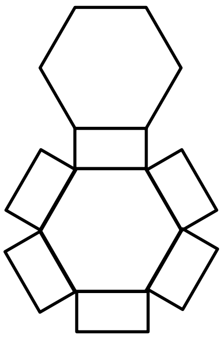
E


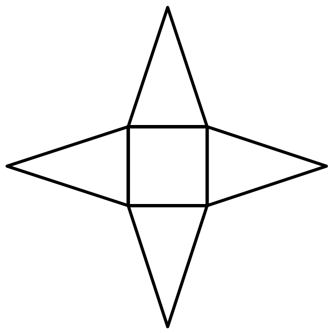
F


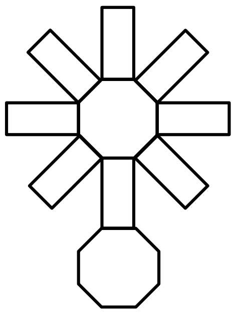
G


H


I


J


K


L


Capítulo VIII: Grandezas e medidas

1. O nosso dinheiro

A moeda nacional em Moçambique é o **Metical**, cuja sigla é **MT.** Actualmente, existem, em circulação no país, notas no valor de 1000 MT, 500 MT, 200 MT, 100 MT, 50 MT e 20 MT e moedas no valor de 10 MT, 5 MT, 2 MT, 1 MT e de 50 centavos.

A variedade de notas e de moedas em circulação tem em vista tornar mais ágeis e diversificados os pagamentos ou transacções a serem efectuados, como expressão normal das dinâmicas da economia onde a moeda nacional, o **Metical**, desempenha um papel crucial.

2. Medidas de comprimento

2.1 Unidades de comprimento

Observe as figuras:

Assinale com X a unidade de comprimento que se pode usar para medir:

(1)	As dimensões da casa	☐*km*	☐*m*	☐*cm*
(2)	A distância de casa para a escola	☐*km*	☐*m*	☐*cm*
(3)	As dimensões da borracha	☐*km*	☐*m*	☐*cm*

O **metro** (m) é a unidade fundamental das medidas de comprimento. As unidades, **quilómetro** (km), **hectómetro** (hm) e **decâmetro** (dam) são usadas para expressar as distâncias maiores.

As unidades, **decímetro** (dm)**, centímetro** (cm) e **milímetro** (mm) são usadas para as distâncias menores.

O metro, o centímetro e o quilómetro são as unidades de comprimento mais usadas na vida quotidiana. A palavra "quilo" significa 1000 vezes, "hecto" significa 100 vezes, e "deca" significa 10 vezes. Portanto, $1km = 1000m$; $1hm = 100m$ e $1dam = 10m$.

A palavra "deci" significa $\frac{1}{10}$; "centi" significa $\frac{1}{100}$ e "milí" significa $\frac{1}{1000}$.

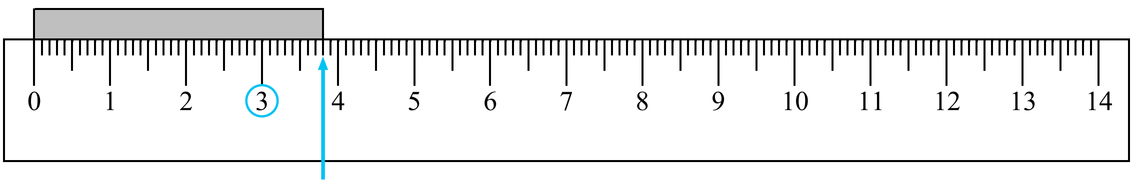
Portanto, $1dm = \frac{1}{10}m = 0,1m$; $1cm = \frac{1}{100}m = 0,01m$ e $1mm = \frac{1}{1000}m = 0,001m$.

Assim, a relação entre as unidades de comprimento pode ser resumida na tabela seguinte:

Múltiplos de metro			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de metro**		
quilómetro	hectómetro	decâmetro	**metro**	decímetro	centímetro	milímetro
km	*hm*	*dam*	***m***	*dm*	*cm*	*mm*
1	10	100	**1000**	10000	100000	1000000
0,1	1	10	**100**	1000	10000	100000
0,01	0,1	1	**10**	100	1000	10000
0,001	0,01	0,1	**1**	10	100	1000
0,0001	0,001	0,01	**0,1**	1	10	100
0,00001	0,0001	0,001	**0,01**	0,1	1	10
0,000001	0,00001	0,0001	**0,001**	0,01	0,1	1

2.2 Medição de comprimento

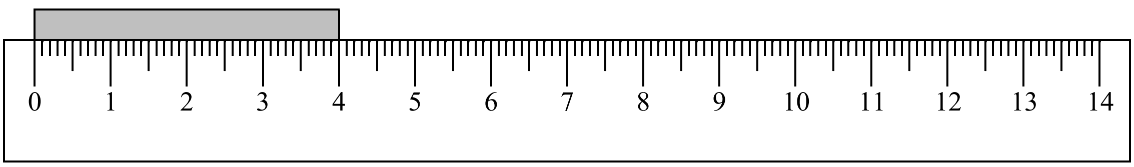
O comprimento de um objecto é medido usando uma régua. Os números na régua mostram o comprimento do centímetro. As escalas menores entre os centímetros mostram o milímetro.

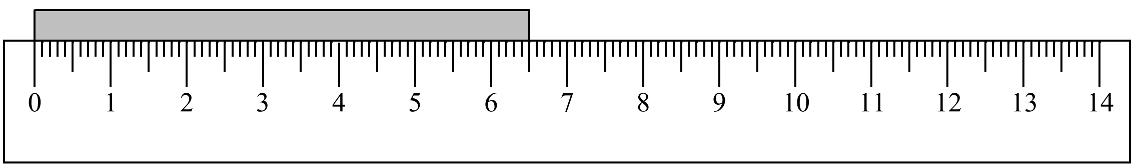


O comprimento da barra é de $3cm$ e $8mm$.

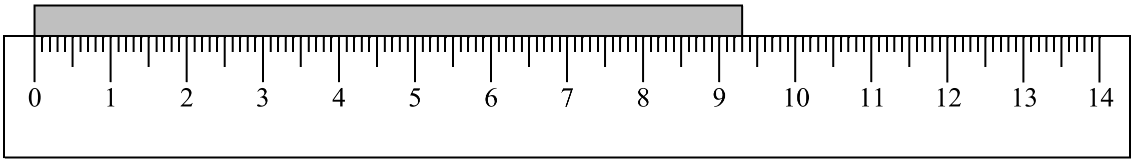
Exercícios

Escreva o comprimento de cada barra.

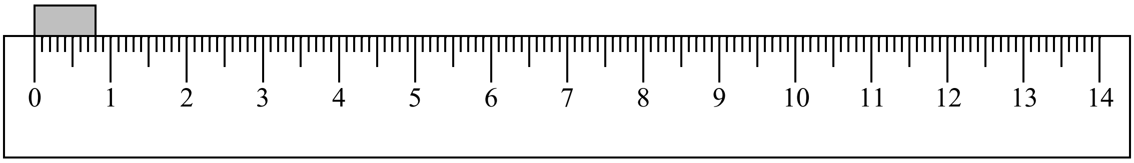
(1)


(2)


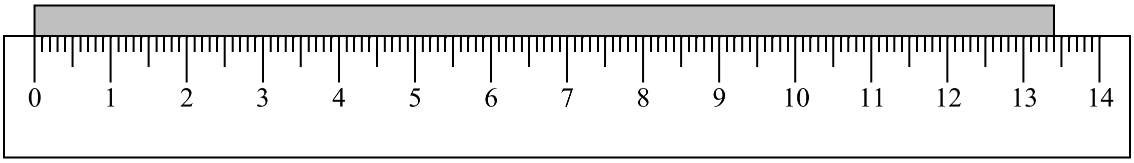
(3)



(4)



(5)



2.3 Conversão de unidades de comprimento

A distância da casa da Amina para a escola é de 0,85 quilómetros (*km*) e da casa do Jossias para a escola é de 1042 metros (*m*). Qual das casas fica mais próxima da escola?

Para comparar as duas distâncias, é necessário convertê-las à mesma unidade, metros ou quilómetros.

<u>1º Método: Usando a tabela</u>

Converter 0,85*km* para metros.

1º Passo

Prepara-se a tabela de unidades e escreve-se o número inicial.

Representação em *km*	*km*	*hm*	*dam*	*m*	Representação em *m*
0,85*km*					

2º Passo

Escreve-se o valor na tabela de modo que o algarismo das unidades do número esteja na coluna da unidade dada.

Representação em *km*	***km***	*hm*	*dam*	*m*	Representação em *m*
0,85*km*	0,	8	5		

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter. Coloca-se os zeros, conforme necessário.

Representação em *km*	*km*	*hm*	*dam*	***m***	Representação em *m*
0,85*km*	0	8	5	**0**	850*m*

Assim, $0,85km = 850m$, isto é, a distância da casa da Amina para a escola é de 850*m*.

Portanto, $850m < 1024m$, então a casa da Amina está mais próxima da escola.

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter *km* para *m*, multiplica-se o número em *km* por 1000*m* porque 1*km*=1000*m*, assim $0,85 \times 1000m = 850m$. Então, a distância da casa da Amina para a escola é de $850m$. Portanto, $850m < 1024m$, ou seja, a casa da Amina está mais próxima da escola.

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 10</u>

$$\begin{tikzcd} km \arrow[r, bend left, "\times 10"] & hm \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & dam \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & m \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & dm \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & cm \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & mm \arrow[l, bend left, "\div 10"] \end{tikzcd}$$

Conversão de *km* para *hm*: $0,85km = (0,85 \times 10)hm = 8,5hm$.
Conversão de *hm* para *dam*: $8,5hm = (8,5 \times 10)dam = 85dam$.
Conversão de *dam* para *m*: $85dam = (85 \times 10)m = 850m$.
Então, a distância da casa da Amina para a escola é de $850m$. Portanto, $850m < 1024m$, ou seja, a casa da Amina está mais próxima da escola.

> A unidade fundamental de comprimento é o **metro**. O milímetro, o centímetro, o metro e o quilómetro são as medidas de comprimento mais comuns na vida quotidiana.
> Para converter uma unidade para a outra, multiplica-se ou divide-se o número por 10, 100 ou 1000, conforme o que se mostrar mais apropriado para cada caso.

Exercícios

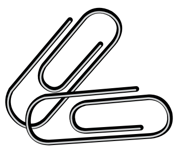
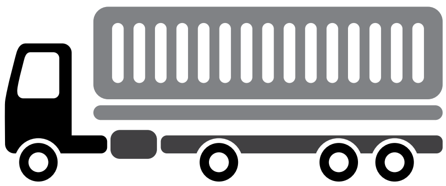
Complete os espaços em branco de forma a obter igualdades verdadeiras.

(1) $39dam = \_\_\_\_ m$	(2) $8,05km = \_\_\_\_ m$	(3) $2309mm = \_\_\_\_ m$
(4) $71m = \_\_\_\_ cm$	(5) $4,77dm = \_\_\_\_ cm$	(6) $5,6dam = \_\_\_\_ cm$
(7) $1800m = \_\_\_\_ km$	(8) $12,3dam = \_\_\_\_ km$	(9) $51mm = \_\_\_\_ cm$

3. Medidas de massa

3.1 Unidades de massa

Observe as figuras:

Marque, com X, as unidades de peso que podem ser usadas para medir:

(1) Um saco de vegetais □t □kg □g □mg

(2) Um clipe □t □kg □g □mg

(3) Um camião que transporta material de construção □t □kg □g □mg

(4) Um produto químico num comprimido □t □kg □g □mg

A unidade fundamental de massa é o **quilograma** (kg). As unidades, **hectograma** (hg), **decagrama** (dag), **grama** (g), **decigrama** (dg), **centigrama** (cg) e **miligrama** (mg) são usadas para medir a massa.

O quilograma, grama e miligrama são as unidades de massa mais usadas na vida quotidiana. Tal como acontece com as unidades de comprimento, a relação entre as unidades de massa pode ser resumida na seguinte tabela:

Múltiplos de grama			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de grama**		
quilograma	hectograma	decagrama	**grama**	decigrama	centigrama	miligrama
kg	hg	dag	g	dg	cg	mg
1	10	100	**1000**	10000	100000	1000000
0,1	1	10	**100**	1000	10000	100000
0,01	0,1	1	**10**	100	1000	10000
0,001	0,01	0,1	**1**	10	100	1000
0,0001	0,001	0,01	**0,1**	1	10	100
0,00001	0,0001	0,001	**0,01**	0,1	1	10
0,000001	0,00001	0,0001	**0,001**	0,01	0,1	1

O **grama** é usado como a unidade fundamental das medidas de massa. Porém, noutros sistemas de medidas de massa, considera-se o **quilograma** (kg) como a unidade fundamental. Para objectos com grande quantidade de massa, usa-se a **tonelada** (t) pois $1t = 1000kg$.

3.2 Conversão de unidades de massa

O Januário comprou 17 maçãs. Cada maçã pesa $230g$. Quantos quilogramas de maçãs o Januário comprou?

O peso das 17 maças é $17 \times 230g = 3910g$. É necessário converter $3910g$ para kg.

1º Método: Usando a tabela

1º Passo

Prepara-se a tabela das unidades e escreve-se o número inicial.

Representação em quilogramas	kg	hg	dag	g	Representação em g
					$3910g$

2º Passo

Escreve-se o número de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada.

Representação em quilogramas	kg	hg	dag	$\boldsymbol{g}$	Representação em g
	3	9	1	0	$3910g$

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter. Coloca-se a vírgula do número decimal, conforme necessário. Neste caso, em kg.

Representação em quilogramas	$\boldsymbol{kg}$	hg	dag	g	Representação em g
$3{,}91kg$	3,	9	1	0	$3910g$

Assim, $3910g = 3{,}910kg$. Portanto, o Januário comprou $3{,}91kg$ de maçãs.

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter g para kg, divide-se o número em g por 1000. Então, $3910g \div 1000 = 3{,}91kg$.
Portanto, o Januário comprou $3{,}91kg$ de maçãs.

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 10:</u>

$$\begin{tikzcd}
kg \arrow[r, bend left, "\times 10"] & hg \arrow[r, bend left, "\times 10"] \arrow[l, bend left, "\div 10"] & dag \arrow[r, bend left, "\times 10"] \arrow[l, bend left, "\div 10"] & g \arrow[r, bend left, "\times 10"] \arrow[l, bend left, "\div 10"] & dg \arrow[r, bend left, "\times 10"] \arrow[l, bend left, "\div 10"] & cg \arrow[r, bend left, "\times 10"] \arrow[l, bend left, "\div 10"] & mg \arrow[l, bend left, "\div 10"]
\end{tikzcd}$$

Conversão de g para dag: $3910g = (3910 \div 10)dag = 391dag$
Conversão de dag para hg: $391dag = (391 \div 10)hg = 39{,}1hg$
Conversão de hg para kg: $39{,}1hg = (39{,}1 \div 10)kg = 3{,}91kg$
Portanto, o Januário comprou $3{,}91kg$ de maçãs.

A unidade fundamental de massa é o grama. O miligrama, grama, quilograma e tonelada são as medidas de massa mais comuns na vida quotidiana.
Para converter uma unidade para outra, multiplica-se ou divide-se o número por 10, 100 ou 1000, conforme o que se mostrar mais apropriado para cada caso. Ao converter para uma unidade maior, o número é dividido, e ao converter para uma unidade menor, o número é multiplicado.

Exercícios

Complete os espaços em branco de forma a obter igualdades verdadeiras.

(1) $25dag = \_\_\_\_ g$ (2) $6{,}055kg = \_\_\_\_ g$ (3) $251{,}9cg = \_\_\_\_ g$

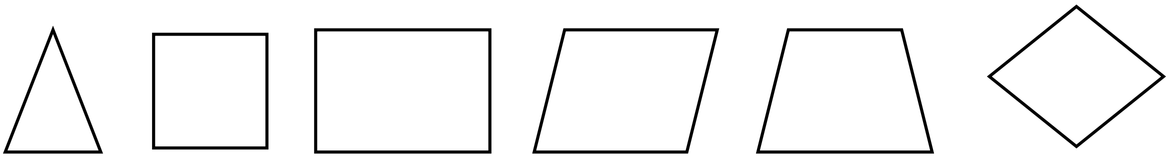
(4) $7g = \_\_\_\_ mg$ (5) $5{,}5dg = \_\_\_\_ mg$ (6) $5{,}6dag = \_\_\_\_ kg$

(7) $11800g = \_\_\_\_ kg$ (8) $20{,}99hg = \_\_\_\_ kg$ (9) $36t = \_\_\_\_ kg$

(10) $\_\_\_\_ t = 6500kg$ (11) $12{,}6t = \_\_\_\_ kg$ (12) $\_\_\_\_ t = 85000kg$

4. Perímetro de figuras planas

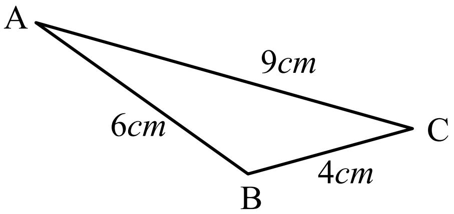
Observe as figuras:



A soma dos comprimentos dos lados de cada uma das figuras planas chama-se **perímetro.**

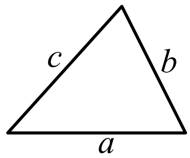
4.1 Perímetro do triângulo

Observe a figura:



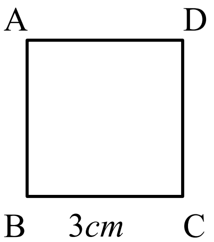
Os lados do triângulo [ABC] medem $9cm$, $6cm$ e $4cm$. Então, o perímetro do triângulo [ABC] é dado por $P = 9cm + 6cm + 4cm = 19cm$. Portanto, o perímetro do $\triangle$ABC é de 19cm.

O perímetro do triângulo é a soma do comprimento dos lados de um triângulo, isto é, $\boldsymbol{P = a + b + c}$.



4.2 Perímetro do quadrado

Observe a figura:

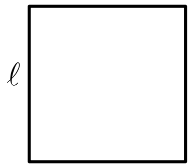


Os lados do quadrado [ABCD] medem $3cm$ cada. Então, o perímetro do quadrado [ABCD] é dado por

$P = 3cm + 3cm + 3cm + 3cm = 4 \times 3cm = 12cm$.

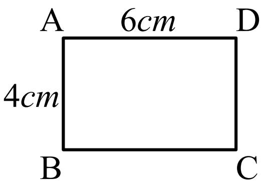
Portanto, o perímetro do quadrado [ABCD] é de $12cm$.

O perímetro do quadrado é a soma do comprimento dos lados de um quadrado, isto é, $\boldsymbol{P = \ell + \ell + \ell + \ell}$ ou $\boldsymbol{P = 4 \times \ell}$.



4.3 Perímetro do rectângulo

Observe a figura:

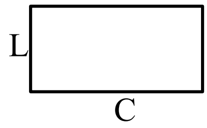


O comprimento do rectângulo [ABCD] mede $6cm$ e a largura $4cm$. Os lados opostos do rectângulo são iguais, então, $\overline{BC} = 6cm$ e $\overline{DC} = 4cm$. Para determinar o perímetro do rectângulo [ABCD], deve-se considerar:

$P = 4cm + 6cm + 4cm + 6cm = 2 \times 4cm + 2 \times 6cm = 8cm + 12cm = 20cm$

Portanto, o perímetro do rectângulo [ABCD] é de $20cm$

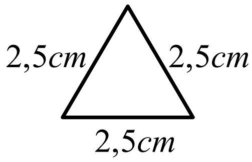
O perímetro do rectângulo é a soma do comprimento dos lados de um rectângulo, isto é, $\boldsymbol{P = C + L + C + L}$ ou $\boldsymbol{P = 2 \times (C + L)}$.



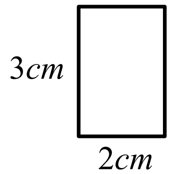
Exercícios

Calcule o perímetro das seguintes figuras.

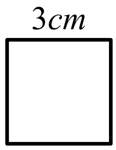
(1)



(2)



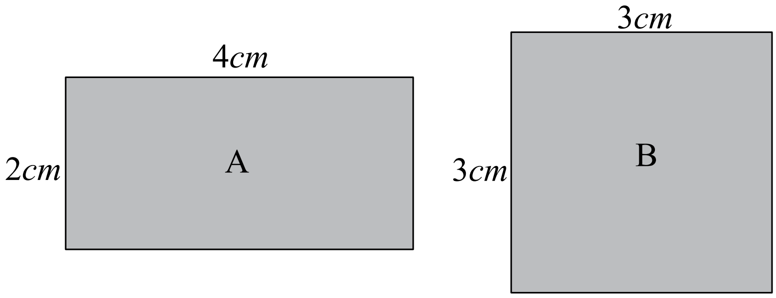
(3)



5. Área de figuras planas

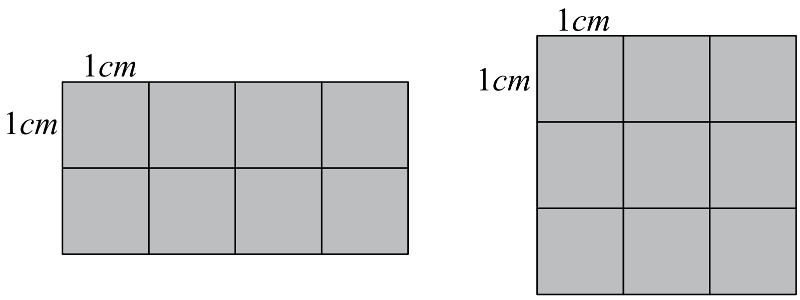
5.1 Área do quadrado e do rectângulo

O seguinte rectângulo e o quadrado foram construídos usando fios com $12cm$ de comprimento.



Analisando as dimensões dos dois quadriláteros, conclui-se que ambos têm o mesmo perímetro: $P = 2 \times (2cm + 4cm) = 12cm$ e $P = 4 \times 3cm = 12cm$. Além disso, interessa saber qual deles ocupa maior superfície no plano.

Cada figura é dividida em pequenos quadrados cuja dimensão é de $1cm$ por $1cm$.



Então, a figura A contém 8 pequenos quadrados e a figura B contém 9 pequenos quadrados. Portanto, a figura B é maior que a figura A.

A medida de quantidade de superfície ocupada pela figura chama-se **área**. O pequeno quadrado cuja dimensão é $1cm$ por $1cm$ chama-se quadrado unitário. A área do quadrado unitário é de $1cm^2$. Então, a área da figura A é de $8cm^2$, e a área da figura B é de $9cm^2$.

A figura A é formada por 4 colunas e 2 linhas de pequenos quadrados. Ao analisar a figura

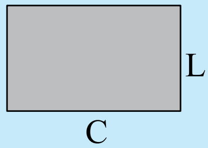
A, observa-se que 4 é o comprimento e 2 a largura do rectângulo. Então, a sua área pode ser encontrada multiplicando o comprimento e a largura.

A figura B é um quadrado que é um caso especial do rectângulo (onde o comprimento e a largura têm a mesma medida). Portanto, a área de um quadrado pode ser encontrada multiplicando o lado pelo mesmo lado.

A medida da quantidade de uma superfície ocupada pela figura chama-se **área**.

Área do rectângulo = Comprimento × Largura

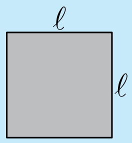
$A = \mathrm{C} \times \mathrm{L}$



O comprimento e a largura devem ter a mesma unidade.

Área do quadrado = lado × lado

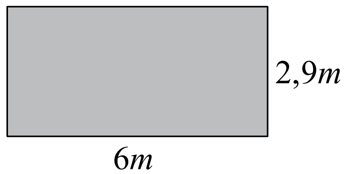
$A = \ell \times \ell$ ou $A = \ell^2$



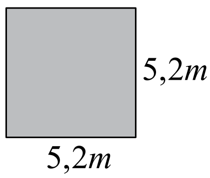
Exercícios

Calcule a área das seguintes figuras.

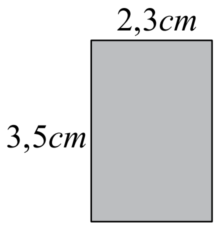
(1)



(2)

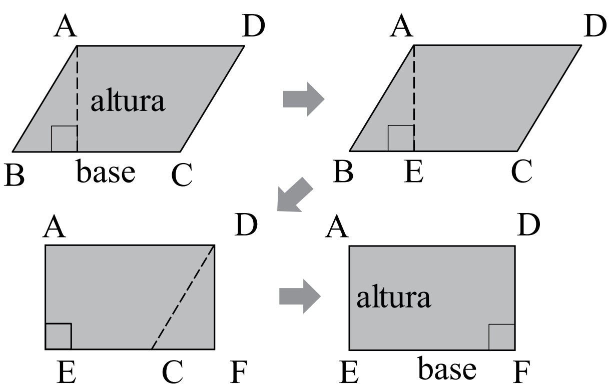


(3)



5.2 Área do paralelogramo

Observe a figura:



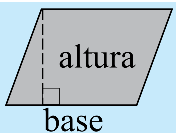
A partir do paralelogramo, pode-se obter um rectângulo:

A partir da altura que passa do ponto A, corta-se o paralelogramo e obtém-se duas figuras, uma delas sendo triângulo [ABE].

Desloca-se o triângulo [ABE] para a direita do lado [CD] para obter um rectângulo [AEFD], com a mesma base e altura do paralelogramo. Assim, diz-se que a área do paralelogramo é igual à área do rectângulo, com a mesma base e altura. O comprimento e a largura de um rectângulo podem ser chamados **base e altura**, respectivamente.

Área do paralelogramo = base × altura

$A = b \times h$



Exemplo:

Calcule a área de um jardim com a forma de um paralelogramo cuja base e a altura medem 17,5m e 8,2m, respectivamente.

$A = b \times h$

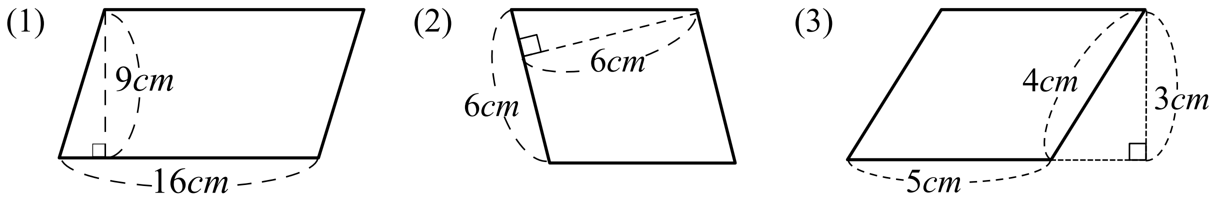
$A = 17,5m \times 8,2m$

$A = 143,5m^2$

A área do jardim é de 143,5m^2.

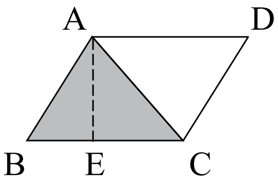
Exercícios

Encontre a área dos paralelogramos seguintes.



5.3 Área do triângulo

Observe o paralelogramo [ABCD].

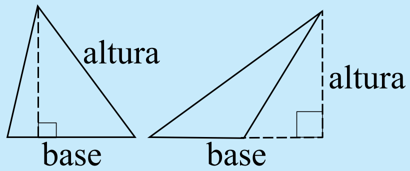


A diagonal [AC] divide o paralelogramo em dois triângulos geometricamente iguais. Então, a área do triângulo [ABC] é metade da área do paralelogramo.

[BC] é a base do triângulo [ABC] e do paralelogramo [ABCD]. [AE] é a altura do triângulo [ABC] e do paralelogramo [ABCD]. Portanto, a área de um triângulo é a metade da área de um paralelogramo, com a mesma base e a mesma altura.

Área do triângulo $= \frac{1}{2} \times$ **base** $\times$ **altura**

$$A = \frac{b \times h}{2}$$



Exemplo:

Determine a área de uma folha de cartolina triangular cuja base mede 35cm e altura 50cm.

$$A = \frac{b \times h}{2}$$

$$A = \frac{35cm \times 50cm}{2}$$

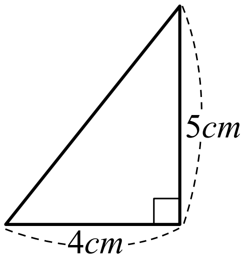
$A = 875cm^2$

A área da folha de cartolina é de 875cm^2.

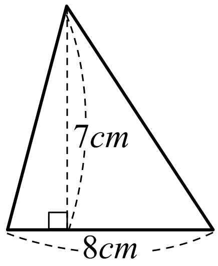
Exercícios

Encontre a área dos triângulos seguintes.

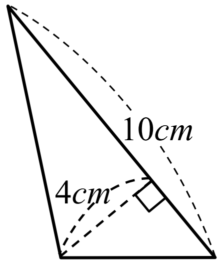
(1)



(2)

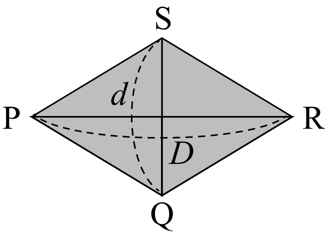


(3)



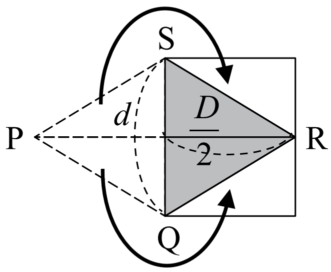
5.4 Área do losango

Observe:



A figura representa um losango [PR] é a diagonal maior (D) e [QS] é a diagonal menor (d).

A diagonal menor divide o losango em dois triângulos geometricamente iguais. Ao cortar o triângulo [PSQ] e colocá-lo à direita do outro triângulo [SQR], obtém-se um rectângulo de área igual à do losango.



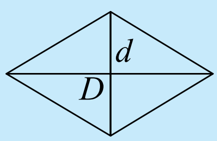
Nota-se, ainda, que um dos lados do rectângulo tem a mesma medida que a diagonal menor do losango e o outro lado do rectângulo mede a metade da diagonal maior do losango. Ou seja, a área do rectângulo é igual ao produto das medidas da diagonal menor pela metade da diagonal maior.

$$A = d \times \frac{D}{2} = \frac{D \times d}{2}$$

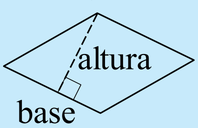
Assim, a área de losango é igual à metade do produto das medidas da diagonal maior pela diagonal menor.

Área do losango $= \frac{1}{2} \times$ diagonal maior $\times$ diagonal menor

$\boldsymbol{A = \frac{D \times d}{2}}$, sendo D a medida da diagonal maior e d a medida da diagonal menor.



O losango é um caso especial do paralelogramo, então, a área de um losango pode ser encontrada pelo produto da base e da altura.



Exemplo:
A machamba da senhora Joana, extensionista reformada, apresenta-se na forma de um losango, e ela tem de diagonal maior $120m$ e diagonal menor $75m$.
Quantos metros quadrados tem a machamba acima descrita?

$$A = \frac{D \times d}{2}$$

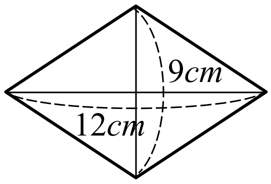
$$A = \frac{120m \times 75m}{2}$$

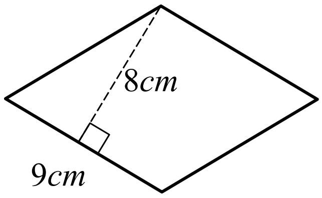
$$A = 4500m^2$$

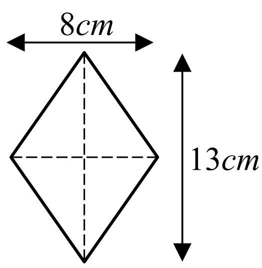
A machamba tem $4500m^2$.

Exercícios

Encontre a área dos losangos seguintes.

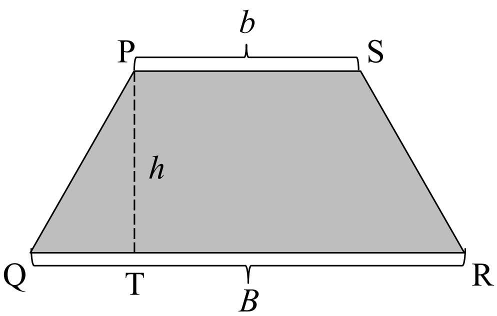
(1)


(2)


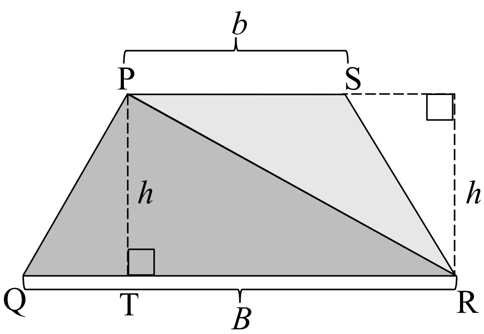
(3)


5.5 Área do trapézio

Observe:



A figura representa um trapézio. [PS] é a base menor (***b***), [QR] é a base maior (***B***) e [PT] é a altura do trapézio (***h***).
Ao traçar uma diagonal [PR], obtém-se dois triângulos △PQR e △PRS, como mostra a figura a seguir.



A área do △PQR é dada pela fórmula $\frac{B \times h}{2}$, onde B é base e h é a altura do △PQR.
A área do △PRS é dada pela fórmula $\frac{b \times h}{2}$, onde b é a base e h é a altura do △PRS.
[PS] e [QR] são paralelas, portanto, a altura dos △PQR e △PRS são iguais.

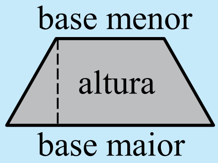
Área do trapézio =Área do △PQR + Área do △PRS

$$A = \left(\frac{B \times h}{2}\right) + \left(\frac{b \times h}{2}\right) = \frac{B \times h + b \times h}{2} = \frac{(B+b)}{2} \times h$$

Portanto, a área do trapézio é igual à metade do produto da soma das medidas das bases pela medida da altura.

Área do trapézio $= \frac{1}{2} \times (\textbf{Base maior+base menor}) \times \textbf{altura}$

$\boldsymbol{A = \frac{(B+b)}{2} \times h}$, onde $\boldsymbol{B}$ indica a medida da base maior, $\boldsymbol{b}$ indica a medida da base menor e $\boldsymbol{h}$ indica a medida da altura do trapézio.



Exemplo:

A senhora Luísa, professora de música, é dona de um terreno em forma de trapézio. O terreno possui bases de 20 e 45 metros e altura de 15 metros. Determine a área do terreno.

$$A = \frac{(B+b)}{2} \times h$$

$$A = \frac{(45+20)}{2} m \times 15m$$

$$A = 32,5m \times 15m$$

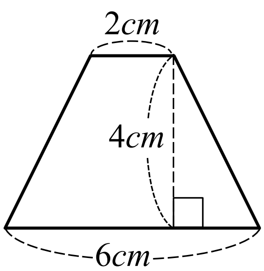
$$A = 487,5m^2$$

A área do terreno da professora Luísa é de 487,5m^2.

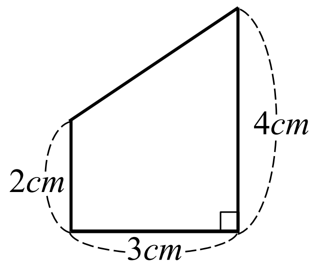
Exercícios

Encontre a área dos trapézios seguintes.

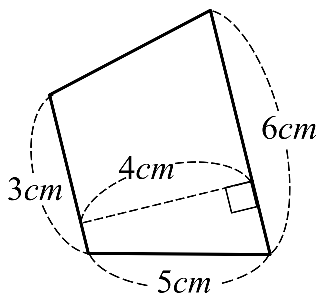
(1)



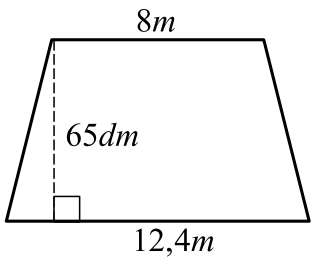
(2)



(3)

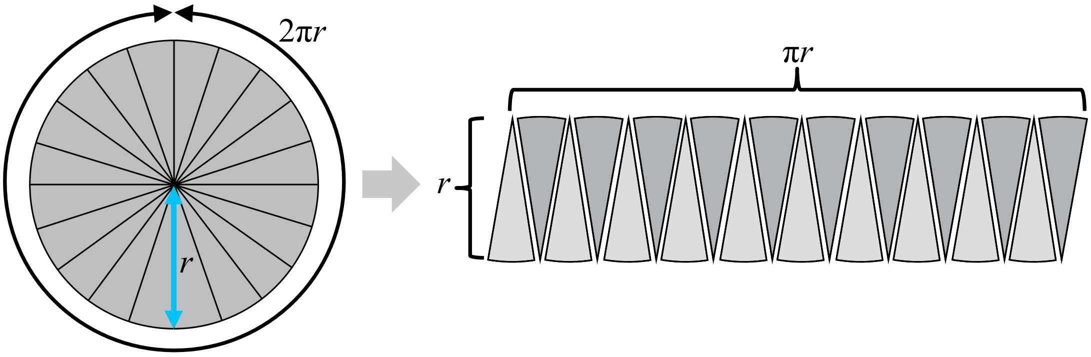


(4)



5.6 Área do círculo

Observe:



A figura acima, representa o perímetro de uma jante de bicicleta que corresponde ao perímetro de uma circunferência. Ao dividir a jante em pequenas partes e reorganizá-las, obtém-se um paralelogramo cuja base é igual à metade da medida do perímetro da circunferência (πr) e a sua altura é igual à medida do raio do círculo (r), sendo a área do paralelogramo equivalente à área da superfície delimitada pela jante (círculo).

Área do círculo = Área do paralelogramo

$A = \text{base} \times \text{altura}$

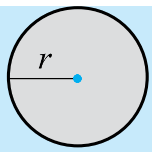
$A = \pi r \times r$

$A = \pi r^2$

Assim, pode-se concluir que a área do círculo é igual ao produto de π (3,14) pelo quadrado da medida do raio (***r***).

Área do círculo = $\pi \times$ raio $\times$ raio

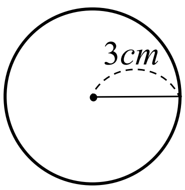
$\boldsymbol{A = \pi \times r^2}$



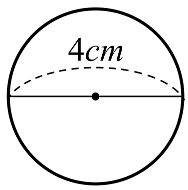
Exercícios

Observe e determine a área de cada figura usando $\pi = 3{,}14$.

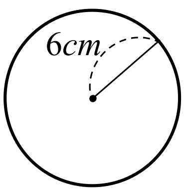
(1)



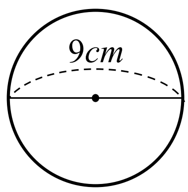
(2)



(3)



(4)



6. Unidades de área

6.1 Unidade fundamental

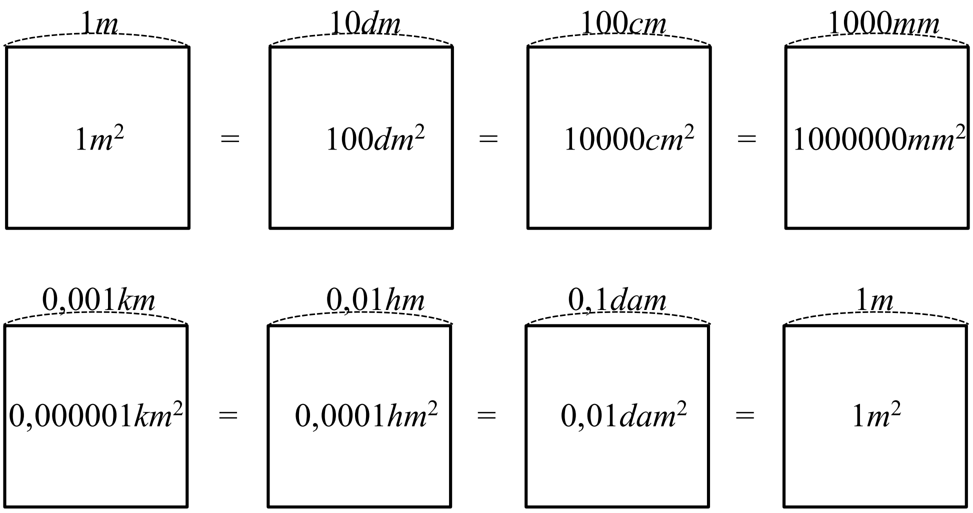
O **metro quadrado** (m^2) é a unidade fundamental da área.

O **decímetro quadrado** (dm^2), o **centímetro quadrado** (cm^2) e o **milímetro quadrado** (mm^2) são usados para medir áreas menores.

O **quilómetro quadrado** (km^2), o **hectómetro quadrado** (hm^2) e o **decâmetro quadrado** (dam^2) são usados para medir áreas maiores.

6.2 Relação entre as unidades de superfície ou área

Facilmente, vê-se a relação entre as unidades de área ao mudar a unidade do lado do quadrado.



O quadro que se segue representa a relação entre as unidades de área.

Múltiplos de metro quadrado			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de metro quadrado**		
km^2	hm^2	dam^2	$\boldsymbol{m^2}$	dm^2	cm^2	mm^2
1	100	10000	**1000000**	100000000	10000000000	1000000000000
0,01	1	100	**10000**	1000000	100000000	10000000000
0,0001	0,01	1	**100**	10000	1000000	100000000
0,000001	0,0001	0,01	**1**	100	10000	1000000
0,00000001	0,000001	0,0001	**0,01**	1	100	10000
0,0000000001	0,00000001	0,000001	**0,0001**	0,01	1	100
0,000000000001	0,0000000001	0,00000001	**0,000001**	0,0001	0,01	1

6.3 Conversão de unidades de área

1. Quantos metros quadrados (m^2) tem-se em $0,4km^2$?

<u>1º Método: Usando a tabela</u>

1º Passo

Prepara-se a tabela e escreve-se o número inicial.

Representação em km^2	km^2	hm^2	dam^2	m^2	Representação em m^2
$0{,}4km^2$					

2º Passo

Escreve-se o número na tabela de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada.

Representação em km^2	$\boldsymbol{km^2}$	hm^2	dam^2	m^2	Representação em m^2
$0{,}4km^2$	0,	4			

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter. Coloca-se o(s) zero(s), conforme necessário. Lembre-se que cada caixa contém dois algarismos.

Representação em km^2	km^2	hm^2	dam^2	$\boldsymbol{m^2}$	Representação em m^2
$0{,}4km^2$	0,	40	00	00	$400000m^2$

Ao analisar a tabela, verifica-se que $0{,}4km^2$ correspondem a $400000m^2$, isto é, $0{,}4km^2 = 400000m^2$

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter km para m, multiplica-se o número em km por 1000. Então, para converter km^2 para m^2, multiplica-se o número em km^2 por $(1000)^2$.

Assim, $0{,}4km^2 = 0{,}4\times(1000\times1000)m^2 = 0{,}4\times1000000m^2 = 400000m^2$

$0{,}4km^2 = 400000m^2$

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 100</u>

$$\begin{tikzcd}
km^2 \arrow[r, bend left, "\times100"] & hm^2 \arrow[l, bend left, "\div100"] \arrow[r, bend left, "\times100"] & dam^2 \arrow[l, bend left, "\div100"] \arrow[r, bend left, "\times100"] & m^2 \arrow[l, bend left, "\div100"] \arrow[r, bend left, "\times100"] & dm^2 \arrow[l, bend left, "\div100"] \arrow[r, bend left, "\times100"] & cm^2 \arrow[l, bend left, "\div100"] \arrow[r, bend left, "\times100"] & mm^2 \arrow[l, bend left, "\div100"]
\end{tikzcd}$$

Conversão de km^2 para hm^2: $0{,}4km^2 = (0{,}4\times100)hm^2 = 40hm^2$

Conversão de hm^2 para dam^2: $40hm^2 = (40\times100)dam^2 = 4000dam^2$

Conversão de dam^2 para m^2: $4000dam^2 = (4000\times100)m^2 = 400000m^2$

Portanto, $0{,}4km^2 = 400000m^2$

2. Quantos decâmetros quadrados (dam^2) tem-se em $27{,}45dm^2$?

<u>1º Método: Usando a tabela</u>

1º Passo

Prepara-se a tabela de conversão e escreve-se o número inicial.

Representação em dam^2	km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	Representação em dm^2
							$27{,}45dm^2$

2º Passo

Escreve-se o número na tabela de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada. Certificando-se, com atenção, de que cada caixa contém 2 algarismos para a tabela de conversão da área.

Representação em dam^2	km^2	hm^2	dam^2	m^2	$\boldsymbol{dm^2}$	cm^2	Representação em dm^2
					27	45	$27{,}45dm^2$

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter. Coloca-se o(s) zero(s) e a vírgula (do número decimal), conforme necessário. Lembre-se que cada caixa contém dois algarismos.

Representação em dam^2	km^2	hm^2	$\boldsymbol{dam^2}$	m^2	dm^2	cm^2	Representação em dm^2
$0{,}002745dam^2$			0,	00	27	45	$27{,}45dm^2$

Ao analisar a tabela, verifica-se que $27{,}45dm^2$ correspondem a $0{,}002745dam^2$, isto é, $27{,}45dm^2 = 0{,}002745dam^2$.

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter dm^2 para dam^2, divide-se o número em dm^2 por $(100)^2$. Então,

$$27{,}45dm^2 = 27{,}45 \div (100 \times 100)\,dam^2 = 27{,}45 \div 10000dam^2 = 0{,}002745dam^2$$

Portanto, $27{,}45dm^2 = 0{,}002745dam^2$.

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 100</u>

$$\begin{tikzcd}
km^2 \arrow[r, bend left, "\times 100"] & hm^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & dam^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & m^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & dm^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & cm^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & mm^2 \arrow[l, bend left, "\div 100"]
\end{tikzcd}$$

Conversão de dm^2 para m^2: $27{,}45dm^2 = (27{,}45 \div 100)\,m^2 = 0{,}2745m^2$

Conversão de m^2 para dam^2: $0{,}2745m^2 = (0{,}2745 \div 100)\,dam^2 = 0{,}002745dam^2$

Portanto, $27{,}45dm^2 = 0{,}002745dam^2$.

A unidade fundamental da área é o **metro quadrado** (**m^2**). O milímetro quadrado, o centímetro quadrado, o metro quadrado e o quilómetro quadrado são as medidas de área mais comuns da vida quotidiana.
Para converter uma unidade para outra, multiplica-se ou divide-se o

número por 100, 10000 ou 1000000, conforme o que se mostrar mais apropriado para cada caso. Ao converter para uma unidade maior, o número é dividido e ao converter para uma unidade menor, o número é multiplicado.

Exercícios

1. Converta para metros quadrados (m^2).

(1) $0{,}6km^2$ (2) $0{,}25dam^2$ (3) $310dm^2$ (4) $7042{,}8cm^2$

2. Converta para centímetros quadrados (cm^2).

(1) $9m^2$ (2) $0{,}76dam^2$ (3) $123mm^2$ (4) $5{,}0438dm^2$

6.4 Unidades agrárias

A medida de área depende da unidade escolhida. Na medição de áreas de campos ou terrenos grandes para aviação, agricultura, criação de gado ou grandes construções, usam-se **as unidades agrárias** que são o **Hectare** (*ha*)**,** o **Are** (*a*) e o **Centiare** (*ca*)**.**

O **Are** (*a*) é a unidade fundamental das unidades agrárias. O **Hectare** (*ha*) é unidade múltipla do Are e o **Centiare** (*ca*) é a unidade submúltipla do Are.

A relação entre estas unidades pode ser representada na seguinte tabela:

Unidade múltipla do Are	**Unidade fundamental**	**Unidade submúltipla do Are**
Hectare	**Are**	Centiare
ha	*a*	*ca*
1	100	10000
0,01	1	100
0,0001	0,01	1

6.5 Conversão de unidades agrárias

Quantos *ha* tem-se em 37,4*a*?

1º Método: Usando a tabela

1º Passo

Prepara-se a tabela de conversão e escreve-se o número inicial.

Representação em *ha*	*ha*	*a*	*ca*	Representação em *a*
				37,4*a*

2º Passo

Escreve-se o número de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada. Certificando-se que cada caixa contém 2 algarismos para a tabela de conversão da área.

Representação em *ha*	*ha*	***a***	*ca*	Representação em *a*
		37	40	37,4*a*

2º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 100

$$\begin{tikzcd} ha \arrow[r, bend left, "\times 100"] & a \arrow[l, bend left, "\div 100"] \arrow[r, bend left, "\times 100"] & ca \arrow[l, bend left, "\div 100"] \end{tikzcd}$$

Converta-se a para ha: $37,4a=(37,4\div 100)ha=0,374ha$.
Portanto, $37,4a=0,374ha$.

Exercícios

Complete os espaços em branco de modo a obter afirmações verdadeiras.

(1) $35ha=$ ____ a (2) $67,37a=$ ____ ha

(3) $3925ca=$ ____ a (4) $21,407a=$ ____ ca

6.6 Relação entre as unidades agrárias e as unidades de área

$1ha=1hm^2$, $1a=1dam^2$ e $1ca=1m^2$

Então, as três unidades, *ha*, *a* e *ca*, podem ser adicionadas à tabela das unidades de área.

Múltiplos de metro quadrado			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de metro quadrado**		
km^2	hm^2	dam^2	m^2	dm^2	cm^2	mm^2
	ha	***a***	***ca***			
1	100	10000	1000000	100000000	10000000000	1000000000000
0,01	1	100	10000	1000000	100000000	10000000000
0,0001	0,01	1	100	10000	1000000	100000000
0,000001	0,0001	0,01	1	100	10000	1000000
0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	1	100	10000
0,0000000001	0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	1	100
0,000000000001	0,0000000001	0,00000001	0,000001	0,0001	0,01	1

Exemplo:

A machamba do Sr. João tem uma área de $100000m^2$. Quantos hectares ocupa a sua machamba?

Método 1: $100000m^2=1000dam^2$, $1000dam^2=10hm^2$ e $10hm^2=10ha$

Método 2: $100000m^2=100000ca$, $100000ca=1000a$ e $1000a=10ha$

Portanto, $100000m^2=10ha$

A machamba do senhor João ocupa $10ha$.

$1ha = 1hm^2$, $1a = 1dam^2$ e $1ca = 1m^2$.

Exercícios

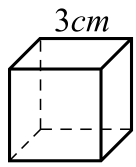
Complete os espaços em branco de modo a obter afirmações verdadeiras.

(1) $8a =$ ____ hm^2 (2) $15a =$ ____ m^2 (3) $2700m^2 =$ ____ a

(4) $87310dam^2 =$ ____ ha (5) $94724ca =$ ____ km^2 (6) $73{,}65dam^2 =$ ____ ca

7. Área da superfície de sólidos geométricos

7.1 Área da superfície do prisma



A área da superfície de um sólido geométrico é a área total de todas as faces da figura.

Considere o cubo com $3cm$ de aresta.

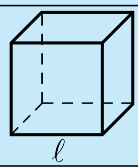
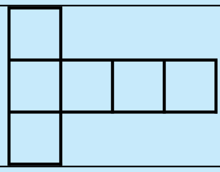
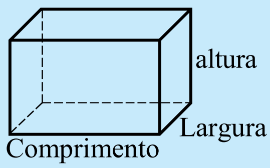
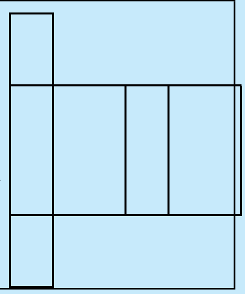
O cubo é composto por 6 quadrados iguais. A área do quadrado é $3cm \times 3cm = 9cm^2$. Então, a área total dos 6 quadrados é $6 \times 9cm^2 = 54cm^2$.

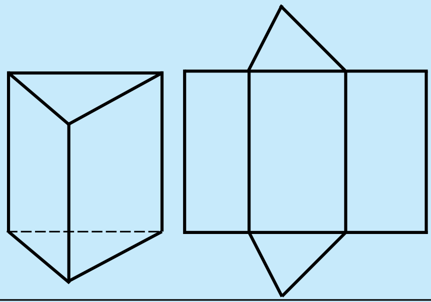
Portanto, a superfície do cubo é $54cm^2$.

A planificação de um sólido geométrico é útil para encontrar a sua área da superfície.

Um prisma é composto por duas bases, as quais são polígonos equivalentes, e faces laterais, as quais são rectângulos.

A área da superfície de um prisma é igual à soma das áreas de todas as suas faces.

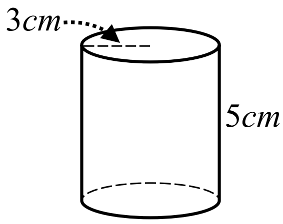
Cubo **Área da superfície** $= \mathbf{6} \times \ell \times \ell$	 
Prisma rectangular **Área da superfície** $= \mathbf{2} \times (\boldsymbol{C} \times \boldsymbol{L} + \boldsymbol{C} \times \boldsymbol{h} + \boldsymbol{L} \times \boldsymbol{h})$	 

Prisma triangular **Área da superfície** $= \mathbf{2 \times \text{Área da base} + \text{Área das faces laterais}}$	

7.2 Área da superfície do cilindro

Considere o cilindro apresentado à direita.

O cilindro é composto por dois círculos e uma face rectangular, os quais são apresentadas ao lado na sua planificação.

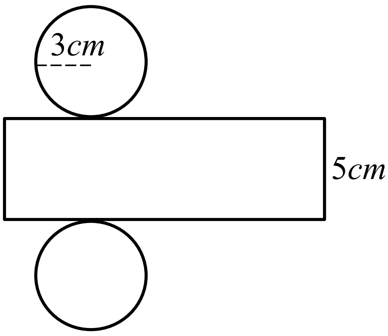


Área da base circular $= 3{,}14 \times 3cm \times 3cm = 28{,}26cm^2$.

O comprimento do rectângulo da superfície lateral é igual ao perímetro da circunferência da base circular $(2 \times \pi \times r)$.

O comprimento do rectângulo $= 2 \times 3{,}14 \times 3cm = 18{,}84cm$

A área do rectângulo representa a área lateral do cilindro que é obtida pela multiplicação do comprimento do rectângulo e da altura do cilindro $(2 \times \pi \times r \times h)$.



A área do rectângulo $= 2 \times 3{,}14 \times 3cm \times 5cm = 18{,}84 \times 5cm = 94{,}2cm^2$.

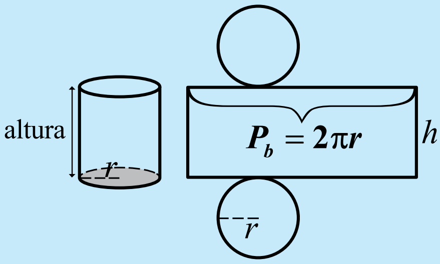
Portanto, a área da superfície do cilindro é a soma do dobro da área da base circular e da área lateral do cilindro $2 \times 28{,}26cm^2 + 94{,}2cm^2 = 150{,}72cm^2$.

Cilindro

Área da superfície

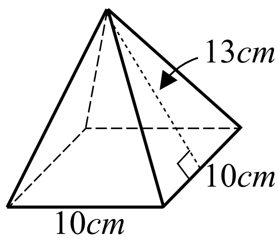
$= \mathbf{2 \times \text{Área da base} + \text{Área da superfície lateral}}$

$= \mathbf{2 \times \pi \times r \times r + 2 \times \pi \times r \times h}$

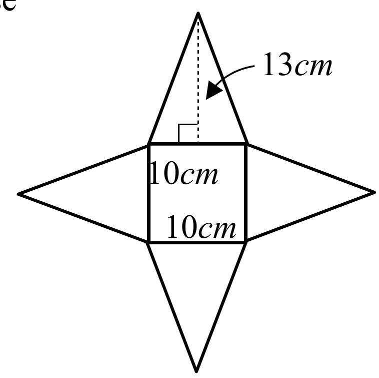


7.3 Área da superfície da pirâmide

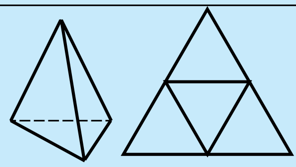
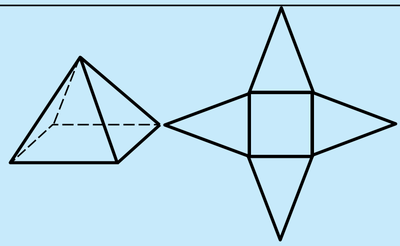
Uma pirâmide é composta por uma base, a qual é um polígono, e faces laterais, que são triângulos cujas bases são os lados do polígono.
Considere a pirâmide quadrangular apresentada à direita.



Com base na planificação apresentada à direita, a forma da base é quadrada.
Então, a área da base $= 10cm \times 10cm = 100cm^2$,
A forma da superfície lateral é um triângulo.
Assim, a área de cada triângulo $= \frac{1}{2} \times 10cm \times 13cm = 65cm^2$.
Portanto, a área da superfície da pirâmide é a soma da área da base e de número de vezes (n-vezes) da área das faces laterais $= 100cm^2 + 4 \times 65cm^2 = 360cm^2$.

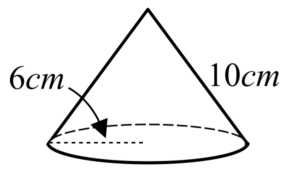


Fórmula de pirâmide regular

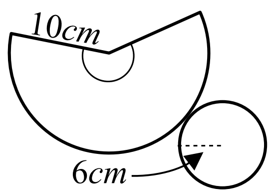
Pirâmide triangular **Área da superfície** **= Área da base + 3 × Área das faces laterais**	
Pirâmide quadrangular **Área da superfície** **= Área da base + 4 × Área das faces laterais**	
Pirâmide regular **Área da superfície = Área da base + *n* × Área das faces laterais** Onde "*n*" é o número de faces laterais.	

7.4 Área da superfície do cone

O cone é composto por um círculo e uma superfície lateral curva.
Considere o cone apresentado à direita.



A forma da base é um círculo.
Então, a área da base $= 3{,}14 \times 6cm \times 6cm = 113{,}04cm^2$.
Com base na planificação do cone apresentada à direita, a forma da superfície lateral é um sector circular. A área do sector circular (super-



fície lateral do cone) pode ser encontrada pela multiplicação do raio da base do cone, o raio do sector circular (geratriz) e pi (π).

Assim, a área da superfície lateral $= 6cm \times 10cm \times 3{,}14 = 188{,}4cm^2$.

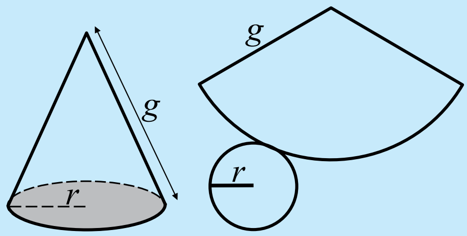
Portanto, a área da superfície do cone é a soma da área da superfície lateral e da área da base $113{,}04cm^2 + 188{,}4cm^2 = 301{,}44cm^2$.

Cone

Área da superfície

= Área da base + Área da superfície lateral

$= \pi \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{r} + \pi \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{g}$



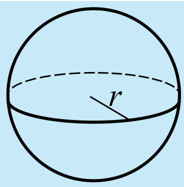
Onde *"g"* é geratriz do cone (raio do sector circular).

7.5 Área da superfície da esfera

A esfera é um sólido geométrico completamente redondo como uma bola.

Esfera

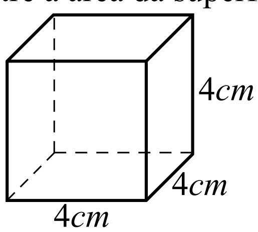
Área da superfície $= 4 \times \pi \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{r}$



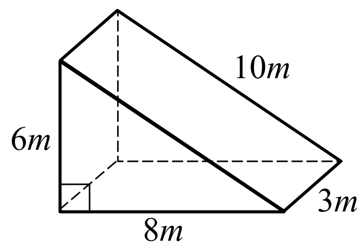
Exercícios

Encontre a área da superfície

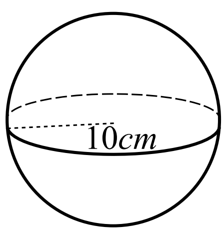
(1)



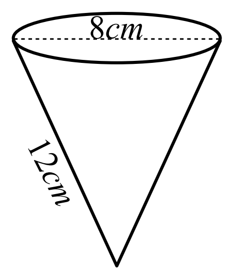
(2)



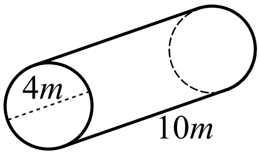
(3)



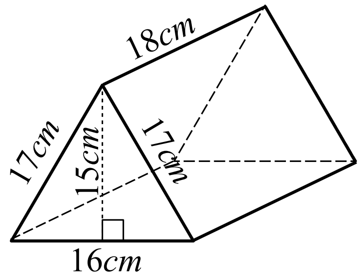
(4)



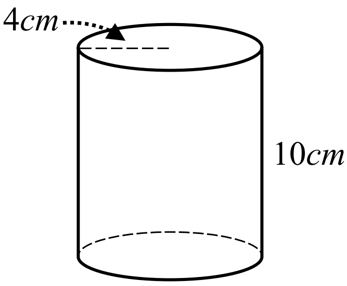
(5)



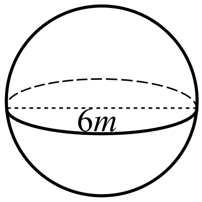
(6)



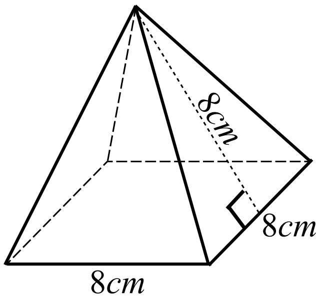
(7)



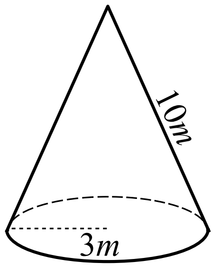
(8)



(9)

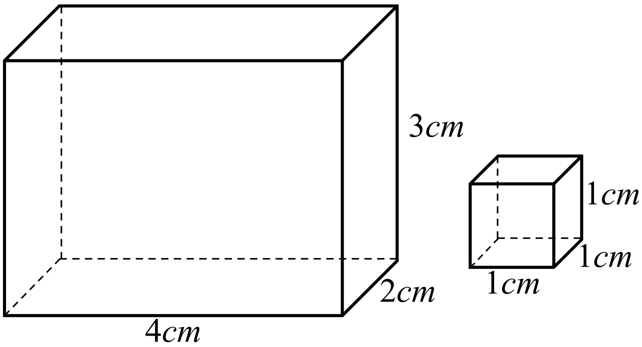


(10)



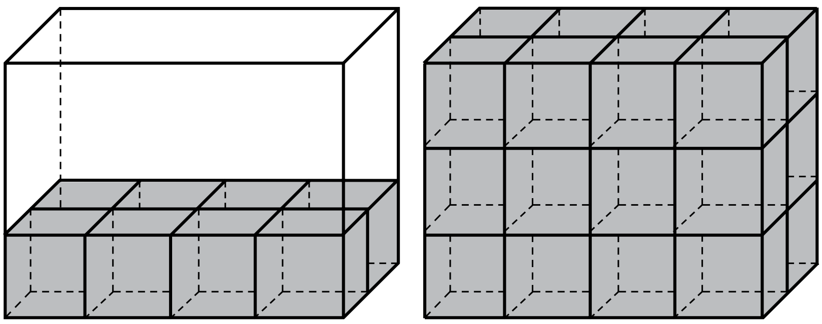
8. Volume de sólidos geométricos

8.1 Volume do prisma



O volume corresponde à medida da quantidade de espaço ocupado por uma figura. Um cubo com $1cm$ de lado chama-se cubo unitário. O volume de um cubo unitário $= 1cm \times 1cm \times 1cm = 1cm^3$.

O volume de um prisma rectangular corresponde ao número de cubos unitários que o prisma contém.



O prisma está preenchido pelo total de 24 cubos unitários. Então, o volume do prisma é $24cm^3$.

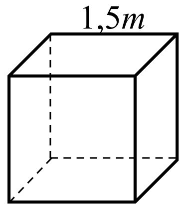
O número total de cubos unitários da camada de baixo pode ser encontrado pela multiplicação do comprimento e largura do prisma. Então, multiplica-se o resultado pela altura do prisma. Assim, o volume de um prisma corresponde ao seu comprimento vezes a sua largura vezes a sua altura. $(V = C \times L \times h)$.

A área da base do prisma é encontrada pelo cálculo do seu comprimento vezes a sua largura. Então, o volume do prisma pode ser encontrado pelo cálculo da área da sua base vezes a sua altura. $(\text{Volume=Área da base} \times \text{altura})$.

O cubo é um prisma rectangular cujas arestas têm a mesma medida.

Exemplo:

Encontre o volume do cubo com $1{,}5m$ de aresta.



$\text{Volume do cubo} = \text{aresta} \times \text{aresta} \times \text{aresta}$

$\text{V} = 1{,}5m \times 1{,}5m \times 1{,}5m$

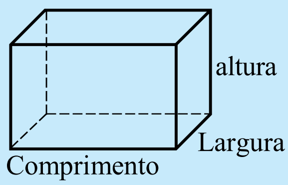
$\text{V} = 3{,}375m^3$

O volume do cubo é $3{,}375m^3$.

O volume é a medida de quantidade de espaço ocupado por um sólido geométrico. O volume é expresso em "unidades cúbicas".

O volume de um prisma rectangular

= Área da base × altura do prisma



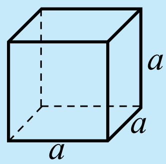
O volume de um prisma rectangular

= Comprimento × Largura × altura

$\boldsymbol{V = \text{C} \times \text{L} \times h}$

Volume do cubo = aresta × aresta × aresta

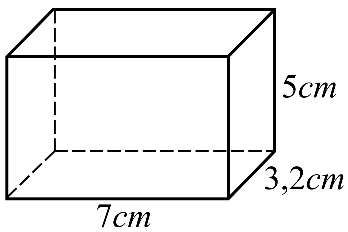
$\boldsymbol{V = a \times a \times a = a^3}$



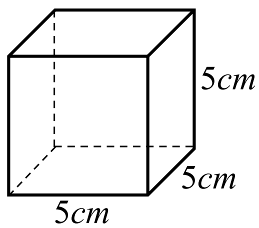
Exercícios

Calcule o volume das seguintes figuras.

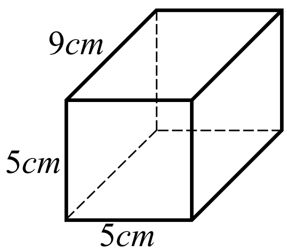
(1)



(2)



(3)



8.2 Volume do prisma e do cilindro

O volume do prisma e do cilindro pode ser encontrado pelo método correspondente ao cubo e ao rectângulo, multiplicando a área da base e a altura do prisma ou do cilindro.

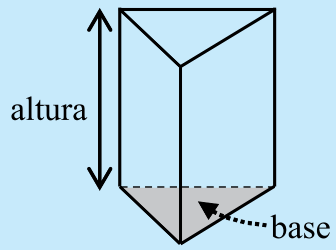
Prisma triangular

Volume = Área da base × altura do prisma

= Área do triângulo × altura do prisma

$= \frac{1}{2} \times b \times h \times h_p$

Onde "h_p" é a altura do prisma.

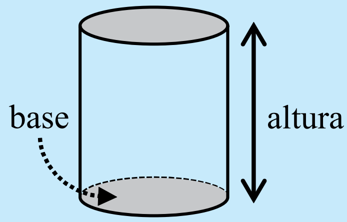


Cilindro

Volume = Área da base × altura

= Área do circulo × altura do cilindro

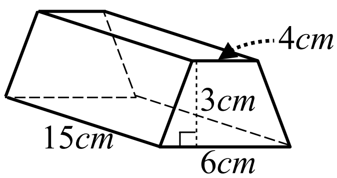
$= \pi \times r \times r \times h$



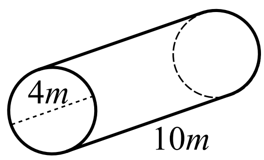
Exercícios

Determine o volume dos prismas e dos cilindros apresentados a seguir.

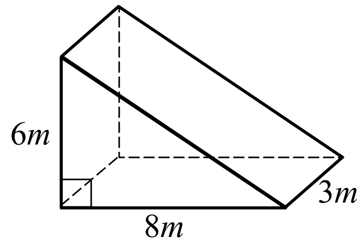
(1)



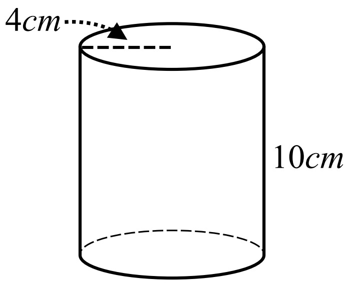
(2)



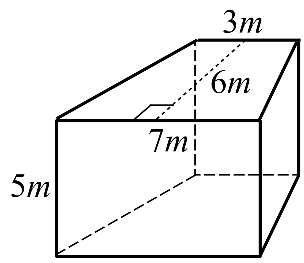
(3)



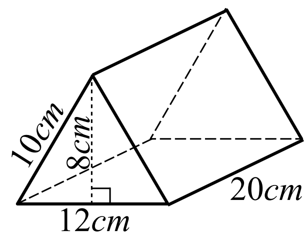
(4)



(5)

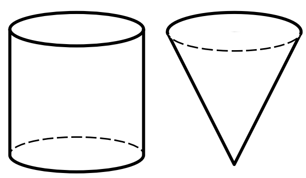


(6)

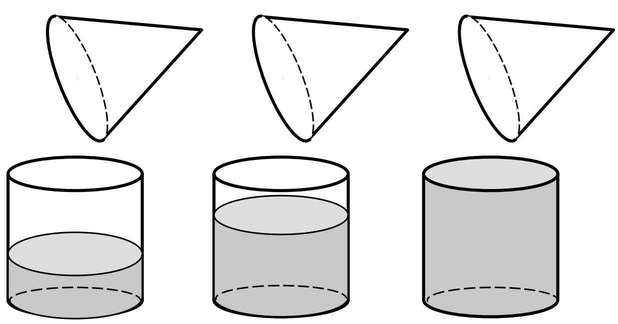


8.3 Volume da pirâmide e do cone

Considere um recipiente cilíndrico e um recipiente cónico, os quais tem a mesma base e a mesma altura.



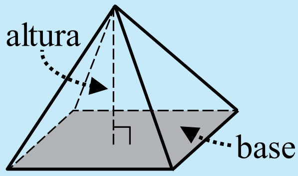
Como uma experiência, três cones cheios de água cabem no recipiente cilíndrico. Isto significa que o volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro. Portanto, pode-se concluir que: O volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro, com a mesma base e altura.



Portanto, pode-se concluir que o volume do cone é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro com a mesma base e a mesma altura.

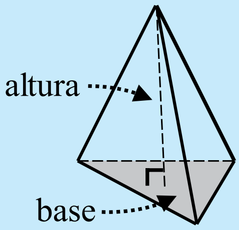
Pirâmide de base quadrangular

$$\textbf{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \textbf{Área da base} \times \textbf{altura}$$



Pirâmide de base triangular

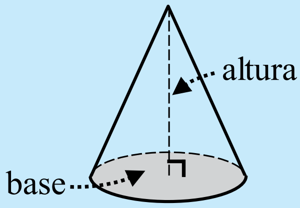
$$\textbf{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \textbf{Área da base} \times \textbf{altura}$$



Cone circular

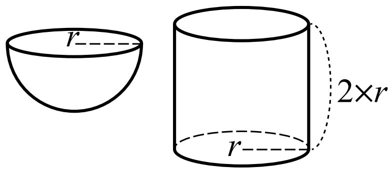
$$\textbf{Volume} = \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \textbf{Área da base} \times \textbf{altura}$$

$$= \frac{\mathbf{1}}{\mathbf{3}} \times \pi \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{h}$$

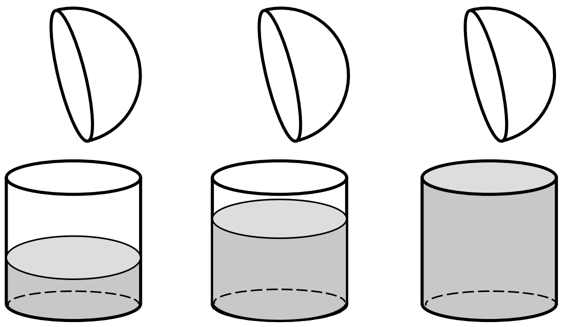


8.4 Volume de uma esfera

Considere um recipiente semi-esférico (hemisfério), cujo raio é r e um recipiente cilíndrico, cujo raio da base é $\boldsymbol{r}$ e altura é $2 \times r$.



Como experiência, três recipientes semiesféricos cheios de água cabem num recipiente cilíndrico.



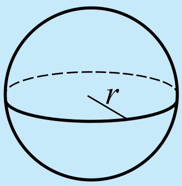
Isto significa que o volume da semi-esfera é $\frac{1}{3}$ do volume do cilindro.

O volume da semi-esfera é $\frac{1}{3} \times \pi \times r \times r \times 2 \times r$.

Então, o volume da esfera é $2 \times \left(\frac{1}{3} \times \pi \times r \times r \times 2 \times r \right) = \frac{4}{3} \times \pi \times r \times r \times r$.

Esfera

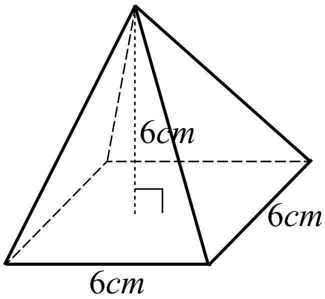
$$\textbf{Volume} = \frac{\mathbf{4}}{\mathbf{3}} \times \pi \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{r} \times \boldsymbol{r}$$



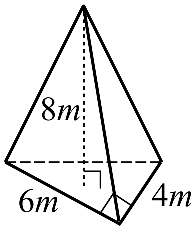
Exercícios

Determine o volume das pirâmides, dos cones e das esferas.

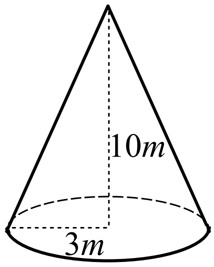
(1)



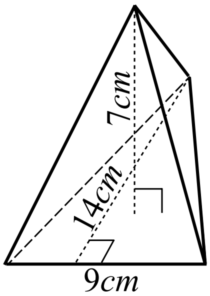
(2)



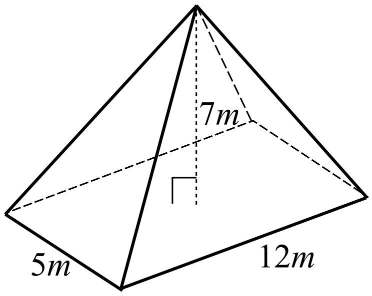
(3)



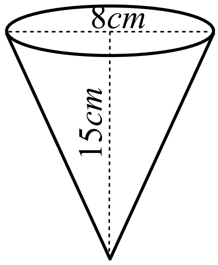
(4)



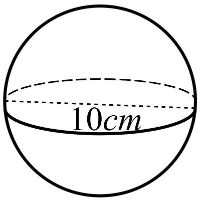
(5)



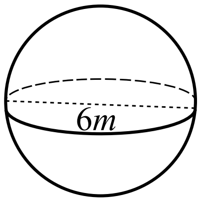
(6)



(7)



(8)



9. Unidade de volume

9.1 Unidade fundamental

O metro cúbico (m^3) é a unidade fundamental das medidas de volume. O decímetro cúbico (dm^3), o centímetro cúbico (cm^3) ou o milímetro cúbico (mm^3) são unidades usadas para volumes menores.

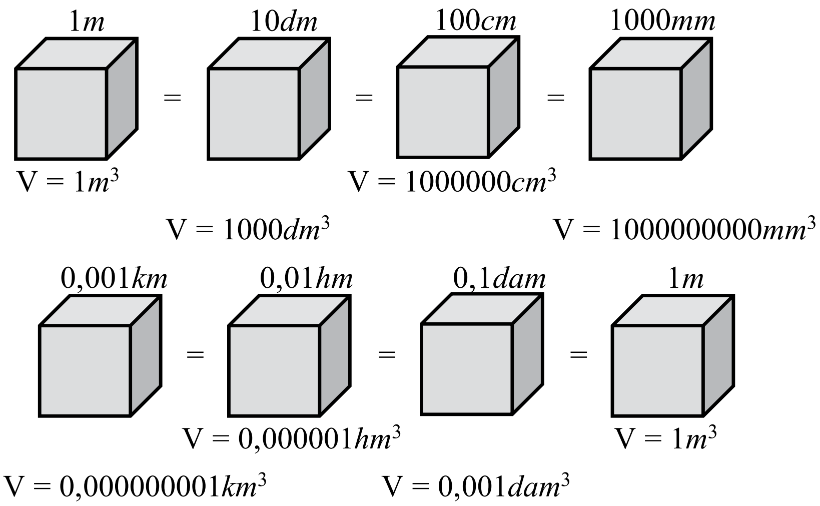
O quilómetro cúbico (km^3), o hectómetro cúbico (hm^3) ou o decâmetro cúbico (dam^3) são unidades usadas para volumes maiores.

Múltiplos de metro cúbico			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de metro cúbico**		
quilómetro cúbico	hectómetro cúbico	decâmetro cúbico	**metro cúbico**	decímetro cúbico	centímetro cúbico	milímetro cúbico
km^3	hm^3	dam^3	$\mathbf{m^3}$	dm^3	cm^3	mm^3

9.2 Relação entre as unidades de volume

Observe a seguinte relação, que é visualizada nas figuras abaixo.

Facilmente, vê-se a relação entre as unidades de volume ao mudar a unidade da aresta do cubo.



A seguinte tabela representa a relação entre as unidades de volume.

Múltiplos do metro cúbico			**Unidade fundamental**
km^3	hm^3	dam^3	$\boldsymbol{m^3}$
1	1000	1000000	**1000000000**
0,001	1	1000	**1000000**
0,000001	0,001	1	**1000**
0,000000001	0,000001	0,001	**1**

Unidade fundamental	**Submúltiplos do metro cúbico**		
$\boldsymbol{m^3}$	dm^3	cm^3	mm^3
1	1000	1000000	1000000000
0,001	1	1000	1000000
0,000001	0,001	1	1000
0,000000001	0,000001	0,001	1

9.3 Conversão de unidades de volume

Uma escola de Ensino Técnico pretende ensinar aos estudantes como fazer vasos decorativos nas suas aulas de cerâmica. Cada vaso é feito com $650cm^3$ de argila. Determine quantos metros cúbicos de argila são necessários para fazer 900 vasos.

$900 \times 650cm^3 = 585000cm^3$

De seguida, converte-se $585000cm^3$ para m^3.

1º Método: Usando a tabela

1º Passo

Prepara-se a tabela de conversão e escreve-se o número inicial.

Representação em m^3	m^3	dm^3	cm^3	Representação em cm^3
				$585000cm^3$

2º Passo

Escreve-se o número de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada. Certificando-se que cada caixa contém 3 algarismos para a tabela de conversão do volume.

Representação em m^3	m^3	dm^3	$\boldsymbol{cm^3}$	Representação em cm^3
		585	000	$585000cm^3$

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter. Coloca-se o(s) zero(s) e a vírgula (do número decimal), conforme necessário. Lembre-se que cada caixa contém três algarismos.

Representação em m^3	$\boldsymbol{m^3}$	dm^3	cm^3	Representação em cm^3
$0{,}585m^3$	**0,**	585	000	$585000cm^3$

Ao analisar a tabela, observa-se que $585000cm^3 = 0{,}585m^3$.

Portanto, são necessários $0{,}585m^3$ de argila para fazer 900 vasos.

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter cm^3 para m^3, divide-se o número em cm^3 por $(100)^3$. Então, $585000cm^3 = \left[585000 \div (100 \times 100 \times 100)\right]m^3 = (585000 \div 1000000)m^3 = 0{,}585m^3$.

Assim, $585000cm^3 = 0{,}585m^3$.

Portanto, são necessários $0{,}585m^3$ de argila para fazer 900 vasos.

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 1000</u>

$$\begin{tikzcd}
km^3 \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & hm^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"] \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & dam^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"] \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & m^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"] \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & dm^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"] \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & cm^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"] \arrow[r, bend left, "\times 1000"] & mm^3 \arrow[l, bend left, "\div 1000"]
\end{tikzcd}$$

Conversão de cm^3 para dm^3: $585000cm^3 = (585000 \div 1000)dm^3 = 585dm^3$.

Conversão de dm^3 para m^3: $585dm^3 = (585 \div 1000)m^3 = 0{,}585m^3$.

Portanto, são necessários $0{,}585m^3$ de argila para fazer 900 vasos.

A unidade fundamental do volume é o **metro cúbico** ($\boldsymbol{m^3}$). O milímetro cúbico, o centímetro cúbico, o metro cúbico e o quilómetro cúbico são as medidas mais comuns da vida quotidiana. Para converter uma unidade para a outra, multiplica-se ou divide-se o número por 1000, 1000000 ou 1000000000, conforme o que se mostrar mais apropriado para cada caso. Ao converter para uma unidade maior, o número é dividido, e ao converter para uma unidade menor, o número é multiplicado.

Exercícios

1. Converta para metros cúbicos (m^3).

(1) $0{,}5km^3$ (2) $10{,}25dam^3$ (3) $32{,}1dm^3$ (4) $7042{,}8cm^3$

2. Converta para centímetros cúbicos (cm^3).

(1) $7m^3$ (2) $0{,}36dam^3$ (3) $603mm^3$ (4) $5{,}0438dm^3$

10. Medidas de capacidade

10.1 Capacidade

Observe as figuras.

Se um líquido for adicionado a estes recipientes, o líquido tomará a forma de cada objecto. A quantidade de líquido que um recipiente pode conter chama-se **capacidade**.

A unidade fundamental da capacidade é o **litro** (ℓ). As unidades, **mililitro** ($m\ell$), **decilitro** ($d\ell$) e **quilolitro** ($k\ell$) são as mais usadas na vida quotidiana.

Tal como as unidades de comprimento e de massa, a relação entre as unidades de capacidade pode ser resumida na seguinte tabela.

Múltiplos de litro			**Unidade fundamental**	**Submúltiplos de litro**		
quilolitro	hectolitro	decalitro	**litro**	decílitro	centilitro	mililitro
$k\ell$	$h\ell$	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$
1	10	100	**1000**	10000	100000	1000000
0,1	1	10	**100**	1000	10000	100000
0,01	0,1	1	**10**	100	1000	10000
0,001	0,01	0,1	**1**	10	100	1000
0,0001	0,001	0,01	**0,1**	1	10	100
0,00001	0,0001	0,001	**0,01**	0,1	1	10
0,000001	0,00001	0,0001	**0,001**	0,01	0,1	1

Exemplo:

Um balde foi enchido por 12 copos de água, e cada copo pode conter 200 $c\ell$. Qual é a capacidade do balde em ℓ?

O balde é plenamente enchido por $12 \times 200c\ell = 2400c\ell$ de água.

De seguida, converte-se $2400c\ell$ para ℓ.

<u>1º Método: Usando a tabela</u>

1º Passo

Prepara-se a tabela de conversão e escreve-se o número inicial.

Representação em litros	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$	Representação em centilitros
						$2400c\ell$

2º Passo

Escreve-se o número na tabela de modo que o algarismo das unidades esteja na coluna da unidade dada.

Representação em litros	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$	Representação em centilitros
	2	4	0	0		$2400c\ell$

3º Passo

Lê-se o número com a unidade a converter.

Representação em litros	$da\ell$	ℓ	$d\ell$	$c\ell$	$m\ell$	Representação em centilitros
24ℓ	2	4	0	0		$2400c\ell$

Ao analisar a tabela, verifica-se que $2400c\ell = 24\ell$. Portanto, o balde tem a capacidade de 24ℓ de água.

<u>2º Método: Por cálculo</u>

Para converter $c\ell$ para ℓ, divide-se o número em $c\ell$ por 100.

Então, $2400c\ell = (2400 \div 100)\ell = 24\ell$.

Portanto, o balde tem a capacidade de 24ℓ de água.

<u>3º Método: Multiplicação ou divisão contínua por 10</u>

$$\begin{tikzcd} k\ell \arrow[r, bend left, "\times 10"] & h\ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & da\ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & \ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & d\ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & c\ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \arrow[r, bend left, "\times 10"] & m\ell \arrow[l, bend left, "\div 10"] \end{tikzcd}$$

Conversão de $c\ell$ para $d\ell$: $2400c\ell = (2400 \div 10)d\ell = 240d\ell$

Conversão de $d\ell$ para ℓ: $240d\ell = (240 \div 10)\ell = 24\ell$

Portanto, a capacidade do balde é de 24ℓ de água.

> A unidade fundamental da capacidade é o **litro** (ℓ). O mililitro, o decilitro, o litro e o quilolitro são as medidas mais comuns da vida quotidiana. Para converter uma unidade para a outra, multiplica-se ou divide-se o

número por 10, 100 ou 1000, conforme o que se mostrar mais apropriado para cada caso. Ao converter para uma unidade maior, o número é dividido, e ao converter para uma unidade menor, o número é multiplicado.

Exercícios

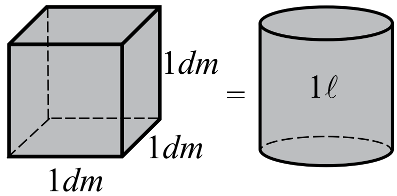
Complete os espaços em branco de modo a obter igualdades verdadeiras.

(1) $6\ell =$ ____ $m\ell$ (2) $8\ell =$ ____ $d\ell$ (3) $2,3k\ell =$ ____ ℓ

(4) $78m\ell =$ ____ ℓ (5) $482\ell =$ ____ $k\ell$ (6) $9,2d\ell =$ ____ $m\ell$

10.2 Relação entre as unidades de capacidade e de volume

Como experiência, 1ℓ de líquido enche um cubo de $1dm$ de aresta. Por outras palavras, o volume ocupado por 1ℓ de líquido é equivalente ao volume do cubo de $1dm^3$.
Assim, pode-se concluir que $1\ell = 1dm^3$.



A relação entre as unidades de capacidade e volume pode ser resumida na seguinte tabela.

Capacidade	$\mathbf{1k\ell}$	$1h\ell$	$1da\ell$	$\mathbf{1\ell}$	$1d\ell$	$1c\ell$	$\mathbf{1m\ell}$
Volume	$\mathbf{1m^3}$	$100dm^3$	$10dm^3$	$\mathbf{1dm^3}$	$100cm^3$	$10cm^3$	$\mathbf{1cm^3}$

Exemplo:

(1) **Conversão de 1,8m³ para** ℓ.

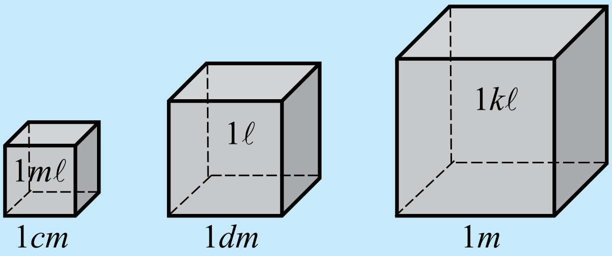
Para transformar $1,8m^3$ em ℓ, primeiro $1,8m^3$ é transformado em dm^3.
Conversão de $1,8m^3$ para dm^3: $1,8m^3 = (1,8 \times 1000)dm^3 = 1800dm^3$
De seguida, mostra-se a relação de equivalência de dm^3 e ℓ, isto é, conversão de $1800dm^3$ para ℓ:
$1\ell = 1dm^3$ então $1800dm^3 = 1800\ell$
Portanto, $1,8m^3 = 1800\ell$.

(2) **Conversão de 52700cm³ para** ℓ.
Para transformar $52700cm^3$ em ℓ, primeiro $52700cm^3$ é transformado em dm^3.
Conversão de $52700cm^3$ para dm^3: $52700cm^3 = (52700 \div 1000)dm^3 = 52,7dm^3$
De seguida, mostra-se a relação de equivalência de dm^3 e ℓ, isto é, conversão de $52,7dm^3$ para ℓ:
$52,7dm^3 = 52,7\ell$ porque $1\ell = 1dm^3$
Portanto, $52700cm^3 = 52,7\ell$.

$1k\ell = 1m^3$

$1\ell = 1dm^3$

$1m\ell = 1cm^3$



Exercícios

1. Converta as seguintes unidades para ℓ.

(1) $13{,}09m^3$ (2) $57cm^3$ (3) $4{,}029dam^3$

2. Complete de modo que as igualdades sejam verdadeiras.

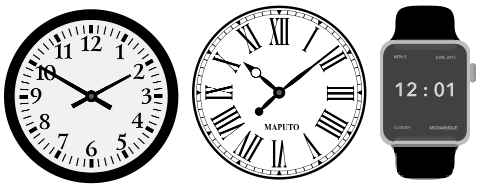
(1) $62{,}5\ell =$ ____ dm^3 (2) $700h\ell =$ ____ m^3 (3) $317d\ell =$ ____ cm^3

11. Tempo

11.1 Unidade fundamental do tempo

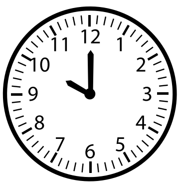
Observe as figuras.

Alguns relógios têm três ponteiros, outros têm dois ponteiros e outros não têm ponteiros, apenas aparecem os dígitos.

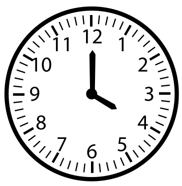


Em geral, o ponteiro longo indica os minutos, o curto indica as horas e o que se move mais rápido marca os segundos.

Um relógio apresenta 12 números que representam as horas. Cada número representa duas horas diferentes, relativamente ao período do dia.

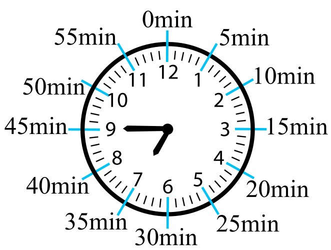


São 10 horas ou 22 horas.



São 4 horas ou 16 horas .

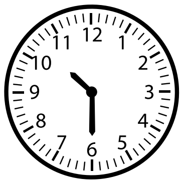
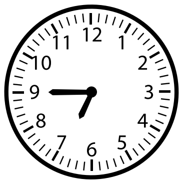
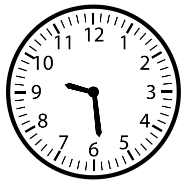
Escala para os minutos das horas



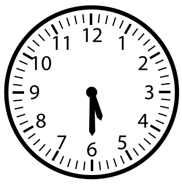
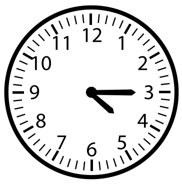
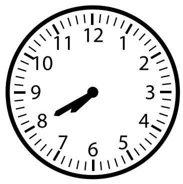
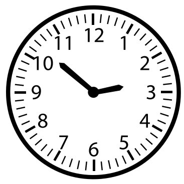
A unidade fundamental de tempo é o **segundo**. O dia, a hora e o minuto são múltiplos do segundo, os quais são unidades de tempo usadas para indicar os intervalos de tempo superiores ao segundo.

Exercícios

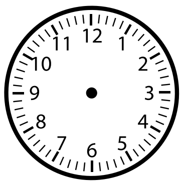
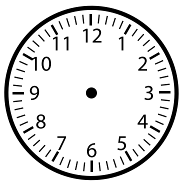
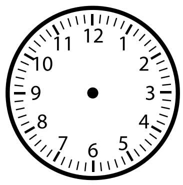
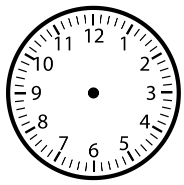
1. Leia o relógio e escreva as horas que antecedem a 12 horas.

(1)  (2)  (3)  (4) 

2. Leia o relógio e escreva as horas posteriores a 12 horas.

(1)  (2)  (3)  (4) 

3. Escreva os dois ponteiros do relógio para indicar as horas.

(1) $6h15\text{min}$  (2) $15h40\text{min}$  (3) $22h30\text{min}$  (4) $0h5\text{min}$ 

11.2 Conversão de unidades de tempo

Uma volta completa do ponteiro curto corresponde a 12 horas, e o mesmo faz a volta duas vezes por dia, então um dia tem 24 horas, portanto $\boxed{1d = 24h}$.

Uma volta completa do ponteiro longo corresponde a uma hora, portanto $\boxed{1h = 60\,\text{min}}$.

Enquanto o ponteiro longo move-se por minuto, o ponteiro dos segundos faz uma volta completa que corresponde a 60 segundos, portanto $\boxed{1\,\text{min} = 60s}$.

$1h = 60\,\text{min}$ e $1\,\text{min} = 60s$, então $1h = 60 \times 60s = 3600s$. Portanto, $\boxed{1h = 3600s}$.

$1d = 24h$ e $1h = 60\,\text{min}$, então $1d = 24 \times 60\,\text{min} = 1440\,\text{min}$. Portanto, $\boxed{1d = 1440\,\text{min}}$.

$1d = 24h$ e $1h = 3600s$, então $1d = 24 \times 3600s = 86400s$. Portanto, $\boxed{1d = 86400s}$.

Exemplos:

1. Conversão de 6 horas para minutos.

$1h = 60\,\text{min}$, então, $6h = 6 \times 60\,\text{min} = 360\,\text{min}$.

2. Conversão de 240 minutos para horas.

$60\,\text{min} = 1h$, então, $240\,\text{min} = 240\,\text{min} \div 60\,\text{min} = 4h$.

3. Conversão de 2 horas e 10 minutos para minutos.

$1h = 60\,\text{min}$, então, $2h = 2 \times 60\,\text{min} = 120\,\text{min}$.

Portanto, $2h10\,\text{min} = 120\,\text{min} + 10\,\text{min} = 130\,\text{min}$.

4. Conversão de 160 minutos para horas e minutos.

$60\,\text{min} = 1h$, então, $160\,\text{min} = 60\,\text{min} + 60\,\text{min} + 40\,\text{min} = 1h + 1h + 40\,\text{min}$.

Portanto, $160\,\text{min} = 2h40\,\text{min}$.

5. Conversão de 2 minutos para segundos.

$1\,\text{min} = 60s$, então, $2\,\text{min} = 2 \times 60s = 120s$.

6. Conversão de 180 segundos para minutos.

$60s = 1\,\text{min}$, então, $180s = 180s \div 60s = 3\,\text{min}$.

7. Conversão de 3 minutos e 20 segundos para segundos.

$1\,\text{min} = 60s$, então, $3\,\text{min} = 3 \times 60s = 180s$.

Portanto, $3\,\text{min}\,20s = 180s + 20s = 200s$.

8. Conversão de 220 segundos para minutos e segundos.

$60s = 1\,\text{min}$, então, $220s = 60s + 60s + 60s + 40s = 1\,\text{min} + 1\,\text{min} + 1\,\text{min} + 40s$.

Portanto, $220s = 3\,\text{min}\,40s$.

1 dia (d) = 24 horas (h) = 1440 minutos (min) = 86400 segundos (s)

1 horas (h) = 60 minutos (min) = 3600 segundos (s)

1 minutos (min) = 60 segundos (s)

Para converter horas para minutos, multiplica-se o valor das horas por 60.

Para converter minutos para horas, divide-se o valor dos minutos por 60.

Para converter minutos para segundos, multiplica-se o valor dos minutos por 60.

Para converter segundos para minutos, divide-se o valor dos segundos por 60.

Exercícios

1. Preencha os espaços em branco.

(1) $4h =$ ____ min (2) $12h =$ ____ min (3) $7h =$ ____ min

(4) $120\,\text{min} =$ ____ h (5) $540\,\text{min} =$ ____ h (6) $720\,\text{min} =$ ____ h

(7) $3\,\text{min} = \_\_\_\_ s$ (8) $9\,\text{min} = \_\_\_\_ s$ (9) $12\,\text{min} = \_\_\_\_ s$

(10) $240s = \_\_\_\_$ min (11) $960s = \_\_\_\_$ min (12) $660s = \_\_\_\_$ min

2. Preencha os espaços em branco.

(1) $7h26\,\text{min} = \_\_\_\_$ min (2) $13h22\,\text{min} = \_\_\_\_$ min

(3) $192\,\text{min} = \_\_\_\_ h \_\_\_\_$ min (4) $258\,\text{min} = \_\_\_\_ h \_\_\_\_$ min

(5) $8\,\text{min}\,50s = \_\_\_\_ s$ (6) $9\,\text{min}\,34s = \_\_\_\_ s$

(7) $167s = \_\_\_\_$ min $\_\_\_\_ s$ (8) $444s = \_\_\_\_$ min $\_\_\_\_ s$

11.3 Operações com medidas de tempo

1. A senhora Ricardina, motorista que transporta os trabalhadores de uma determinada fábrica, sai de casa às 6:10 da manhã. Ela leva 40 min para chegar à fábrica.
A que horas ela chega ao seu local de trabalho?

$$\begin{array}{c} \text{Casa} \\ 6{:}10 \end{array} \xrightarrow{40\text{min}} \begin{array}{c} \text{Fábrica} \\ ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 6h\ 10\text{ min} \\ +\quad 40\text{ min} \\ \hline 6h\ 50\text{ min} \end{array}$$

A senhora Ricardina chega à fábrica as $6h$50min.

2. Os professores do Centro de Formação de Zobué foram para Tete de machimbombo. Eles chegaram em Tete às 11:15. A viagem levou 3 horas. A que horas eles saíram de Zobué?

$$\begin{array}{c} \text{Zobué} \\ ? \end{array} \xrightarrow{3\text{ horas}} \begin{array}{c} \text{Tete} \\ 11{:}15 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 11h\ 15\text{ min} \\ -\ 3h\qquad\quad \\ \hline 8h\ 15\text{ min} \end{array}$$

Eles saíram de Zobué as $8h$15min.

3. A Kátia e o Júlio levaram 3 horas e 47 minutos para fazer um bolo. Eles começaram a assar às 2:59, da tarde. A que horas eles terminaram de fazer o bolo?

$$\begin{array}{c} \text{Início} \\ 2{:}59 \end{array} \xrightarrow{3h47\text{min}} \begin{array}{c} \text{Fim} \\ ? \end{array} \qquad \begin{array}{r} 2h\ 59\text{ min} \\ +\ 3h\ 47\text{ min} \\ \hline 5h\ 106\text{min} \end{array}$$

106 minutos = $60\,\text{min} + 46\,\text{min} = 1h + 46\,\text{min}$

Então, $5h106\,\text{min} = 6h46\,\text{min}$

Elas terminaram as $6h$46min.

4. A Hanifa e os seus amigos jogaram xadrez durante 90 minutos. O jogo terminou às 12:45.
A que horas o jogo começou?

$$\begin{array}{c} \text{Início} \\ ? \end{array} \xrightarrow{90\text{min}} \begin{array}{c} \text{Fim} \\ 12{:}45 \end{array} \qquad \begin{array}{r} 12h\ 45\text{ min} \\ -\quad 90\text{ min} \\ \hline \end{array}$$

Não se pode subtrair 90min de 45min, então converte-se 1 hora das 12 horas para minutos.

$$\begin{array}{r} 12h\ 45\ \text{min} \\ -\quad 90\ \text{min} \\ \hline \end{array} \quad \Rightarrow \quad \begin{array}{r} 11h\ 105\ \text{min} \\ -\quad 90\ \text{min} \\ \hline 11h\quad 15\ \text{min} \end{array}$$

O jogo começou as 11*h*15min.

Para efectuar a adição e subtracção do tempo, alinha-se o tempo na mesma unidade.
Adiciona-se ou subtrai-se as horas e minutos separadamente.
Se os minutos forem 60 ou mais, subtrai-se 60 dos minutos e adiciona-se 1 às horas.
Se os minutos não podem ser subtraídos, adiciona-se 60 aos minutos e subtrai-se 1 das horas.

Exercícios

Calcule.

(1) 3*h* 12 min + 45 min

(2) 8*h* 35 min + 50 min

(3) 2*h* 19 min + 4*h* 13 min

(4) 4*h* 48 min + 3*h* 36 min

(5) 7*h* 47 min – 2*h* 23 min

(6) 4*h* 25 min – 1*h* 40 min

(7) 17*h* 38 min – 15*h* 25 min

(8) 16*h* 9 min – 4*h* 32 min

11.4 Calendário

Observe a figura.

Calendário 2019

Janeiro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
1			**1**	2	3	4	5
2	6	7	8	9	10	11	12
3	13	14	15	16	17	18	19
4	20	21	22	23	24	25	26
5	27	28	29	30	31		

6:● 14:◐ 21:○ 27:◑

Fevereiro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
5						1	2
6	**3**	4	5	6	7	8	9
7	10	11	12	13	14	15	16
8	17	18	19	20	21	22	23
9	24	25	26	27	28		

4:● 13:◐ 19:○ 26:◑

Março

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
9						1	2
10	3	4	5	6	7	8	9
11	10	11	12	13	14	15	16
12	17	18	19	20	21	22	23
13	24	25	26	27	28	29	30
14	31						

6:● 14:◐ 21:○ 28:◑

Abril

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
14		1	2	3	4	5	6
15	**7**	8	9	10	11	12	13
16	14	15	16	17	18	19	20
17	21	22	23	24	25	26	27
18	28	29	30				

5:● 12:◐ 19:○ 27:◑

Maio

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
18				**1**	2	3	4
19	5	6	7	8	9	10	11
20	12	13	14	15	16	17	18
21	19	20	21	22	23	24	25
22	26	27	28	29	30	31	

5:● 12:◐ 18:○ 26:◑

Junho

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
22							1
23	2	3	4	5	6	7	8
24	9	10	11	12	13	14	15
25	16	17	18	19	20	21	22
26	23	24	**25**	26	27	28	29
27	30						

3:● 10:◐ 17:○ 25:◑

Julho

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
27		1	2	3	4	5	6
28	7	8	9	10	11	12	13
29	14	15	16	17	18	19	20
30	21	22	23	24	25	26	27
31	28	29	30	31			

2:● 9:◐ 16:○ 25:◑

Agosto

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
31					1	2	3
32	4	5	6	7	8	9	10
33	11	12	13	14	15	16	17
34	18	19	20	21	22	23	24
35	25	26	27	28	29	30	31

1:● 7:◐ 15:○ 23:◑ 30:●

Setembro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
36	1	2	3	4	5	6	**7**
37	8	9	10	11	12	13	14
38	15	16	17	18	19	20	21
39	22	23	24	**25**	26	27	28
40	29	30					

6:◐ 14:○ 22:◑ 28:●

Outubro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
40			1	2	3	**4**	5
41	6	7	8	9	10	11	12
42	13	14	15	16	17	18	19
43	20	21	22	23	24	25	26
44	27	28	29	30	31		

5:◐ 13:○ 21:◑ 28:●

Novembro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
44						1	2
45	3	4	5	6	7	8	9
46	10	11	12	13	14	15	16
47	17	18	19	20	21	22	23
48	24	25	26	27	28	29	30

4:◐ 12:○ 19:◑ 26:●

Dezembro

Semana	Do	Se	Te	Qu	Qu	Se	Sa
49	1	2	3	4	5	6	7
50	8	9	10	11	12	13	14
51	15	16	17	18	19	20	21
52	22	23	24	**25**	26	27	28
53	29	30	31				

4:◐ 12:○ 19:◑ 26:●

1 de Jan : Ano Novo	1 de Mai : Dia Internacional do Trabalhador	25 de Set : Dia das Forças Armadas
3 de Fev : Dia dos Heróis Moçambicanos	25 de Jun : Dia da Independência Nacional	4 de Out : Dia da Paz e Reconciliação
7 de Abr : Dia da Mulher Moçambicana	7 de Set : Dia de Vitória	25 de Dec : Dia da Família (Natal)

Esta figura representa um calendário que consiste numa tabela, a qual indica os dias, semanas e meses do ano, incluindo feriados, comemorações religiosas e fases da lua.

> Um ano tem 12 meses.
> Um ano tem 365 dias ou 366 dias caso seja um ano bissexto.
> Um mês tem 30 ou 31 dias, com excepção de Fevereiro que tem 28 ou 29 dias.
> Uma semana tem 7 dias.

Exercícios

Complete, com base no calendário acima.

1. Um ano tem ____ meses, que correspondem a ______ dias. Os meses do ano são: _____________, ______________, ___________, _____________, __________, _____________,

______________, ____________, ______________, ______________, ______________ e ____________.

2. Alguns meses têm ___ dias e outros têm ___ dias.

3. O mês de Fevereiro tem ___ dias. No caso de um ano bissexto, tem ____dias.

4. Uma semana tem ____ dias, que são: ________________, ______________, _______________, _______________, _____________, _____________ e _________________,

Capítulo IX: Percentagem

1. Noção de percentagem

Todos os dias, deparamo-nos com situações que envolvem o cálculo de percentagem. Em operações de cálculo de taxas de juros nos financiamentos de aquisição de veículos, compras à prestação, descontos nas compras feitas "à vista", apuramento de rendimentos das poupanças no sistema bancário, cálculos para apurar e expressar o custo de vida, para encontrar o número de formandos de sexo feminino ou masculino de uma turma, são alguns dos exemplos que demonstram a utilização do cálculo de percentagem de um número. Em todas as transacções financeiras, podemos notar a presença do cálculo de percentagem, elevando ou diminuindo o valor de algo. Mas, afinal, o que se deve entender por percentagem?

Considere o exemplo:
Num grupo de 100 formandos do IFP de Chitima, 75 deles preferem assistir futebol.

A fracção dos formandos que apreciam o futebol é: $\frac{75}{100}$.

Então, diz-se que 75% dos formandos preferem assistir o futebol, e escreve-se mesmo 75%.

Uma percentagem é o número de partes consideradas em cada cem, é representada pelo símbolo **%** e lê-se **porcento**.

2. Relação de fracções, números decimais e percentagem

De acordo com uma pesquisa, cada 2 dos 5 candidatos nos últimos anos que ingressaram no Instituto de Ciências de Saúde (ICS) são do sexo masculino. Assim, a razão entre o número de candidatos admitidos do sexo masculino e o número total de candidatos admitidos é de $2:5$, sendo o valor da razão $\frac{2}{5}$.

Pode-se transformar $\frac{2}{5}$ numa fracção cujo denominador é 100, multiplicando o numerador e o denominador por 20, ou seja: $\frac{2}{5}=\frac{2\times 20}{5\times 20}=\frac{40}{100}$.

Neste caso, $\frac{2}{5}=\frac{40}{100}=40\%$.

Alternativamente, $\frac{2}{5}=0,4$ e $0,4\times 100\%=40\%$, portanto, $\frac{2}{5}=0,4=40\%$.

Assim, a seguinte representação tem o mesmo significado.

Fracção	Número decimal	Fracção decimal	Percentagem
$\frac{2}{5}$	0,4	$\frac{40}{100}$	40%

Pode-se concluir que 40% dos candidatos que ingressaram ao ICS são do sexo masculino.

Na transformação de uma fracção para percentagem pode-se:
Converter a mesma numa fracção equivalente cujo denominador é 100, e toma-se o numerador como o valor da percentagem ou
Transformar a fracção dada num número decimal e multiplica-se o número obtido por 100%;
Na transformação de percentagem para um número decimal converte-se o valor da percentagem numa fracção cujo denominador é 100 e transforma-se a mesma num número decimal.

Exercícios

1. Converta para percentagem.

(1) 0,56 (2) 0,69 (3) 0,540
(4) 0,503 (5) 0,3 (6) 0,07
(7) 0,004 (8) 0,0002 (9) 0,033

2. Converta para número decimal.

(1) 23% (2) 95% (3) 8%
(4) 1% (5) 7,8% (6) 40,7%
(7) 0,6% (8) 0,74% (9) 5,6%

3. Converta para percentagem.

(1) $\frac{46}{100}$ (2) $\frac{3}{10}$ (3) $\frac{17}{20}$ (4) $\frac{7}{40}$
(5) $\frac{31}{50}$ (6) $\frac{1}{2}$ (7) $\frac{1}{4}$ (8) $\frac{4}{5}$
(9) $\frac{1}{200}$ (10) $\frac{36}{300}$ (11) $\frac{12}{125}$ (12) $\frac{135}{500}$

4. Converta para fracções irredutíveis (forma mais simplificada).

(1) 12% (2) 28% (3) 63%
(4) 90% (5) 100% (6) 4%
(7) 30,4% (8) 54,5% (9) 7,8%

3. Uma quantidade como percentagem de outra quantidade

Numa turma de 40 formandos do IFP da Matola, na província de Maputo, há 24 meninas. Qual é a percentagem das meninas da turma em referência?

A razão entre o número de meninas e o número total da turma é de $\frac{24}{40}$. Então, $\frac{24}{40}=\frac{24\times 25}{40\times 25}=\frac{600}{1000}=\frac{60}{100}=60\%$. Alternativamente, $\frac{24}{40}=0{,}6$ e $0{,}6\times 100\%=60\%$.

Portanto, 60% dos estudantes são meninas.

Há duas formas de expressar uma quantidade como percentagem da outra quantidade:

1ª forma

(1) Obtém-se o valor da razão das duas quantidades;

(2) Transforma-se o valor da razão numa fracção de denominador 100;

(3) Converta-se a fracção obtida para percentagem.

2ª forma

(1) Obtém-se o valor da razão das duas quantidades;

(2) Transforma-se o valor da razão em um número decimal;

(3) Multiplica-se o número decimal obtido por 100%.

Exercícios

Expresse a primeira quantidade como percentagem da segunda quantidade.

(1) $1h$, $2h$ (2) $3h$, $5h$ (3) 4min, 5min

(4) 15min, 60min (5) $3s$, $4s$ (6) $7s$, $10s$

(7) $9cm$, $25cm$ (8) $24m$, $50m$ (9) $148kg$, $200kg$

(10) $300kg$, $625kg$ (11) 80 MT, 400 MT (12) 1426 MT, 2000 MT

4. Percentagem de quantidade

Num teste de Matemática, uma turma do IFP de Chonguene com 30 formandos, 80% da turma teve nota positiva. Quantos formandos da turma tiveram nota positiva?

Para responder a esta questão, basta multiplicar o número total de formandos pela percentagem. A percentagem pode ser expressa na forma decimal ou na forma de fracção com denominador 100. Assim, tem-se:

80% de 30 estudantes	80% de 30 estudantes
$=80\%\times 30$ estudantes	$=\frac{80}{100}\times 30$ estudantes

$=0{,}8\times 30$ estudantes

$=24$ estudantes

$=\dfrac{80\times 30}{100}$ estudantes

$=24$ estudantes

No teste de matemática, 24 estudantes tiveram nota positiva.

Para calcular a percentagem de quantidade, multiplica-se a percentagem pela quantidade, transformando-a para **forma decimal** ou para **forma de fracção** com denominador 100.

Exercícios

1. Calcule.

(1) 50% de $25kg$	(2) 8% de $700kg$	(3) 75% de $3{,}6kg$
(4) 60% de $8m$	(5) 10% de 5ℓ	(6) 3% de 25ℓ
(7) 20% de $5km$	(8) 70% de $30km$	(9) 100% de $850km$
(10) 0,25% de $3m$	(11) 0,6% de $5m$	(12) 4,5% de 225ℓ

2. Quantos minutos correspondem as percentagens?

(1) 40% de 5min	(2) 35% de 20min	(3) 60% de 45min
(4) 25% de 60min	(5) 5% de 20min	(6) 10% de 60min
(7) 15% de $1h$	(8) 25% de $12h$	(9) 75% de $10h$
(10) 30% de meio dia	(11) 80% de um dia	(12) 95% de um dia

5. Mudança percentual

5.1. Aumento percentual

No mês de Agosto de 2016, $1kg$ de açúcar castanho custava 50 MT. Até ao mês de Outubro do mesmo ano, o preço subiu para 60 MT por cada quilograma. Determine o aumento e a percentagem do aumento.

$\text{Aumento} = 60\text{MT} - 50\text{MT} = 10\text{MT}$

$\text{Aumento percentual} = \dfrac{10}{50}\times 100\% = 20\%$

Portanto, o aumento do custo do açúcar foi de 10 MT que corresponde a 20% de 50 MT. Diz-se que o custo do açúcar aumentou em 20%.

O aumento pode ser expresso na forma de percentagem.

$$\text{Aumento} = \text{Valor final} - \text{Valor inicial}$$

$$\text{Aumento percentual} = \frac{\text{Aumento}}{\text{Valor inicial}} \times 100\%$$

$$\text{Valor final} = (1 + \text{aumento percentual na forma decimal}) \times \text{valor inicial}$$

5.2. Diminuição percentual

Na época chuvosa, o Hospital Distrital de Nhamatanda atendeu 2000 pacientes padecendo de malária. Na época seca, o número de pacientes diminuiu para 1500 pacientes. Determine a diminuição e a percentagem da diminuição.

$$\text{Diminuição} = 2000 - 1500 = 500$$

$$\text{Diminuição percentual} = \frac{500}{2000} \times 100\% = 25\%$$

Portanto, a diminuição foi de 500 pacientes que corresponde a 25% de 2000 pacientes. Diz-se que o número de pacientes diminuiu em 25%.

A diminuição pode ser expressa na forma de percentagem.

$$\text{Diminuição} = \text{Valor inicial} - \text{Valor final}$$

$$\text{Diminuição percentual} = \frac{\text{Diminuição}}{\text{Valor inicial}} \times 100\%$$

$$\text{Valor final} = (1 - \text{Diminuição percentual na forma decimal}) \times \text{Valor inicial}$$

Exercícios

1. Encontre o aumento ou diminuição percentual do primeiro valor para o segundo valor.

(1) 5 MT para 20 MT (2) 20 MT para 17 MT (3) 9 MT para 12 MT

(4) 175 MT para 35 MT (5) 32 MT para 16 MT (6) 39 MT para 65 MT

(7) 8 MT para 40 MT (8) 19 MT para 152 MT (9) 110 MT para 99 MT

(10) 25 MT para 12 MT (11) 70 MT para 350 MT (12) 340 MT para 2720 MT

2. Encontre o novo número, quando:

(1) 4 MT aumenta em 10% (2) 75 MT aumenta em 26%

(3) 6 MT aumenta em 50% (4) 30 MT diminui em 10%

(5) 8 MT diminui em 20% (6) 24 MT aumenta em 25%

(7) 15 MT diminui em 35% (8) 84 MT aumenta em 0,5%

(9) 120 MT diminui em 20% (10) 48 MT aumenta em 50%

(11) 165 MT diminui em 20% (12) 125 MT diminui em 0,4%

6. Lucro, prejuízo, desconto e juros

6.1. Lucro

1. A proprietária de uma loja especializada na venda de equipamento informático, no distrito de Govuro, comprou um computador a 50000 MT, o qual revendeu a 55000 MT. Determine o lucro e a percentagem do lucro.

$\text{Lucro} = 55000\,\text{MT} - 50000\,\text{MT} = 5000\,\text{MT}$

$\text{Percentagem do lucro} = \frac{5000}{50000} \times 100\% = 10\%$

Portanto, o lucro foi de 5000 MT que corresponde a 10% de 50000 MT.
Diz-se que a proprietária teve o lucro de 10%.

2. Um comerciante da vila de Songo comprou uma câmera a 20000 MT e teve 20% de lucro ao revendê-la. Determine o lucro e o preço de venda da câmera.

$\text{Lucro} = 20000\text{ MT} \times 20\% = 20000\text{ MT} \times \frac{20}{100} = 4000\text{ MT}$

$\text{Preço de venda} = 20000\text{ MT} + 4000\text{ MT} = 24000\text{ MT}.$

Alternativamente, o preço de venda pode ser encontrado da seguinte forma.

$$\begin{aligned}\text{Preço de venda} &= \left(1 + \frac{20}{100}\right) \times 20000\text{ MT} \\ &= \frac{120}{100} \times 20000\text{ MT} \\ &= 24000\text{ MT}\end{aligned}$$

Portanto, o comerciante revendeu a câmera a 24000 MT e teve lucro de 4000 MT.

> O lucro é um aumento no preço de um item. Há lucro quando o preço de venda é maior que o preço de aquisição.
>
> $\text{Lucro} = \text{Preço de venda} - \text{Preço de aquisição}.$
>
> $\text{Percentagem de lucro} = \frac{\text{Lucro}}{\text{Preço de aquisição}} \times 100\%$
>
> $\text{Lucro} = \text{Percentagem de lucro} \times \text{Preço de aquisição}$
>
> $\text{Preço de venda} = \text{Preço de aquisição} + \text{Lucro}$
>
> $\text{Preço de venda} = (1 + \text{Percentagem de lucro na forma decimal}) \times \text{Preço de aquisição}$

Exercícios

1. Determine a percentagem de lucro.

(1) Preço de aquisição = 10 MT
Lucro = 1 MT

(2) Preço de aquisição = 15 MT
Lucro = 3 MT

(3) Preço de aquisição = 40 MT
Lucro = 5 MT

(4) Preço de aquisição = 92 MT
Lucro = 23 MT

(5) Preço de aquisição = 100 MT
Lucro = 20 MT

(6) Preço de aquisição = 500 MT
Lucro = 120 MT

(7) Preço de aquisição = 200 MT
Lucro = 50 MT

(8) Preço de aquisição = 625 MT
Lucro = 125 MT

(9) Preço de aquisição = 300 MT
Lucro = 15 MT

(10) Preço de aquisição = 5000 MT
Lucro = 500 MT

(11) Preço de aquisição = 2600 MT
Lucro = 130 MT

(12) Preço de aquisição = 5500 MT
Lucro = 2200 MT

2. Determine o lucro e o preço de venda.

(1) 40 MT com 10% de lucro
(2) 50 MT com 15% de lucro
(3) 80 MT com 20% de lucro
(4) 100 MT com 25% de lucro
(5) 120 MT com 30% de lucro
(6) 140 MT com 35% de lucro
(7) 160 MT com 40% de lucro
(8) 180 MT com 80% de lucro
(9) 200 MT com 5% de lucro
(10) 4000 MT com 20% de lucro
(11) 500 MT com 6% de lucro
(12) 25000 MT com 40% de lucro

6.2. Prejuízo

1. O proprietário de uma das maiores lojas de electrodomésticos, localizada na baixa da cidade de Quelimane, comprou um televisor e seus acessórios a 30000 MT e vendeu o conjunto ao preço promocional de 28500 MT. Determine o prejuízo e a percentagem do prejuízo.

$$\text{Prejuízo} = 30000\,\text{MT} - 28500\,\text{MT} = 1500\,\text{MT}$$

$$\text{Percentagem do prejuízo} = \frac{1500}{30000} \times 100\% = 5\%$$

Portanto, o prejuízo foi de 1500 MT que corresponde a 5% de 30000 MT.
Diz-se que o proprietário teve o prejuízo de 5%.

2. A senhora Flávia comprou um certo artigo a 4500 MT e revendeu-o ao prejuízo de 15%. Determine o prejuízo e o preço de venda do artigo.

$$\text{Prejuízo} = 4500\,\text{MT} \times \frac{15}{100} = 675\,\text{MT}$$

$$\text{Preço de venda} = 4500\,\text{MT} - 675\,\text{MT} = 3825\,\text{MT}.$$

Alternativamente, o preço de venda pode ser encontrado da seguinte forma.

$$\text{Preço de venda} = \left(1 - \frac{15}{100}\right) \times 4500\,\text{MT}$$
$$= \frac{85}{100} \times 4500\,\text{MT}$$
$$= 3825\,\text{MT}$$

Portanto, a senhora Flávia revendeu o artigo a 3825 MT, ao prejuízo de 675 MT.

O prejuízo é uma diminuição no preço de um item. Há prejuízo quando o preço de venda é menor que o preço de aquisição.

Prejuízo = Preço de aquisição − preço de venda.

$$\text{Percentagem de prejuízo} = \frac{\text{Prejuízo}}{\text{Preço de aquisição}} \times 100\%$$

Prejuízo = Percentagem de prejuízo × Preço de aquisição

Preço de venda = Preço de aquisição − Prejuízo

Preço de venda = (1 − Percentagem de prejuízo na forma decimal) × Preço de aquisição

Exercícios

1. Determine a percentagem do prejuízo.

(1) Preço de aquisição = 800 MT
Prejuízo = 40 MT

(2) Preço de aquisição = 500 MT
Prejuízo = 30 MT

(3) Preço de aquisição = 1250 MT
Prejuízo = 25 MT

(4) Preço de aquisição = 4000 MT
Prejuízo = 60 MT

(5) Preço de aquisição = 800 MT
Prejuízo = 20 MT

(6) Preço de aquisição = 7600 MT
Prejuízo = 19 MT

(7) Preço de aquisição = 1700 MT
Prejuízo = 51 MT

(8) Preço de aquisição = 11500 MT
Prejuízo = 23 MT

(9) Preço de aquisição = 600 MT
Prejuízo = 30 MT

(10) Preço de aquisição = 1400 MT
Prejuízo = 28 MT

(11) Preço de aquisição = 3000 MT
Prejuízo = 90 MT

(12) Preço de aquisição = 4500 MT
Prejuízo = 180 MT

2. Determine o prejuízo e o preço de venda.

(1) 500 MT com 2% de prejuízo

(2) 800 MT com 3% de prejuízo

(3) 1250 MT com 5% de prejuízo

(4) 400 MT com 12% de prejuízo

(5) 7600 MT com 4% de prejuízo

(6) 900 MT com 30% de prejuízo

(7) 15000 MT com 6% de prejuízo

(8) 20000 MT com 7% de prejuízo

(9) 6000 MT com 8% de prejuízo

(10) 8000 MT com 2,5% de prejuízo

(11) 12500 MT com 3,5% de prejuízo

(12) 3000 MT com 4,5% de prejuízo

6.3. Desconto

Uma loja vende um pano a 30% a menos que o preço listado de 1000 MT. Determine o desconto e o preço de venda.

$$\text{Desconto} = 1000\,\text{MT} \times \frac{30}{100} = 300\,\text{MT}$$

$$\text{Preço de venda} = 1000\,\text{MT} - 300\,\text{MT} = 700\,\text{MT}.$$

Alternativamente, o preço de venda pode ser encontrado da seguinte forma.

$$\begin{aligned}\text{Preço de venda} &= \left(1 - \frac{30}{100}\right) \times 1000\,\text{MT} \\ &= \frac{70}{100} \times 1000\,\text{MT} \\ &= 700\,\text{MT}\end{aligned}$$

Portanto, o pano foi vendido a 700 MT, com o desconto de 300 MT.

O desconto é uma redução no preço de um item. Há desconto quando o preço de venda é inferior em relação ao preço listado.

$$\text{Desconto} = \text{Preço listado} - \text{Preço de venda}$$

$$\text{Percentagem de desconto} = \frac{\text{Desconto}}{\text{Preço listado}} \times 100\%$$

$$\text{Desconto} = \text{Percentagem de desconto} \times \text{Preço de listado}$$

$$\text{Preço de venda} = \text{Preço listado} - \text{Desconto}$$

$$\text{Preço de venda} = (1 - \text{Percentagem de desconto na forma decimal}) \times \text{Preço listado}$$

Exercícios

1. Determine a percentagem do desconto.

(1) Preço listado = 600 MT
Desconto = 30 MT

(2) Preço listado = 500 MT
Desconto = 20 MT

(3) Preço listado = 1000 MT
Desconto = 50 MT

(4) Preço listado = 4000 MT
Desconto = 100 MT

(5) Preço listado = 800 MT
Desconto = 80 MT

(6) Preço listado = 2600 MT
Desconto = 130 MT

(7) Preço listado = 1700 MT
Desconto = 255 MT

(8) Preço listado = 2300 MT
Desconto = 184 MT

(9) Preço listado = 5000 MT
Desconto = 350 MT

(10) Preço listado = 1400 MT
Desconto = 126 MT

(11) Preço listado = 3000 MT
Desconto = 330 MT

(12) Preço listado = 6500 MT
Desconto = 975 MT

2. Determine o desconto e o preço de venda.

(1) 1% de desconto para 500 MT
(2) 5% de desconto para 800 MT
(3) 6% de desconto para 8000 MT
(4) 7% de desconto para 900 MT
(5) 10% de desconto para 500 MT
(6) 15% de desconto para 6000 MT
(7) 20% de desconto para 4000 MT
(8) 1,5% de desconto para 7000 MT
(9) 2,5% de desconto para 8000 MT
(10) 3,5% de desconto para 900 MT
(11) 4,5% de desconto para 4000 MT
(12) 9,5% de desconto para 4500 MT

6.4. Juros

Num projecto inovador de produção de ração para patos a partir de desperdícios de milho, um jovem vai investir 10000 MT por 3 anos, a uma taxa de juros anual de 10%. Determine o juro e a quantia total de **juro simples** e **juro composto**.

6.4.1 Juro simples

	Juro simples		
Tempo	Capital	Juro (anual)	Montante final
1 ano	10 000 MT	1 000 MT	11 000 MT
2 anos	10 000 MT	1 000 MT	12 000 MT
3 anos	10 000 MT	1 000 MT	13 000 MT

Após 1 ano:

Juro vencido = 10 000 MT (montante inicial como capital) × 10% (taxa de juros) × 1 (ano)
= 1000 MT.

Montante final = 10 000 MT(capital) + 1000 MT (juro) = 11000 MT.

Após 2 anos:

Juro vencido = 10 000 MT (montante inicial como capital) × 10% (taxa de juros)× 2 (anos)
= 2 000 MT.

Montante final = 10 000 MT (capital) + 2 000 MT (juro) = 12 000 MT.

Após 3 anos:

Juro vencido = 10 000 MT (montante inicial como capital) × 10% (taxa de juros)× 3 (anos)
= 3 000 MT.

Montante final = 10 000 MT (capital) + 3 000 MT (juro) = 13 000 MT.

6.4.2 Juro composto

	Juro composto		
Tempo	Capital	Juro (anual)	Montante final
1 ano	10 000 MT	1 000 MT	11 000 MT
2 anos	11 000 MT	1 100 MT	12 100 MT
3 anos	12 100 MT	1 210 MT	13 310 MT

Após 1 ano:

Juro vencido = 10 000 MT (montante inicial como capital do 1º ano) × 10% (taxa de juros)
= 1 000 MT.

Montante final = 10 000 MT (capital do 1º ano) + 1000 MT (juro vencido no 1º ano)
= 11 000 MT.

Após 2 anos:

Juro vencido = 11 000 MT (montante final do 1º ano como capital do 2º ano) × 10% (taxa de juros) = 1 100 MT.

Montante final = 11 000 MT (capital do 2º ano) + 1 100 MT (juro vencido no 2º ano)
= 12 100 MT.

Após 3 anos:

Juro vencido = 12100 MT (montante final do 2º ano como capital do 3º ano) × 10% (taxa de juros) = 1 210 MT.

Montante final = 12 100 MT (capital do 3º ano) + 1 210 MT (juro vencido no 3º ano)
= 13 310 MT.

1. Juro simples
Para encontrar o juro simples, multiplica-se o montante inicial como capital pela taxa de juros e pelo tempo de uso do dinheiro.
2. Juro composto
Para encontrar o juro composto de um determinado período, multiplica-se o montante final do período anterior como capital pela taxa de juros.

Exercícios

1. Um capital de 10 000 MT foi aplicado a uma taxa de juros simples de 4% ao mês. Calcula o valor do montante após 6 meses de aplicação?

2. O senhor Calado fez, num banco, um depósito à prazo de 50 000 MT, beneficiando de um juro anual de 5% no regime de juros composto. Que quantia terá o senhor Calado no banco, ao fim de 3 de anos?

3. Num projecto de produção de frangos, uma jovem empreendedora do distrito de Pebane investe 30 000 MT por 3 anos, a uma taxa de juros anual de 5%. Determine o juro e a quantia total para:

(1) Juro simples

(2) Juro composto

Capítulo X: Correspondência

1. Tabela

Os dados abaixo representam o peso do Sérgio durante os primeiros 4 meses de vida. O peso após o parto foi de 3,1kg; após um mês foi de 3,4kg; após dois meses foi de 4,2kg; após três meses foi de 4,6kg e após quatro meses foi de 5,2kg.
Os dados podem ser representados usando a tabela:

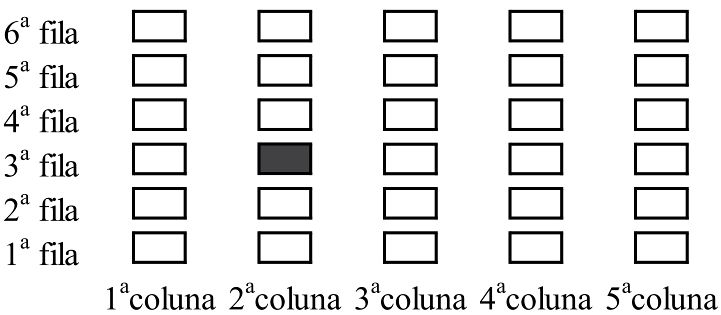
Meses de vida	0	1	2	3	4
Peso (kg)	3,1	3,4	4,2	4,6	5,2

Tabela é uma forma de organizar dados.

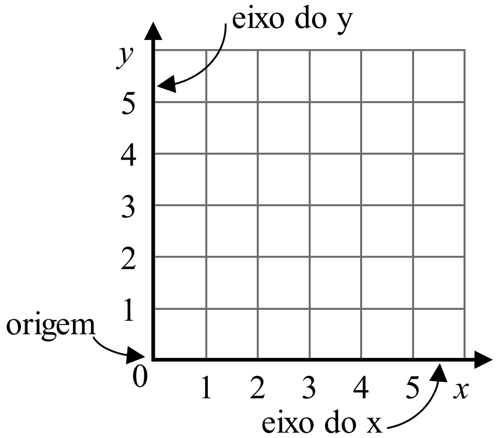
Exercícios

Numa cantina escolar, um doce custa 2 MT, dois doces 4 MT, três doces 6 MT, quatro doces 8 MT e cinco doces 10 MT.
Representa a relação entre a quantidade e o custo de doces usando uma tabela.

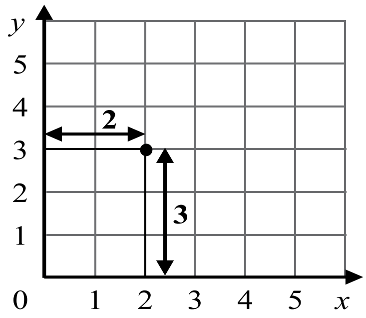
2. Sistemas de coordenadas



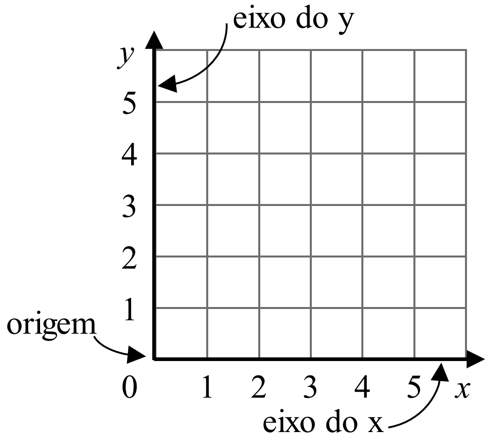
A figura dada acima mostra o plano de assentos de uma turma de 30 alunos. O assento pintado localiza-se na 2ª coluna e 3ª fila. Portanto, a sua posição pode ser expressa usando um par de números.



A posição do assento pintado representa-se por (2, 3) e este par de números chama-se **coordenadas do ponto**. Portanto, o ponto (2, 3) pode ser representado graficamente como a figura ao lado mostra:

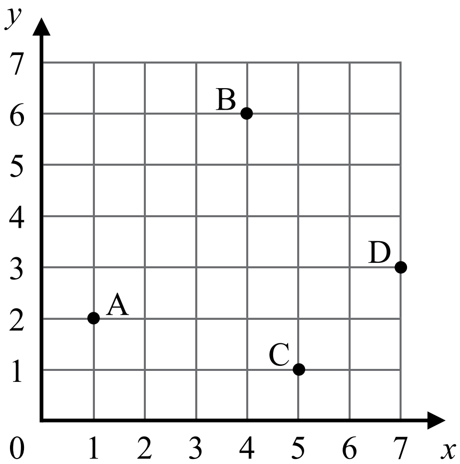


A semi-recta horizontal designa-se **eixo das abcissas ou eixo do *x***.
A semi-recta vertical designa-se **eixo das ordenadas ou eixo do *y***.
As duas semi-rectas perpendiculares designam-se **eixo das coordenadas**.
O ponto de intersecção dos eixos coordenados chama-se **origem dos eixos coordenados**.
Os dois eixos graduados formam um **sistema de coordenadas**.



Exercícios

1. Indique as coordenadas dos pontos A, B, C e D da figura abaixo.



2. Represente os pontos abaixo num sistema de coordenadas.
   (1) (2, 1) (2) (6, 4) (3) (4, 3) (4) (5, 0) (5) (0, 3)

3. Relação entre duas grandezas

3.1. Relação entre duas grandezas cuja soma é constante

O João tem uma nota de 500 MT. A tabela abaixo mostra a relação entre o preço e o troco:

Preço (x)	100	200	300	400
Troco (y)	400	300	200	100

$x + y$	500	500	500	500

Quando o preço aumenta, o troco diminui pelo mesmo valor e a soma é sempre igual a 500, isto é: $x + y = 500$.

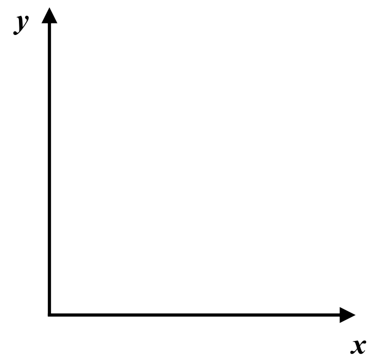
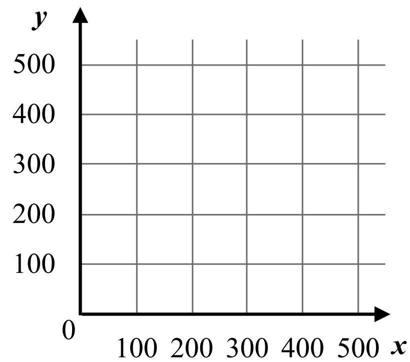
Gráfico da relação entre duas grandezas cuja soma é constante.

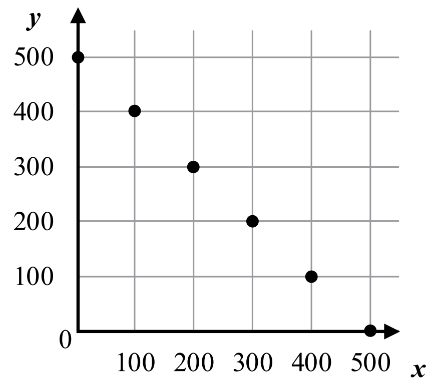
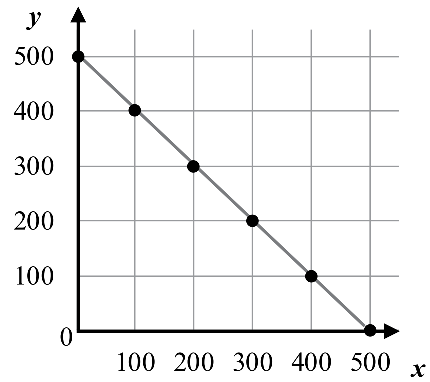
Considere o exemplo anterior, relativamente ao preço e o troco.

Preço (x)	100	200	300	400
Troco (y)	400	300	200	100

Como construir um gráfico

Para construir um gráfico, procede-se da seguinte maneira:

1. Traça-se os eixos coordenados x e y.	
2. Gradua-se os eixos de forma adequada.	

3. Marca-se os pontos, segundo a tabela.	
4. Une-se os pontos, formando uma linha recta.	

Em duas grandezas, quando uma aumenta e a outra diminui pelo mesmo valor, a sua soma é igual a uma constante: $\boldsymbol{x+y=k}$ e o seu gráfico é uma linha recta, que não passa pela origem e cai para a direita.

Para construir um gráfico através de uma tabela, obedece-se aos seguintes procedimentos:

1. Traça-se os eixos coordenados: horizontal (x) e vertical (y).
2. Na intersecção dos eixos coordenados coloca-se o zero. Marca-se no eixos horizontal os valores da grandeza $\boldsymbol{x}$ e no eixo vertical os valores da grandeza $\boldsymbol{y}$.
3. Marca-se no sistema de coordenadas os pontos da tabela que representam a relação entre as duas grandezas.
4. Ao unir os pontos, forma-se uma linha recta.

Exercícios

1. O senhor António, chefe dos cozinheiros no internato da Escola Secundária Joaquim Chissano, na cidade de Xai-Xai, comprou um jornal com 10 páginas. A tabela abaixo mostra a relação entre o número de páginas lidas e não lidas.

(1) Complete a tabela que representa a relação entre as duas grandezas.

Pág. lidas	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pág. não lidas	10					5					0

(2) Expresse a relação entre as páginas lidas e não lidas numa equação matemática, sendo x as páginas lidas e y as páginas não lidas.

2. O Pedro quer traçar um rectângulo com x *cm* de comprimento e y *cm* de largura, usando um fio com 20*cm* de comprimento.

(1) Expresse a relação entre o comprimento e a largura através de uma equação matemática.

(2) Quando o comprimento é igual a 5,5*cm*, qual é o valor da largura?

(3) Construa o gráfico da relação.

3.2. Relação entre duas grandezas cuja diferença é constante

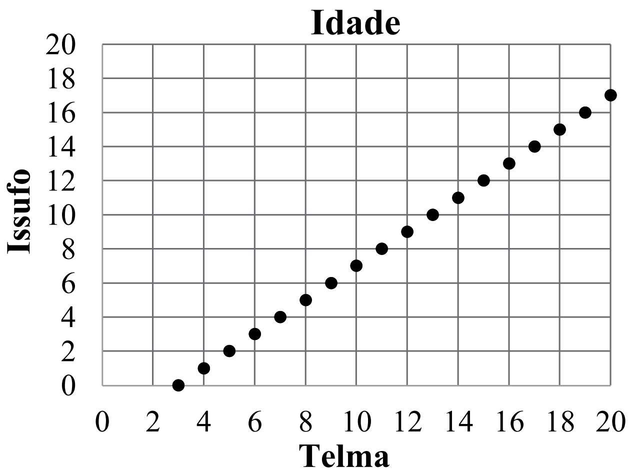
A Telma Matsimbe tem 15 anos de idade e o Issufo Jamal 12 anos. Os dois alunos têm a mesma data de aniversário. Qual é a diferença de idade entre os dois?

	2016	2017	2018	2019	2020
Idade da Telma (x)	15	16	17	18	19
Idade do Issufo (y)	12	13	14	15	16
$x-y$	3	3	3	3	3

Quando a idade da Telma aumenta, a idade do Issufo também aumenta pelo mesmo valor e a diferença é igual a 3, isto é: $x-y=3$.

Gráfico da relação entre duas grandezas cuja diferença é constante

O gráfico da relação entre as duas grandezas obtém-se de forma análoga à da relação entre as duas grandezas com a mesma soma. A forma do gráfico é apresentada abaixo.



Quando as grandezas são discretas (tomam números naturais) o seu gráfico é representado por pontos isolados, como no gráfico acima.

Em duas grandezas, quando uma aumenta e a outra também aumenta pelo mesmo valor, a sua diferença é igual a uma constante: $\boldsymbol{x-y=k}$ e o seu gráfico é uma linha recta, que não passa pela origem e eleva-se para a direita.

Exercícios

1. O Jorge nasceu quando o seu pai tinha 24 anos de idade.

(1) Complete a tabela.

Jorge	0	5	10	15	20
Idade do pai do Jorge					

(2) Expresse a relação entre as suas idades numa equação matemática, sendo x a idade do Jorge e y a idade do seu pai.
(3) Qual será a idade do Jorge quando o seu pai tiver 56 anos de idade?

2. A tabela seguinte mostra a relação entre a quantidade de água adicionada e a profundidade da água no tanque.

A quantidade de água adicionada (ℓ)	0	1	2	3	4
A profundidade da água (cm)	3	4	5	6	7

(1) Expresse a relação entre as duas grandezas numa equação matemática, sendo x a quantidade de água e y a sua profundidade.
(2) Determine a profundidade de água, quando 7ℓ de água são adicionados.
(3) Se a profundidade de água é de $16cm$, qual terá sido a quantidade de água adicionada?
(4) Construa o gráfico que relaciona essas duas grandezas.

3.3. Relação entre duas grandezas cujo quociente é constante

A tabela abaixo representa a relação entre o tempo e a distância que o João percorre em velocidade constante.

×2 ×3 ×4

Tempo (h)	1	2	3	4	5	6
Distância (km)	3	6	9	12	15	18

×2 ×3 ×4

Quando o tempo duplica, a distância também duplica; quando o tempo triplica, também triplica a distância e assim sucessivamente. Então, diz-se que o tempo e a distância são directamente proporcionais.
Por outro lado, quando a distância é dividida pelo tempo, o resultado é sempre 3.

Tempo (h)	1	2	3	4	5	6
Distância (km)	3	6	9	12	15	18

Distância ÷ Tempo	3	3	3	3	3	3

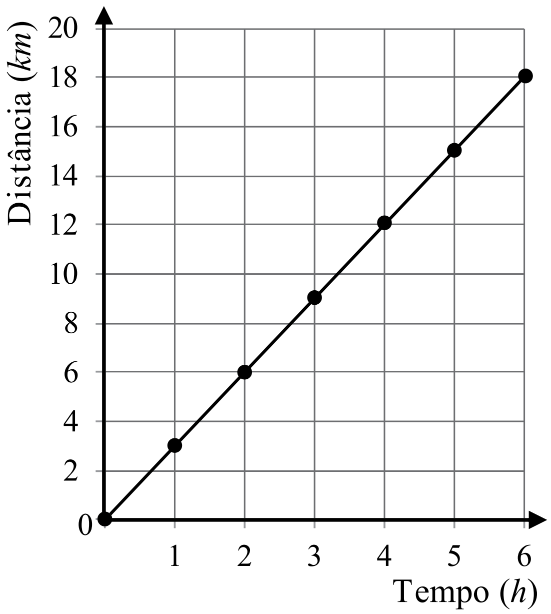
A relação entre a distância e o tempo pode ser expressa por: Distância ÷ Tempo = 3, ou Distância = 3 × Tempo. Então, diz-se que a distância é directamente proporcional ao tempo. O 3 é **constante da proporcionalidade**.

Em duas grandezas:
1. Quando uma duplica ou triplica e a outra também duplica ou triplica, e assim sucessivamente, diz-se que as grandezas são directamente proporcionais.
2. Se a relação entre duas grandezas x e y é expressa por $y = kx$, então, diz-se que y é directamente proporcional a x, onde k indica a **constante de proporcionalidade**.

Gráfico de proporcionalidade directa

Observe a tabela e o respectivo gráfico dados abaixo. Ao construir o gráfico da proporcionalidade directa, o zero (0) é acrescentado ao tempo e na distância de modo que o gráfico passe pela origem.

Tempo (h)	0	1	2	3	4	5	6
Distância (km)	0	3	6	9	12	15	18



Quando as grandezas são contínuas (podem tomar qualquer valor num dado intervalo) o seu gráfico é representado por uma linha, como no gráfico acima.

O gráfico de proporcionalidade directa é uma linha recta que passa pela origem.

Exercícios

1. Observe a tabela.

Diâmetro da circunferência (cm)	1	2	5	10
Perímetro da circunferência (cm)	3,14	6,28	15,7	31,4

(1) Que tipo de proporcionalidade existe, entre o perímetro da circunferência e o diâmetro?

(2) Escreva a equação matemática que relaciona o perímetro da circunferência e o diâmetro.

(3) Construa o gráfico que relaciona o perímetro da circunferência e o respectivo diâmetro.

2. A distância que um ciclista percorre em velocidade constante é directamente proporcional ao tempo, como mostra a tabela abaixo.

Tempo (h)	0,5	1	1,5	2	2,5
Distância (km)	11	a	33	b	c

(1) Determine os valores de a, b e c.

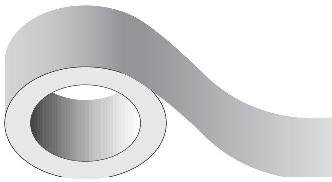
(2) Escreva a equação matemática que relaciona a distância percorrida com o tempo gasto.

(3) Quanto tempo o ciclista leva para percorrer 110km?

(4) Determine a distância que o ciclista percorre em 6 horas.

3.4 Relação entre duas grandezas cujo produto é constante

Pretende-se dividir um rolo de fita em partes iguais para fazer laços de enfeitar embrulhos. A tabela relaciona o comprimento de cada pedaço de fita (em centímetros) com o número de laços.



$\times 2$ $\times 3$ $\times 4$

Comprimento da fita (cm)	5	10	15	20	25	30
Número de laços (n)	60	30	20	15	12	10

$\times \frac{1}{2}$ $\times \frac{1}{3}$ $\times \frac{1}{4}$

Quando o comprimento da fita duplica, o número de laços reduz-se à metade; quando o comprimento da fita triplica o número de laços reduz-se à terça parte, e assim sucessivamente. Neste caso, diz-se que o comprimento da fita e o número de laços são inversamente proporcionais.

Numa perspectiva vertical, quando se multiplica o comprimento da fita pelo número de laços obtém-se os mesmos resultados.

Comprimento da fita (cm)	5	10	15	20	25	30
Número de laços (n)	60	30	20	15	12	10
Comprimento da fita×número de laços	300	300	300	300	300	300

Portanto, a relação entre o comprimento da fita e o número de laços pode ser expressa por:
Comprimento de fita × Número de laços = 300, ou
Número de laços = 300 ÷ Comprimento da fita.

Então diz-se que o número de laços é inversamente proporcional ao comprimento da fita. O 300 é a **constante de proporcionalidade**.

Em duas grandezas:
1. Quando uma grandeza duplica ou triplica e a outra reduz-se à metade ou à terça parte, e assim sucessivamente, diz-se que as grandezas são inversamente proporcionais.
2. Se a relação entre duas grandezas x e y é expressa por $y = \frac{k}{x}$, diz-se que y é inversamente proporcional a x, onde k indica a **constante de proporcionalidade**.

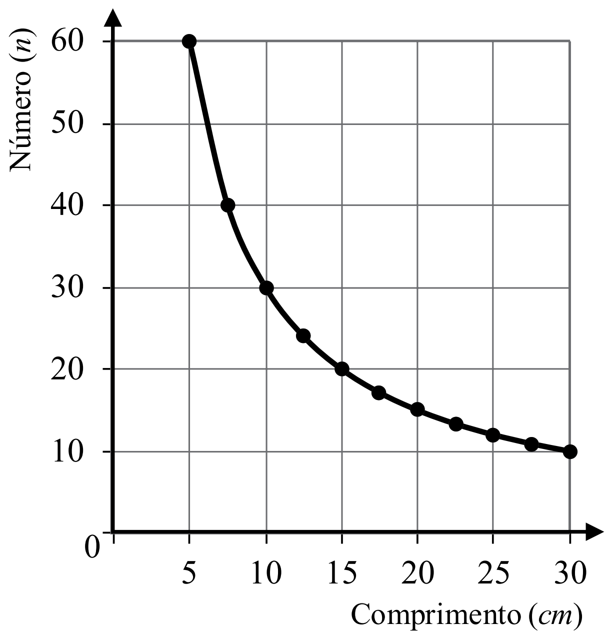
Gráfico da proporcionalidade inversa

Observe as tabelas e o respectivo gráfico.

Comprimento da fita (*cm*)	5	10	15	20	25	30
Número de laços (*n*)	60	30	20	15	12	10

Ao unir os pontos, forma-se uma linha curva.

Comprimento (*cm*)	5	7,5	10	12,5	15	17,5	20	22,5	25	27,5	30
Número (*n*)	60	40	30	24	20	17,1	15	13,3	12	10,9	10



O gráfico de proporcionalidade inversa é uma linha curva que não passa pela origem.

Exercícios

1. Os dados seguintes representam o comprimento e a largura de rectângulos com uma área igual a $16cm^2$.

Comprimento (cm)	1	b	4	d
Largura (cm)	a	8	c	0,5

(1) Determine os valores de a, b, c e d.

(2) Identifique o tipo de proporcionalidade.

(3) Expresse a relação entre o comprimento e largura do rectângulo.

(4) Construa o gráfico da relação entre o comprimento e a largura do rectângulo.

2. Uma torneira leva 36 horas para encher um reservatório de água do IFP Alberto Chipande, na cidade de Pemba, como mostra a tabela abaixo.

Torneiras (t)	1	3	5	8	10
Tempo (h)	36	a	7,2	b	c

(1) Determine os valores de a, b e c.

(2) Identifique o tipo de proporcionalidade.

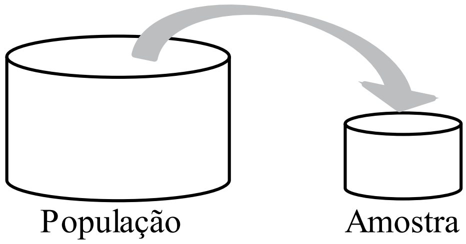
(3) Construa o gráfico da relação entre o número de torneiras e o tempo que leva para encher o reservatório de agua.

Capítulo XI: Tabelas e gráficos e estatística

1. Introdução

Numa cantina escolar, para melhorar os serviços prestados na escola, a gerência do estabelecimento decidiu fazer um estudo sobre as preferências dos alunos em relação ao consumo de refrigerantes de uma determinada marca. Como o número de alunos da escola era muito grande, não foi possível envolver todos os alunos na pesquisa. Para o efeito, 100 alunos foram seleccionados, aleatoriamente.

Ao conjunto de todos os alunos que frequentam a cantina escolar, chama-se **população.** A cada aluno que frequenta a cantina escolar, chama-se **unidade estatística** ou **indivíduo**.



Aos 100 alunos seleccionados aleatoriamente para o estudo, chama-se **amostra.** O tamanho da amostra é representado por "n", assim, $n = 100$.

Às características das preferências em estudo (tipos de refrigerantes), chamam-se **variáveis estatísticas.** As variáveis estatísticas podem ser **qualitativas** ou **quantitativas.** O género, a cor ou outras características que não são mensuráveis, chamam-se **variáveis qualitativas.** A altura, o peso, a idade ou outras características que podem ser mensuráveis, chamam-se **variáveis quantitativas.** As variáveis quantitativas podem ser **discretas** ou **contínuas**.

As **discretas** são aquelas que assumem um número finito ou infinito numerável de valores, não podendo existir mais nenhum outro entre dois valores consecutivos, por exemplo, o número de alunos, de refrigerantes e outros.

As **contínuas** são aquelas que podem tomar qualquer valor num dado intervalo. Por exemplo, altura de um aluno, o peso e outros.

Ao conjunto de todos os elementos em estudo chama-se **população** ou **universo estatístico**.

A cada elemento da população designa-se **unidade estatística** ou **indivíduo**.

À uma parte (um subconjunto finito) representativa da população seleccionada aleatoriamente para o estudo chama-se **amostra**.

Às características que podem ser analisadas sobre amostra em estudo chamam-se **variáveis estatísticas** e representam-se por x_i.

Os valores que se associam às variáveis estatísticas denominam-se **dados estatísticos.**

Um estudo estatístico contempla várias etapas.
(1) Identificação do problema, para se definir o tipo de variável pertinente para o estudo;
(2) Definição de amostra, para escolher entre estudar toda ou parte da população;
(3) Recolha de dados, que pode ser efectuada através de entrevistas, preenchimento de inquéritos ou questionários;
(4) Organização e representação de dados em tabelas e gráficos;
(5) Análise e interpretação de resultados obtidos.

2. Tabela

Os dados abaixo correspondem à classificação de 25 alunos da 5ª classe, no final do 1º trimestre na disciplina de Matemática:

7	8	8	10	10	11	12	8	9	15	8	8	10
11	11	9	7	10	10	11	12	8	8	7	7	

Para organizar os dados usa-se uma tabela. Esta tabela é dividida em três colunas: na primeira coluna escreve-se as notas, na segunda a contagem e na terceira o número de repetições. Na coluna de notas, escreve-se todas as possíveis notas que aparecem nos dados, começando por 7 até 15. Na coluna de contagem, escreve-se o número de vezes que cada nota aparece repetida nos dados, usando traços de contagem e na coluna de repetições, escreve-se os números das marcas de contagem.

Notas	Contagem	Nº de repetições (frequência)
7	$\vert\vert\vert\vert$	4
8	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}\ \vert\vert$	7
9	$\vert\vert$	2
10	$\cancel{\vert\vert\vert\vert}$	5
11	$\vert\vert\vert\vert$	4
12	$\vert\vert$	2
15	$\vert$	1

Repare que, a nota “7” aparece 4 vezes. A este número (4), chama-se **frequência absoluta** da nota “7”.
Os resultados obtidos podem ser organizados na tabela abaixo:

Notas (x_i)	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
7	4	$\frac{4}{25}=0{,}16$
8	7	$\frac{7}{25}=0{,}28$

9	2	$\frac{2}{25}=0,08$
10	5	$\frac{5}{25}=0,2$
11	4	$\frac{4}{25}=0,16$
12	2	$\frac{2}{25}=0,08$
15	1	$\frac{1}{25}=0,04$
	$n=25$	1,00

Analisando a tabela, verifica-se que no total tem 25 notas como frequências absolutas e o 4 é a frequência absoluta da nota "7". Portanto, ao valor $\frac{4}{25}=0,16$ chama-se **frequência relativa** da nota "7".

Tabela com classe

Durante uma campanha de atribuição ou renovação de bilhetes de identidade numa determinada escola secundária, observou-se que um grupo de 20 alunos tinha as seguintes alturas, em centímetros:

151	167	162	154	156	168	155	169	169	157
161	156	163	164	160	163	159	169	150	153

(1) Como calcular a variação?

Num grupo de dados, a diferença entre o maior e o menor valor da variável chama-se **Variação.**

A variação da altura no problema acima é dada por: Variação = 169 – 150 = 19.

(2) Como determinar o número de classes?

Quando a variável é contínua, é recomendável que se agrupem os dados em intervalos iguais chamados **classes**. Quando os dados estão organizados em classes, divide-se a variação em 5 a 7 classes. Neste caso, escolheu-se 5 como número de classes.

(3) Como calcular o tamanho do intervalo de classe?

À extensão de cada classe chama-se **tamanho do intervalo de classe**, o qual é determinado pelo quociente entre a variação e o número de classes. Neste caso, $\frac{19}{5}=3,8$. Portanto, o tamanho do intervalo de classe é 4, que é o número inteiro mais próximo de 3,8.

(4) Como determinar as classes?

As classes são determinadas com base no tamanho do intervalo de classe. A primeira classe começa pelo menor valor dos dados (150), adicionando o mesmo ao tamanho do intervalo de classe (4), para obter o limite superior da primeira classe. O limite superior de uma classe não pertence a essa classe, o mesmo pertence à próxima classe como limite inferior. Assim, o intervalo da primeira classe é [150;154[. No intervalo [150;154[, está incluso 150, mas não está incluso 154 e as seguintes classes são determinadas da mesma forma. Assim, obtêm-se as classes [154;158[, [158;162[, [162;166[e [166;170[.

(5) Como construir uma tabela com classes?

Construa-se a tabela de frequência de forma que a 1ª coluna seja ocupada pelas classes e as seguintes pela frequência absoluta e a frequência relativa.

Altura	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
[150;154[	3	0,15
[154;158[	5	0,25
[158;162[	3	0,15
[162;166[	4	0,20
[166;170[	5	0,25
Total	$n = 20$	1,00

Ao número de vezes que uma variável se repete, chama-se **frequência absoluta** e designa-se por f_i.

Ao quociente entre a frequência absoluta de cada valor da variável e o número total de dados, chama-se **frequência relativa** e representa-se por f_r: $f_r = \frac{f_i}{n}$, onde n é o número total de dados.

Existem duas formas de organizar os dados numa tabela, por **classes** ou **categorias**. A escolha de cada uma delas depende do tipo de variável em estudo e da quantidade de dados.

Exercícios

1. Os dados abaixo representam o número de golos que uma equipa de futebol marcou durante um determinado campeonato.

2	3	2	0	2	3	1	0	1	2
4	0	1	1	2	0	3	2	2	0

Construa uma tabela de frequências dos golos marcados pela equipa.

2. A Rita registou (em *cm*) os resultados que obteve num campeonato de salto em comprimento.

371	361	391	411	352	368	381	371	391	387
356	365	382	376	350	393	385	401	367	399
419	373	363	386	397	396	407	354	388	412

(1) Agrupe os dados em classes e organize-os numa tabela.

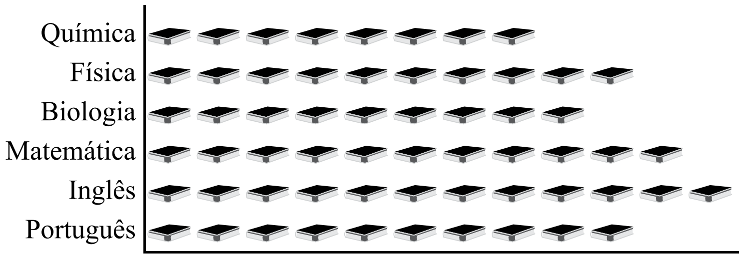
(2) Determine as frequências absoluta e relativa.

3. Pictogramas

Uma escola secundária privada adquiriu livros para o apetrechamento da sua biblioteca, nas quantidades e disciplinas apresentadas na tabela.

Disciplina	Português	Inglês	Matemática	Biologia	Física	Química
Quantidades	10	12	11	9	10	8

Estes dados podem ser representados usando símbolos ou imagens, como mostra a figura abaixo.



A partir da figura, nota-se que cada símbolo representa um livro.

> A esta forma de representar informações, usando símbolos ou imagens, chama-se **pictograma**.

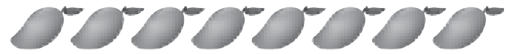
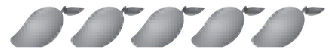
Exercícios

1. A tabela abaixo representa a quantidade de doces vendidos numa mercearia durante uma determinada semana.

Dias de semana	2ª feira	3ª feira	4ª feira	5ª feira	6ª feira	Sábado	Domingo
Números	6	10	9	10	7	8	5

De acordo com os dados patentes na tabela, construa um pictograma utilizando o símbolo .

2. O pictograma que se segue representa o número de mangas que a Flávia apanhou durante 5 dias numa mangueira da sua casa.

Mangas apanhadas pela Flávia	
1º dia	
2º dia	
3º dia	
4º dia	
5º dia	

(1) Quantas mangas a Flávia apanhou no 4º dia?

(2) Qual é o dia em que a Flávia apanhou mais mangas?

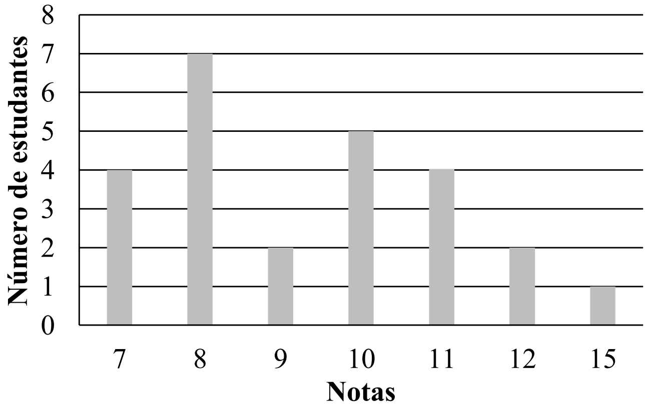
(3) Ao todo, quantas mangas a Flávia apanhou durante 5 dias?

4. Gráfico de barras

Considere a tabela abaixo que mostra as notas de 25 alunos da 5ª classe, no final do 1º trimestre na disciplina de Matemática:

Notas	7	8	9	10	11	12	15
Nº de alunos	4	7	2	5	4	2	1

Os dados acima podem ser representados através do diagrama ao lado, o qual chama-se **gráfico de barras**. É fácil ver a tendência do número de estudantes para cada nota e comparar o número de estudantes para todas as notas.



<u>Como construir um gráfico de barras?</u>

(1) Traça-se o eixo vertical e o eixo horizontal;

(2) Identifica-se o eixo horizontal;

(3) Escreve-se as categorias da variável em estudo no eixo horizontal;

(4) Identifica-se o eixo vertical;

(5) Marca-se a escala no eixo vertical;

(6) Traça-se uma barra vertical, cuja altura (ou comprimento) é determinada pela frequência para cada categoria da variável;

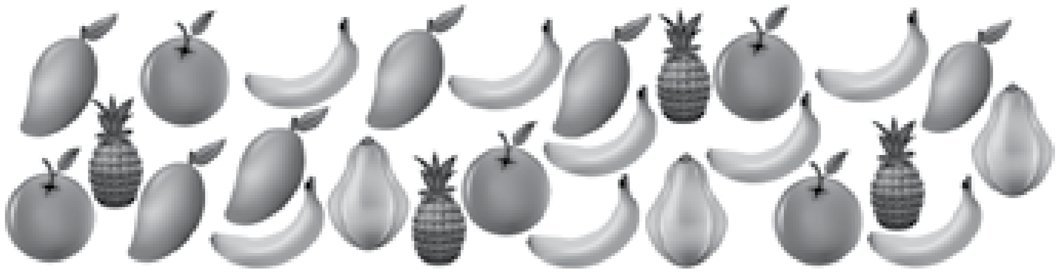
(7) Escreve-se o título do gráfico.

A esta forma de resumir um conjunto de dados categóricos usando barras chama-se **gráfico de barras**, o qual apresenta os dados usando um certo número de barras com a mesma largura, representando cada uma delas uma categoria particular. A altura de cada barra é proporcional à quantidade que representa.

Os gráficos de barras são muito usados para comparar quantidades de diferentes categorias.

Exercícios

1. Observe a ilustração e responde as seguintes perguntas.



(1) Com base na ilustração, complete a tabela.

Frutas	Banana	Laranja	Ananás	Manga	Papaia
Quantidade					

(2) Construa o gráfico de barras do número de frutas.

2. O director de uma escola, perguntou a um grupo de alunos sobre o número de irmãos que cada um tinha e obteve os seguintes resultados.

1	3	2	0	4	3	0	1	5	0	2	2	3	2	6
5	1	0	5	6	5	5	3	0	5	0	2	5	1	5

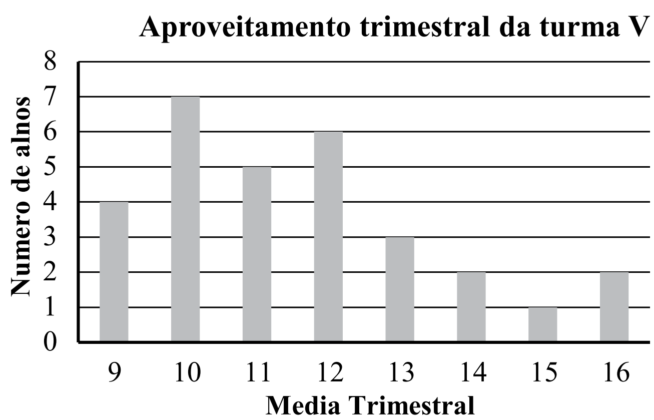
(1) Organize os dados numa tabela de frequências.

(2) Quantos alunos responderam à questão?

(3) Justifique por quê a variável estatística é discreta.

(4) Com base na tabela de frequências, construa o gráfico de barras.

3. Observe o gráfico e responda às questões que se seguem.



(1) Quantos alunos a turma tem?

(2) Quantos alunos tiveram a média mais alta?

(3) Quantos alunos tiveram a média mais baixa?

(4) Quantos alunos tiveram média 10?

(5) Quantos alunos tiveram média positiva?

(6) Qual é a média com a maior frequência?

(7) Encontre a diferença entre a maior e a menor frequências.

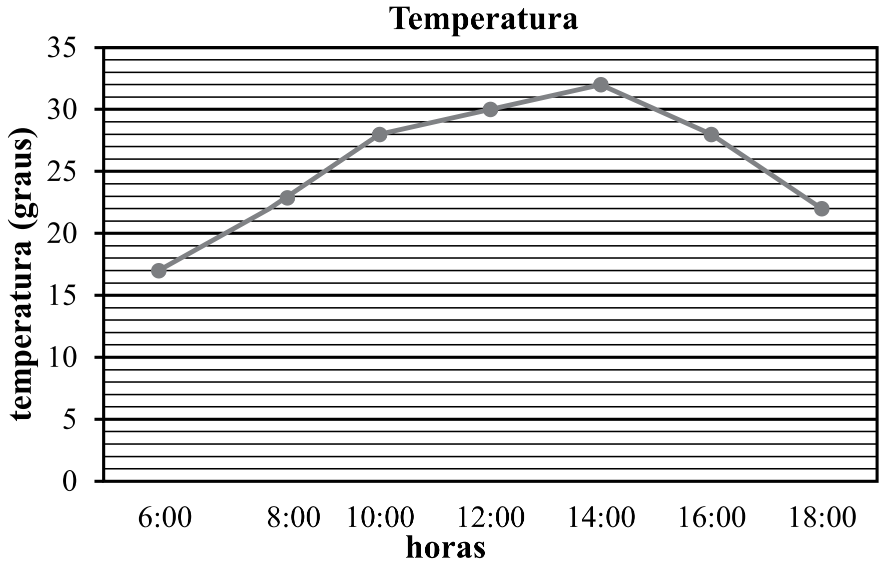
5. Gráfico de linhas

A tabela abaixo apresenta a variação da temperatura registada num dia.

Tempo	6:00	8:00	10:00	12:00	14:00	16:00	18:00
Temp. (°C)	17	23	28	30	32	28	22

As informações dadas podem ser representadas conforme o seguinte diagrama, o qual chama-se **gráfico de linhas**.

A partir do gráfico, pode-se ver facilmente as mudanças de temperatura do dia.



Como construir um gráfico de linhas

(1) Traça-se o eixo vertical e o eixo horizontal;

(2) Identifica-se o eixo horizontal;

(3) Escreve-se o nome das categorias no eixo horizontal;

(4) Identifica-se o eixo vertical;

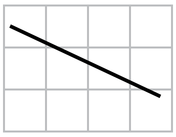
(5) Marca-se a escala no eixo vertical;

(6) Marca-se os pontos que representam os valores dados no sistema de coordenadas da tabela;

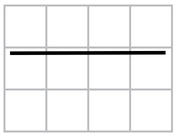
(7) Une-se os pontos através de um segmento de linha;

(8) Escreve-se o título do gráfico.

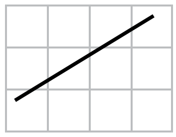
Os segmentos de recta que unem dois pontos do gráfico mostram como os dados variam.



Decrescimento



Constância



Crescimento

A esta forma de resumir uma série de dados usando linhas chama-se **gráfico de linhas**.

O gráfico de linhas é usado para apresentar dados que mudam constantemente ao longo do tempo.

Exercícios

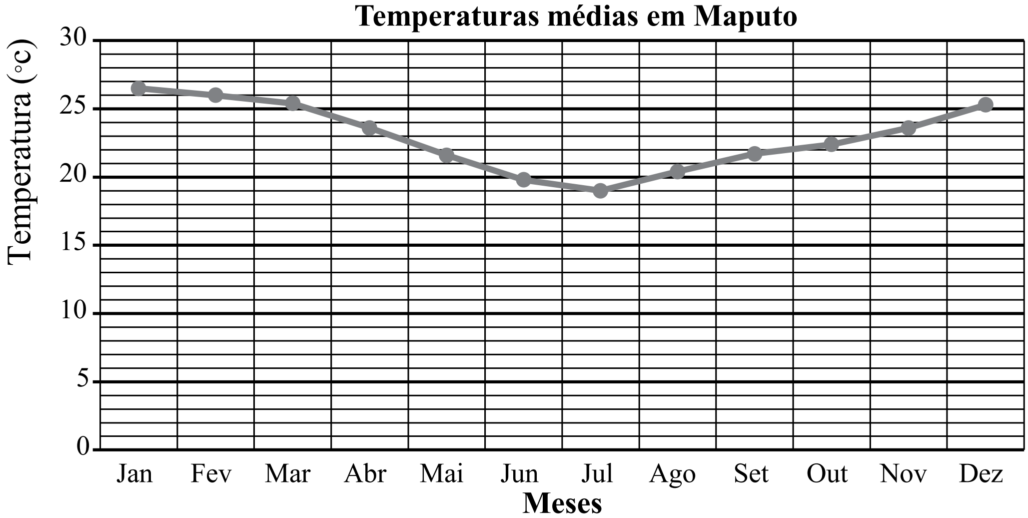
1. A tabela abaixo mostra a temperatura média mensal que se registou na cidade de Tete em 2014.

Mês	Jan	Fev	Mar	Abr	Mai	Jun	Julh	Agos	Set	Out	Nov	Dez
T(°C)	28,6	27,8	29,3	27,1	26,7	24,0	24,3	25,3	27,4	29,0	30,8	29,2

Represente os dados da tabela num gráfico de linhas.

2. O gráfico abaixo mostra as temperaturas médias de Maputo num determinado ano.

Temperaturas médias em Maputo



Responda às seguintes questões:

(1) O que mostram os eixos horizontal e vertical?

(2) Qual é a temperatura do mês de Fevereiro?

(3) Em que mês se registou a temperatura de 20 graus?

(4) Que meses têm temperaturas acima de 23 graus?

(5) Que meses têm temperaturas abaixo de 15 graus?

(6) Qual é o mês mais quente?

(7) Qual é o mês mais frio?

(8) Quantos graus de diferença existem entre os meses de Dezembro e Julho?

6. Gráfico circular

A tabela abaixo mostra os tipos e o número de árvores de fruta que existem na machamba da dona Raquel.

Tipos de árvore	Nº de árvores
Mangueira	10
Laranjeira	5
Limoeiro	15
Abacateira	15
Mafureira	5
-	n = 50

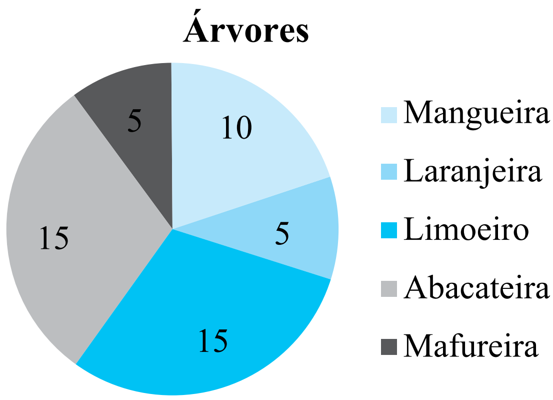
Para mostrar a quantidade relativa de cada tipo de árvore usa-se o gráfico circular.

Para construir o gráfico circular:

(1) Determina-se a frequência relativa.

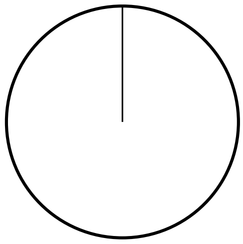
(2) Determina-se o ângulo ao centro do sector circular, multiplicando a frequência relativa por 360º.

(3) Transforma-se a frequência relativa na forma de percentagem, multiplicando por 100%. A essa forma de representar a frequência chama-se **frequência relativa percentual**.

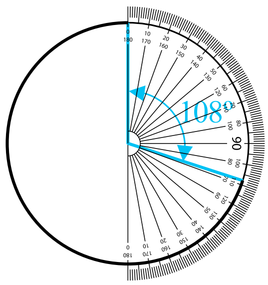


Tipos de árvore	**Frequência absoluta (f_i)**	**Frequência relativa** $\left(f_r = \frac{f_i}{n}\right)$	**Ângulo do sector circular** $(\alpha = f_r \times 360°)$	**Frequência relativa percentual** $\left(f_{r(\%)} = f_r \times 100\%\right)$
Mangueira	10	0,2	72º	20%
Laranjeira	5	0,1	36º	10%
Limoeiro	15	0,3	108º	30%
Abacateira	15	0,3	108º	30%
Mafurreira	5	0,1	36º	10%
-	n = 50	1	360º	100%

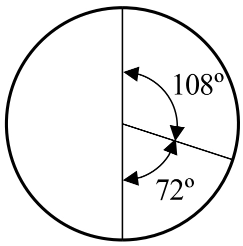
1. Traça-se um círculo e um raio usando o compasso.



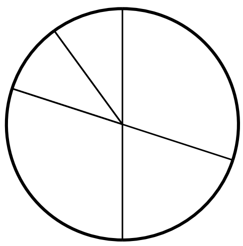
2. Mede-se o ângulo de 108º, usando o transferidor e traça-se o raio para o primeiro sector.



3. De seguida, mede-se o ângulo de 72º e traça-se um raio para o segundo sector.

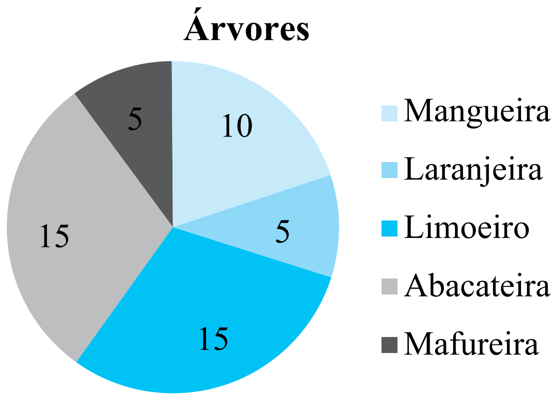


4. Continua-se a medir os ângulos de cada sector de modo a formar 5 sectores, conforme apresentado na figura à direita.

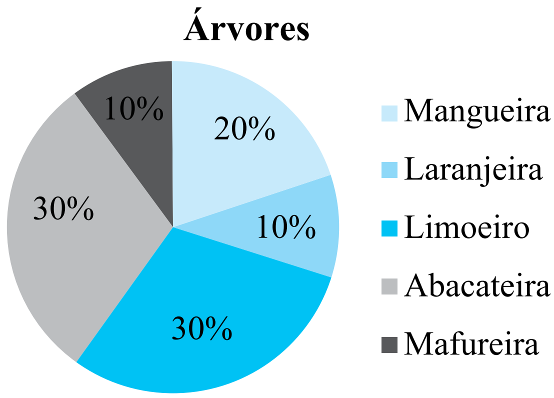


5. Identifica-se cada sector e escreve-se o título do gráfico.

Apresentação da frequência absoluta no gráfico circular



Apresentação da frequência relativa percentual no gráfico circular



Os gráficos circulares são mais adequados para comparar partes de um todo. Os mesmos não mostram mudanças ao longo do tempo, mas sim as proporções de partilha de uma quantidade. Cada sector representa visualmente a quantidade ou a percentagem de um item.

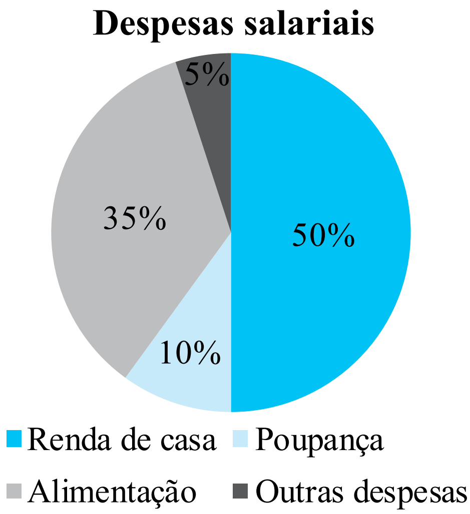
Exercícios

1. Numa certa campanha agrícola, o distrito de Lago, na província de Niassa, produziu os seguintes cereais em toneladas.

Cereais	Milho	Mapira	Amendoim	Feijão	Arroz
Quantidades em toneladas (t)	20	10	5	10	15

(1) Determine a frequência relativa correspondente a cada cereal.
(2) Determine o ângulo do sector circular correspondente a cada cereal.
(3) Determine a frequência relativa percentual de cada cereal.
(4) Construa o gráfico circular da campanha.

2. O gráfico ao lado mostra como o Sr. Ângelo gasta o seu salário mensalmente.
(1) Qual é a percentagem ocupada pela renda de casa?
(2) Em que despesa ele gasta mais?
(3) Se o seu salário for de 10 000 MT, quanto ele tem poupado por mês?

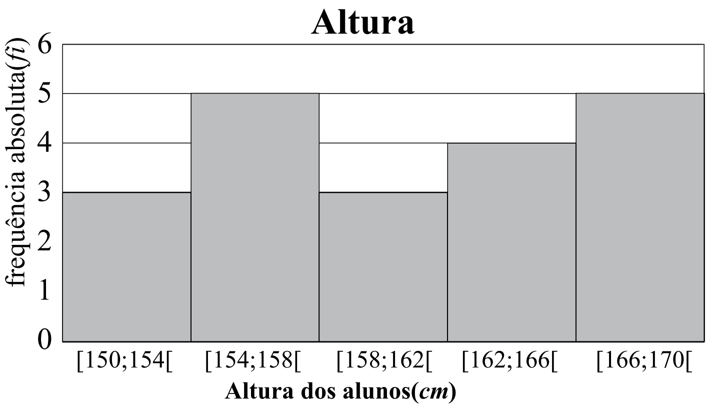


7. Histograma

A tabela abaixo mostra a altura, em centímetros, de 20 alunos de uma determinada escola secundária na província de Cabo Delgado.

Altura	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
[150;154[	3	0,15
[154;158[	5	0,25
[158;162[	3	0,15
[162;166[	4	0,20
[166;170[	5	0,25
Total	$n = 20$	1,00

As informações dadas podem ser representadas no seguinte diagrama, o qual chama-se **histograma**. Este assemelha-se ao gráfico de barras.



Nota-se que no histograma cada coluna representa um grupo definido por uma variável quantitativa, mas no gráfico de barras, cada coluna (no eixo horizontal) representa um grupo definido por uma variável categórica.

Como construir um histograma

(1) Traça-se as linhas horizontal e vertical;
(2) Identifica-se o eixo horizontal;
(3) Escreve-se as classes no eixo horizontal;
(4) Identifica-se o eixo vertical;
(5) Marca-se a escala no eixo vertical;
(6) Traça-se uma barra vertical, cuja altura é determinada pela frequência, para cada classe da variável, ligando as barras do gráfico;
(7) Escreve-se o título do gráfico.

A forma de resumir um conjunto de dados agrupando-os em classes de intervalos uniformes usando barras chama-se **histograma**. O histograma é usado para analisar a distribuição de frequências numa amostra. O histograma é formado por barras sem espaço de separação entre elas e a sua variável é representada por classes.

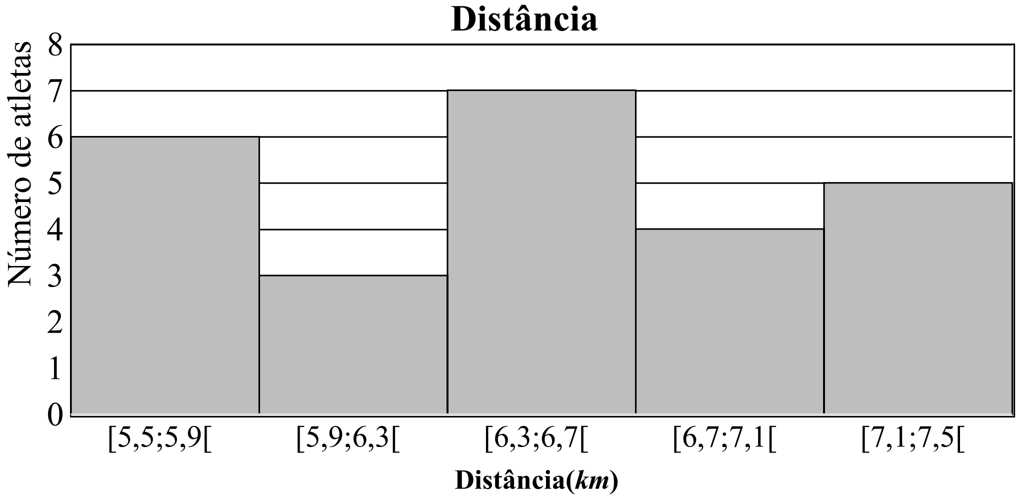
Exercícios

1. No Centro de Recrutamento de Nacala, em Nampula, durante a inspecção para o serviço militar obrigatório, registou-se a altura dos primeiros 40 jovens seleccionados e obteve-se os seguintes resultados.

1,67	1,60	1,68	1,75	1,75	1,60	1,65	1,54	1,63	1,65
1,68	1,68	1,58	1,49	1,60	1,61	1,62	1,66	1,63	1,59
1,78	1,69	1,58	1,63	1,63	1,71	1,70	1,65	1,67	1,68
1,62	1,65	1,63	1,56	1,74	1,65	1,73	1,72	1,68	1,68

(1) Agrupe os dados em classes e organize-os numa tabela.
(2) Indique a classe que apresenta maior frequência absoluta.
(3) Representa os dados num histograma.

2. O gráfico abaixo mostra as distâncias percorridas por atletas de um determinado clube, durante um treino:



(1) O que representa o eixo vertical?

(2) O que representa o eixo horizontal?

(3) Qual é o tamanho do intervalo de classe?

(4) Quantos atletas percorreram menor distância?

(5) Quantos atletas percorreram uma distância menor que 6,7*km*?

8. Medidas de tendência central

As medidas de tendência central são valores úteis para analisar os dados de uma certa amostra. Há três tipos de medidas de tendência central.

8.1 Média aritmética ($\bar{x}$)

Uma estudante realizou, ao longo de um semestre, cinco avaliações numa dada disciplina e obteve as seguintes notas:13, 15, 13, 16 e 17 valores.

$$\bar{x} = \frac{13+15+13+16+17}{5} = \frac{74}{5} = 14{,}8$$

Assim, a média da estudante é de 14,8 valores.

> Ao valor que resulta do quociente entre a soma de todos os dados e o número total de dados de uma amostra (ou de um conjunto de dados), chama-se **média aritmética** e representa-se por $\bar{x}$.

8.2 Moda (M_o)

A partir do exemplo anterior, verifica-se que 13 é o valor que aparece com maior frequência, o qual chama-se **moda**.

Ao valor que aparece com maior frequência numa amostra (ou num conjunto de dados) chama-se **moda** e representa-se por $\mathbf{M_o}$.

Se num estudo ocorrerem duas modas, o conjunto diz-se **bimodal**. Se existirem mais que duas modas, diz-se **multimodal ou plurimodal**. Quando todos os valores dos dados têm a mesma frequência, diz-se que o conjunto é **amodal**, ou seja, não tem moda.

8.3 Mediana($\tilde{x}$)

1. Colocando na ordem crescente os dados do exemplo anterior, tem-se:

13 13 15 16 17.

Nota-se que 15 é o valor que ocupa a posição central dos dados assim dispostos. A este valor chama-se **mediana**.

2. Observe os dados:

13, 16, 14, 13, 16, 15

Determine a mediana.

$$13 \quad 13 \quad \underbrace{14 \quad 15} \quad 16 \quad 16$$

$$\frac{14+15}{2}=14,5$$

Com base no exemplo nota-se que dos 6 dados, 14 e 15 são os valores que ocupam a posição central depois de organizar os dados em ordem crescente ou decrescente.

Neste caso, a mediana será: $\tilde{x}=\dfrac{14+15}{2}=14,5$

Considerando os dados estatísticos ordenados (do menor ao maior ou vice-versa), ao valor que ocupa a posição central chama-se **mediana** e representa-se por $\tilde{\boldsymbol{x}}$.
Quando o número de dados é par, a mediana será determinada pela média aritmética dos dois valores que ocupam a posição central.

Exercícios

1. Numa pauta referente ao 1º trimestre, na disciplina de Biologia, o João obteve as seguintes notas (valores):

11 10 9 12 10 14 11

(1) Calcula a média aritmética dos resultados.

(2) Determine a moda.

(3) Qual é a mediana das notas?

2. Os dados fornecidos abaixo são referentes ao peso (*kg*) de 10 formandos de um IFP.

63,5 62,4 58,7 63,5 68,6 46,9 63,5 56,7 82,1 58,7

(1) Calcula a média aritmética.

(2) Indique a moda.

(3) Qual é a mediana?

Soluções

Capítulo I - Conjuntos e elementos

Páginas 14 e 15

1. (1) $A = \{\text{números naturais menores que } 10\}$

(2) $B = \{\text{números ímpares menores que } 9\}$

(3) $C = \{\text{números pares menores que } 10\}$

(4) $D = \{\text{números primos menores que } 12\}$ ou $D = \{\text{números primos menores que } 13\}$

(5) $E = \{\text{mês do ano que começa com a letra S}\}$ ou $E = \{\text{nono mês do ano}\}$

(6) $F = \{\text{números ímpares menores que } 2\}$ ou $F = \{\text{números ímpares menores que } 3\}$

2. (1) $A = \left\{\begin{array}{l}\text{Domingo, Segunda-Feira, Terça-Feira, Quarta-Feira, Quinta-Feira} \\ \text{Sexta-Feira, Sábado}\end{array}\right\}$

(2) $B = \{\text{Abril, Junho, Setembro, Novembro}\}$

(3) $C = \{1\}$

(4) $D = \{0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 14, 15\}$

(5) $E = \{1, 2, 4, 8, 16\}$

(6) $F = \{\ \}$

3.

Exercício 1	Exercício 2
(1) $\#A = 10$	(1) $\#A = 7$
(2) $\#B = 4$	(2) $\#B = 4$
(3) $\#C = 5$	(3) $\#C = 1$
(4) $\#D = 5$	(4) $\#D = 16$
(5) $\#E = 1$	(5) $\#E = 5$
(6) $\#F = 1$	(6) $\#F = 0$

4. (1) $\in$ (2) $\notin$ (3) $\notin$ (4) $\notin$ (5) $\in$ (6) $\in$

5. (1) s (2) v (3) s (4) s (5) v

Página 14

1. (1) $\not\subset$ (2) $\subset$ (3) $\supset$ (4) $=$, $\subset$ ou $\supset$

(5) $\subset$ (6) $\not\supset$

2. (1) $\subset$ (2) $\supset$ (3) $\not\subset$ (4) $\not\supset$
(5) $\subset$ (6) $=$, $\subset$ ou $\supset$

3. (1) $\{\{\ \},\{1\}\}$ (2) $\{\{\ \},\{1\},\{2\},\{1,2\}\}$

(3) $\{\{\ \}, \{1\}, \{2\}, \{3\}, \{1, 2\}, \{1, 3\}, \{2, 3\}, \{1, 2, 3\}\}$

4. (1) $\{\{\ \},\{6\}\}$ (2) $\{\{\ \},\{a\},\{b\},\{a, b\}\}$

(3) $\{\{\ \}, \{m\}, \{p\}, \{t\}, \{m, p\}, \{m, t\}, \{p, t\}, \{m, p, t\}\}$

Página 18

1. (1) $\{2\}$ (2) $\{\ \}$ (3) $\{1, 2, 3, 4, 5\}$

(4) $\{2, 5, 6\}$ (5) $\{1, 2, 3, 4, 6\}$

2. (1) $\{a, f\}$ (2) $\{\ \}$ (3) $\{a, b, c, d, e, f, h\}$

(4) $\{a, f, h, m, p, q, t\}$ (5) $\{a, b, c, d, e, f, m, p, q, t\}$

3. (1) 4 (2) 3 (3) 1 (4) 0 (5) 2

4. (1) 5 (2) 6 (3) 0 (4) 1 (5) 2

5. (1) $\{e, f\}$ (2) $\{c, d, e, f\}$ (3) $\{b, c, d, e, f\}$

(4) $\{c, d\}$ (5) $\{b, c, d\}$ (6) $\{b\}$

6. (1) $\{5, 6, 7, 8\}$ (2) $\{1, 2, 7, 8\}$ (3) $\{1, 2, 5, 6, 7, 8\}$

(4) $\{1, 2\}$ (5) $\{1, 2\}$ (6) $\{\ \}$

7. (1) $A=\{1, 3, 4, 8\}$ (2) $B=\{2, 3, 6, 8, 10\}$ (3) $\bar{A}=\{2, 5, 6, 7, 9, 10\}$

(4) $\bar{B}=\{1, 4, 5, 7, 9\}$ (5) $A\cup B=\{1, 2, 3, 4, 6, 8, 10\}$

(6) $A\cap B=\{3, 8\}$ (7) $A\setminus B=\{1, 4\}$ (8) $B\setminus A=\{2, 6, 10\}$

(9) $U=\{1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10\}$

Capítulo II: Números naturais e operações

Páginas 19 e 20

1. (1) 30 unidades (2) 9 dezenas (3) 500 unidades

(4) 8 centenas (5) 40 dezenas (6) 700 unidades

(7) 5 centenas, 50 dezenas (8) 90 centenas, 900 dezenas, 9000 unidades

(9) 6 milhares, 600 dezenas

2. (1) 2centenas, 4 dezenas e 7 unidades

(2) 9 unidades de milhar, 6 centenas, 3 dezenas e 3 unidades

(3) 7 unidades de milhar, 0 centena, 4 dezenas e 5 unidades

(4) 7 dezenas de milhar, 1 unidade de milhar, 6 centenas, 2 dezenas e 5 unidades

(5) 1 dezena de milhar, 3 unidades de milhar, 3 centenas, 5 dezenas e 9 unidades

(6) 2 centenas de milhar, 8 dezenas de milhar, 4 unidades de milhar, 6 centenas, 1 dezena e 7 unidades

3. (1) $4000+600+90+2$ (2) $6000+200+9$ (3) $7000+500+20+8$

(4) $70000+1000+60+4$ (5) $200000+70000+1000+900+50+3$

(6) $800000+60000+1000+90+4$ (7) $300000+80000+200+5$

(8) $900000+300+6$ (9) $900000+6$

4. (1) 5732 (2) 9600 (3) 8602 (4) 2086

(5) 65433 (6) 80969 (7) 270435 (8) 402008

Página 22

(1) 544 (2) 1405 (3) 8308

(4) 105 (5) 717 (6) 921

(7) 454 (8) 1577 (9) 8522

Páginas 23 e 24

1. (1) Propriedade comutativa da adição.

(2) Propriedade comutativa da adição.

(3) Propriedade associativa da adição.

(4) Propriedade associativa da adição.

(5) O zero é o elemento neutro da adição.

2. (1) $73+90=90+73=163$ (2) $352+862=862+352=1214$

(3) $72+25+39=100+39=139$ (4) $273+503+24=273+527=800$

(5) $98+0=98$ (6) $0+6387=6387$

3. (1) $15+36+5=15+5+36$
$=20+36$
$=56$

(2) $47+25+3=47+3+25$
$=50+25$
$=75$

(3) $33+50+17=33+17+50$
$=50+50$
$=100$

(4) $53+14+17=53+17+14$
$=70+14$
$=84$

(5) $21+37+23=21+60$
$=81$

(6) $89+26+24=89+50$
$=139$

(7) $76+29+51=76+80$
$=156$

(8) $83+35+25=83+60$
$=143$

(9) $98+37+23=98+60$
$=158$

Página 29

1. (1) 1668 (2) 38265 (3) 9288 (4) 4809012

(5) 243 (6) 114 (7) 1482 (8) 99

(9) 103

2. No armazém há 12400 livros da 6ª classe.

3. O orfanato consome 445*kg* de arroz por mês.

Página 31

1. (1) Propriedade comutativa da multiplicação.

(2) Propriedade associativa da multiplicação.

(3) O um é o elemento neutro da multiplicação.

(4) O zero é o elemento absorvente da multiplicação.

2. (1) $36\times40=40\times36=1440$ (2) $79\times862=862\times79=68098$

(3) $8\times7\times5=40\times7=280$ (4) $13\times25\times80=13\times2000=26000$

(5) $518\times0=0$ (6) $6387\times1=6387$

3. (1) $9\times5\times6=9\times30$
$=270$

(2) $2\times11\times5=2\times5\times11$
$=10\times11$
$=110$

(3) $6\times18\times15=6\times15\times18$
$=90\times18$
$=1620$

(4) $12\times5\times8=12\times40$
$=480$

(5) $15\times32\times4=15\times4\times32$
$=60\times32$
$=1920$

(6) $31\times4\times75=31\times300$
$=9300$

(7) $80\times76\times25=80\times25\times76$
$=2000\times76$
$=152000$

(8) $83\times4\times25=83\times100$
$=8300$

(9) $60\times6\times45=60\times270$
$=16200$

Página 34

1. (1) Propriedade distributiva da multiplicação em relação à adição.
(2) Propriedade distributiva da multiplicação em relação à subtracção.
(3) Propriedade distributiva da divisão em relação à subtracção.
(4) Propriedade distributiva da divisão em relação à adição.

2. (1) $15\times(3+6)=15\times3+15\times6=135$

(2) $8\times(6+4)=8\times6+8\times4=80$

(3) $(14-8)\times5=14\times5-8\times5=30$

(4) $(125+75)\div25=125\div25+75\div25=8$

(5) $(72-18)\div9=72\div9-18\div9=6$

(6) $(864-96)\div32=864\div32-96\div32=24$

3. (1) $8\times(7+3)=8\times7+8\times3$
$=56+24$
$=80$

(2) $13\times(9+7)=13\times9+13\times7$
$=117+91$
$=208$

(3) $70\times(17-12)=70\times17-70\times12$
$=1190-840$
$=350$

(4) $(35+91)\div7=35\div7+91\div7$
$=5+13$
$=18$

(5) $(65-45)\div5=65\div5-45\div5$
$=13-9$
$=4$

(6) $(18-12)\div6=48\div6-12\div6$
$=8-2$
$=6$

Páginas 35 e 36

(1) 20 (2) 28 (3) 52 (4) 7
(5) 5 (6) 20 (7) 8 (8) 85
(9) 672 (10) 23 (11) 6 (12) 17

Página 38

1. (1) $5^2 \rightarrow$ Cinco elevado a dois ou cinco ao quadrado
   (2) $6^3 \rightarrow$ Seis elevado a três ou seis ao cubo
   (3) $10^4 \rightarrow$ Dez elevado a quatro ou dez à quarta
   (4) $7^5 \rightarrow$ Sete elevado a cinco ou sete à quinta
   (5) $4^7 \rightarrow$ Quadro elevado a sete ou quatro à sétima
   (6) $3^9 \rightarrow$ Três elevado a nove ou três à nono
   (7) $2^8 \rightarrow$ Dois elevado a oito ou dois à oitava
   (8) $10^6 \rightarrow$ Dez elevado a seis ou dez à sexta

2. (1) 64 (2) 512 (3) 81 (4) 169
   (5) 32 (6) 625 (7) 729 (8) 10000000
   (9) 1000000000

3. (1) 745 (2) 199 (3) 1512 (4) 602
   (5) 1296 (6) 1024 (7) 7 (8) 81
   (9) 70 (10) 5 (11) 38 (12) 40

Capítulo III: Divisibilidade de números naturais

Página 39

1. (1) 3, 6, 9, 12, 15, 18 e 21 (2) 4, 8, 12, 16, 20, 24 e 28
   (3) 6, 12, 18, 24, 30, 36 e 42 (4) 8, 16, 24, 32, 40, 48 e 56
   (5) 9, 18, 27, 36, 45, 54 e 63 (6) 11, 22, 33, 44, 55, 66 e 77
   (7) 12, 24, 36, 48, 60, 72 e 84 (8) 15, 30, 45, 60, 75, 90 e 105

2. (1) 5,10, 15, 20, 25, 30, 35, 40 e 45 (2) 18, 24, 30, 36, 42, 48, 54, 60 e 66
   (3) 7, 14, 21, 28, 35, 42, 49, 56 e 63 (4) 24, 32. 40, 48, 56, 64, 72 e 80
   (5) 27, 36, 45, 54, 63, 72, 81, 90 e 99

3. (1) Verdadeira porque $64 \div 4 = 16$ e 16 é um número natural.
   (2) Falso porque $71 \div 7 = 10{,}14$ e 10,14 não é um número natural.
   (3) Verdadeira porque $93 \div 31 = 3$ e 3 é um número natural.

Página 41

1. (1) 4, 8 e 12 (2) 6, 12 e 18 (3) 28, 56 e 84 (4) 40, 80 e 120
(5) 18, 36 e 54 (6) 70, 140 e 280 (7) 36, 72 e 108 (8) 28, 56 e 84

2. (1) 6 (2) 12 (3) 45 (4) 14
(5) 30 (6) 24 (7) 42 (8) 28

Página 41

1. (1) 1, 2, 5 e 10 (2) 1, 3, 9 e 27
(3) 1, 2, 3, 6, 9, 18, 27 e 54 (4) 1, 2, 3, 4, 6, 8, 9, 12, 18, 24, 36 e 72
(5) 1, 2, 3, 4, 6, 7, 12, 14, 21, 28, 42 e 84 (6) 1, 2, 7, 14, 49 e 98
(7) 1, 2, 4, 7, 8, 14, 16, 28, 56 e 112 (8) 1, 5, 25 e 125

2. (1) Verdadeira porque $18 \div 3 = 6$ e 6 é um número natural.
(2) Falso porque $21 \div 4 = 5,25$ e 5,25 não é um número natural.
(3) Verdadeira porque $63 \div 7 = 9$ e 9 é um número natural.
(4) Falso porque $98 \div 8 = 10,8$ e 10,8 não é um número natural.
(5) Verdadeira porque $96 \div 8 = 12$ e 12 é um número natural.
(6) Verdadeira porque $105 \div 5 = 21$ e 21 é um número natural.

Página 43

1. (1) 1, 2 e 4 (2) 1 e 3 (3) 1, 2, 4, 8 e 16 (4) 1, 2 e 4
(5) 1 e 3 (6) 1, 2 e 4 (7) 1, 2, 3 e 6 (8) 1, 3, 5 e 15

2. (1) 2 (2) 2 (3) 4 (4) 3
(5) 9 (6) 8 (7) 21 (8) 12

Página 45

1. 90, 234 e 558 porque termina em 0, 4 e 8 ou porque são números pares.

2. (1) 78 é divisível por 3 porque $7+8=15$ e 15 é divisível por 3.
(2) 94 não é divisível por 3 porque $9+4=13$ e 13 não é divisível por 3.
(3) 112 não é divisível por 3 porque $1+1+2=4$ e 4 não é divisível por 3.
(4) 231 é divisível por 3 porque $2+3+1=6$ e 6 é divisível por 3.
(5) 354 é divisível por 3 porque $3+5+4=12$ e 12 é divisível por 3.
(6) 529 não é divisível por 3 porque $5+2+9=16$ e 16 não é divisível por 3.

3. (1) 40, 500 e 720, são divisíveis por 4 porque os seus últimos algarismos são divisíveis por 4 ou termina em dois zeros (00).
   (2) 40, 65, 125, 500 e 720, são divisíveis por 5 porque os números terminam em zero (0) ou terminam em cinco.

4. (1) Se *b* for igual a zero (0) ou número par.
   (2) Se *b* for igual a um (1), quatro (4) ou sete (7).
   (3) Se *b* for igual a dois (2) ou seis (6).
   (4) Se *b* for igual a zero (0) ou cinco (5).

5. (1) 72 é divisível por 6 porque é divisível por 2 e por 3, em simultâneo.
   (2) 108 é divisível por 6 porque é divisível por 2 e por 3, em simultâneo.
   (3) 246 é divisível por 6 porque é divisível por 2 e por 3, em simultâneo.
   (4) 375 não é divisível por 6 porque é não divisível por 2 e por 3, em simultâneo.
   (5) 690 é divisível por 6 porque é divisível por 2 e por 3, em simultâneo.

6. Se *m* for igual a zero (0) ou seis (6).

Páginas 46 e 47

1. 216, 252, 369, 468 e 846 são divisíveis por 9.

2. (1) 80, 720 e 1250 porque terminam em zero (0).
   (2) 165 e 720 porque são divisíveis por 3 e 5 em simultâneo.

3. (1) Se *b* for igual a quatro (4).
   (2) Se *b* for igual a zero (0).
   (3) Não existe nenhum algarismo que satisfaz a condição.

4. (2) O número 3708 é divisível por 9 mas não é divisível por 10, porque não termina com zero.

5. Números divisíveis por							
2	3	4	5	6	9	10	15
298	324	324	425	324	324	720	720
324	720	720	575	720	720	1400	
720		928	720				
928		1400	1400				
1400							

Páginas 47 e 48

1. 2, 3, 5, 7, 11, 13, 17, 19, 23, 29, 31, 37, 41, 43 e 47.

2. 53, 59, 61, 67, 71, 73, 79, 83, 89 e 97.

3. 19, 37, 209 e 293.

4. (1) 8 e 14 não são relativamente primos entre si, porque tem 1 e 2 como divisor comum.

(2) 12 e 19 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum.

(3) 9 e 24 não são relativamente primos entre si, porque tem 1 e 3 como divisor comum.

(4) 33 e 76 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum

(5) 43 e 124 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum.

(6) 67 e 127 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum.

(7) 79 e 209 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum

(8) 89 e 293 são relativamente primos entre si, porque tem 1 como divisor comum.

(9) 123 e 333 não são relativamente primos entre si, porque tem 1 e 3 como divisor comum.

Página 49

(1) $36 = 2\times2\times3\times3$ (2) $42 = 2\times3\times7$ (3) $66 = 2\times3\times11$

(4) $72 = 2\times2\times2\times3\times3$ (5) $81 = 3\times3\times3\times3$ (6) $115 = 5\times23$

(7) $130 = 2\times5\times13$ (8) $315 = 3\times3\times5\times7$ (9) $637 = 7\times7\times13$

Páginas 50 e 51

1. (1) $m.d.c.(12,\ 36) = 2\times2\times3 = 12$ (2) $m.d.c.(25,\ 55) = 5$

(3) $m.d.c.(30,\ 69) = 3$ (4) $m.d.c.(36,\ 72) = 2\times2\times3\times3 = 36$

(5) $m.d.c.(63,\ 84) = 3\times7 = 21$ (6) $m.d.c.(45,\ 96) = 3$

(7) $m.d.c.(95,\ 100) = 5$ (8) $m.d.c.(126,\ 168) = 2\times3\times7 = 42$

(9) $m.d.c.(252,\ 336) = 2\times2\times3\times7 = 84$

2. $m.d.c.(30,\ 48) = 2\times3 = 6$ .Cada grupo poderá ter 6 alunos.

3. $m.d.c.(156,\ 234) = 2\times3\times13 = 78$. O maior comprimento possível para cada retalho é de 78 centímetros.

Página 52

1. (1) $m.m.c.(6,\ 18)=2\times3^2=18$ (2) $m.m.c.(8,\ 20)=2^3\times5=40$

(3) $m.m.c.(14,\ 21)=2\times3\times7=42$ (4) $m.m.c.(15,\ 48)=2^4\times3\times5=240$

(5) $m.m.c.(42,\ 54)=2\times3^3\times7=378$ (6) $m.m.c.(56,\ 63)=2^3\times3^2\times7=504$

(7) $m.m.c.(45,\ 72)=2^3\times3^2\times5=360$ (8) $m.m.c.(49,\ 91)=7^2\times13=637$

(9) $m.m.c.(96,\ 132)=2^5\times3\times11=1056$

2. $m.m.c.(3,\ 6)=2\times3=6$. Após 6 horas a coincidência voltará a ocorrer.

3. $m.m.c.(12,\ 18)=2^2\times3^2=36$. Após 36 horas a coincidência voltará a ocorrer.

Capítulo IV: Fracções

Página 54

(1) $\frac{5}{8}$ (2) $\frac{2}{3}$ (3) $\frac{1}{4}$ (4) $\frac{2}{6}$

(5) $\frac{6}{12}$ (6) $\frac{3}{5}$ (7) $\frac{4}{6}$ (8) $\frac{3}{4}$

Páginas 55 e 56

1. (1) Um meio (2) Dois quintos

(3) Três oitavos (4) Cinco nonos

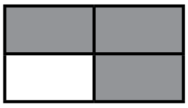
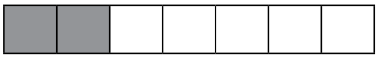
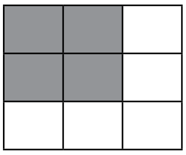
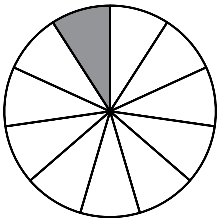
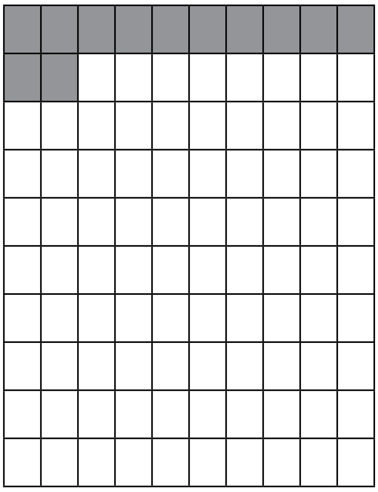
(5) Três décimos (6) Sete quinze avos

(7) Vinte e sete centésimos (8) Duzentos e treze milésimos

2. (1) $\frac{1}{3}$ (2) $\frac{2}{4}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{2}{7}$

(5) $\frac{4}{10}$ (6) $\frac{7}{19}$ (7) $\frac{20}{100}$ (8) $\frac{112}{100}$

(9) $\frac{87}{1000}$

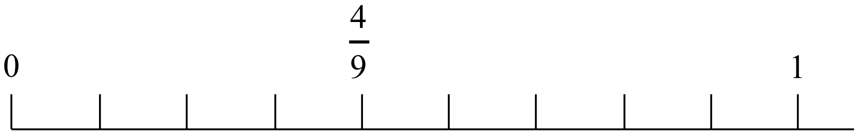
3.	Fracção	Numerador	Denominador	Representação gráfica	Leitura
(1)	$\frac{3}{4}$	3	4		Três quartos
(2)	$\frac{2}{7}$	2	7		Dois sétimos
(3)	$\frac{4}{9}$	4	9		Quatro nonos
(4)	$\frac{5}{10}$	5	10		Cinco décimos
(5)	$\frac{4}{5}$	4	5		Quatro quintos
(6)	$\frac{1}{11}$	1	11		Um onze avos
(7)	$\frac{12}{100}$	12	100		Doze centésimos

Páginas 56 e 57

1. (1) $A=\frac{1}{2}$ (2) $B=\frac{2}{5}$, $C=\frac{3}{5}$ (3) $D=\frac{4}{7}$, $E=\frac{6}{7}$ (4) $F=\frac{1}{8}$, $G=\frac{5}{8}$

2. (1)

(2)



Página 58

1. (1) Própria (2) Imprópria (3) Imprópria (4) Própria
(5) Imprópria

2. (1) $1\frac{1}{3}$ (2) $1\frac{1}{4}$ (3) $1\frac{1}{6}$ (4) $1\frac{1}{2}$ (5) $2\frac{1}{3}$
(6) $2\frac{1}{7}$ (7) $1\frac{4}{8}$ (8) $1\frac{2}{9}$ (9) $3\frac{2}{5}$ (10) $3\frac{5}{7}$

3. (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{6}{5}$ (3) $\frac{9}{5}$ (4) $\frac{10}{3}$ (5) $\frac{11}{4}$
(6) $\frac{22}{6}$ (7) $\frac{33}{7}$ (8) $\frac{43}{8}$ (9) $\frac{55}{9}$ (10) $\frac{71}{10}$

Página 60

1. (1) $\frac{2}{6}, \frac{3}{9}$ (2) $\frac{2}{3}, \frac{4}{6}$ (3) $\frac{2}{8}$ (4) $\frac{3}{4}$

2. (1) $\frac{1}{2}=\frac{2}{4}$ (2) $\frac{2}{6}=\frac{1}{3}$ (3) $\frac{3}{12}=\frac{6}{24}$
(4) $\frac{11}{13}=\frac{66}{78}$ (5) $\frac{1}{4}=\frac{3}{12}=\frac{9}{36}$ (6) $\frac{16}{24}=\frac{4}{6}$
(7) $\frac{12}{72}=\frac{1}{6}$ (8) $\frac{35}{70}=\frac{7}{14}=\frac{1}{2}$ (9) $\frac{2}{5}=\frac{6}{15}=\frac{24}{60}$

Página 61

1. (1) $\frac{1}{2}=\frac{3}{6}$ (2) $\frac{1}{4}=\frac{2}{8}$ (3) $\frac{2}{5}=\frac{8}{20}$
(4) $\frac{7}{3}=\frac{49}{21}$ (5) $\frac{1}{4}=\frac{4}{16}=\frac{16}{64}$ (6) $\frac{3}{8}=\frac{24}{64}$
(7) $\frac{13}{9}=\frac{39}{27}$ (8) $\frac{6}{7}=\frac{12}{14}=\frac{36}{42}$ (9) $\frac{5}{6}=\frac{25}{30}=\frac{125}{150}$

2. (1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{5}{7}$ (5) $\frac{2}{5}$

(6) $\frac{2}{3}$ (7) $\frac{2}{3}$ (8) $\frac{3}{17}$ (9) $\frac{13}{18}$ (10) $\frac{19}{21}$

Página 61

(1) $>$ (2) $>$ (3) $<$ (4) $<$ (5) $>$

Página 62

(1) $<$ (2) $<$ (3) $>$ (4) $>$

(5) $<$ (6) $<$ (7) $>$ (8) $<$

Página 63

1. (1) $<$ (2) $<$ (3) $<$ (4) $>$

(5) $<$ (6) $>$ (7) $<$ (8) $<$

(9) $<$ (10) $<$ (11) $>$ (12) $<$

(13) $>$ (14) $<$ (15) $<$ (16) $=$

2. $\frac{3}{2}$; $\frac{3}{4}$ e $\frac{1}{2}$

3. $\frac{1}{5}$; $\frac{2}{3}$; $\frac{3}{3}$; $1\frac{2}{7}$; $\frac{3}{2}$ e $1\frac{3}{5}$

Página 63

(1) $\frac{6}{3} = 2$ (2) $\frac{7}{2}$ (3) $\frac{2}{5}$ (4) $\frac{4}{3}$

Página 64

1. (1) 1 (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{3}{5}$ (4) $\frac{5}{4}$ (5) 2

(6) $\frac{11}{5}$ (7) $\frac{5}{6}$ (8) $\frac{9}{7}$ (9) $\frac{7}{3}$ (10) $\frac{10}{13}$

(11) $\frac{5}{7}$ (12) $\frac{22}{13}$ (13) $\frac{3}{2}$ (14) $\frac{9}{17}$

2. $\frac{5}{7}$

3. $\dfrac{17}{7}m$

4. $\dfrac{7}{2}kg$

Página 65

1. (1) $\dfrac{14}{5}$ (2) $\dfrac{23}{3}$ (3) $\dfrac{79}{10}$

(4) $\dfrac{79}{9}$ (5) $\dfrac{67}{2}$ (6) $\dfrac{19}{2}$

2. (1) $2\dfrac{4}{5}$ (2) $9\dfrac{5}{7}$ (3) $8\dfrac{7}{8}$

(4) $8\dfrac{7}{9}$ (5) $4\dfrac{1}{7}$ (6) $7\dfrac{2}{3}$

3. (1) $\dfrac{19}{6}$ ou $3\dfrac{1}{6}$ (2) $\dfrac{17}{4}$ ou $4\dfrac{1}{4}$ (3) $\dfrac{26}{5}$ ou $5\dfrac{1}{5}$

(4) 7 (5) $\dfrac{29}{4}$ ou $7\dfrac{1}{4}$ (6) $\dfrac{97}{9}$ ou $10\dfrac{7}{9}$

Página 66

1. (1) $\dfrac{17}{6}$ (2) $\dfrac{10}{21}$ (3) $\dfrac{11}{15}$ (4) $\dfrac{37}{45}$

(5) $\dfrac{3}{2}$ (6) $\dfrac{3}{4}$ (7) $\dfrac{43}{9}$ (8) $\dfrac{41}{12}$

(9) $\dfrac{65}{24}$ (10) $\dfrac{25}{24}$ (11) $\dfrac{59}{8}$ (12) 7

2. $\dfrac{11}{8}kg$

3. $\dfrac{94}{35}m$

Página 67

1. (1) $\dfrac{16}{3}$ (2) $\dfrac{43}{12}$ (3) $\dfrac{49}{20}$

(4) $\frac{321}{70}$ (5) $\frac{45}{8}$ (6) $\frac{47}{10}$

(7) $\frac{85}{12}$ (8) $\frac{173}{18}$ (9) $\frac{229}{24}$

2. (1) $2\frac{7}{10}$ (2) $3\frac{7}{12}$ (3) $4\frac{5}{6}$

(4) $3\frac{1}{4}$ (5) $10\frac{1}{2}$ (6) $8\frac{7}{8}$

(7) $3\frac{11}{12}$ (8) $8\frac{23}{24}$ (9) $8\frac{11}{18}$

3. (1) $\frac{82}{35}$ ou $2\frac{12}{35}$ (2) $\frac{43}{12}$ ou $3\frac{7}{12}$ (3) $\frac{83}{15}$ ou $5\frac{8}{15}$

(4) $\frac{39}{8}$ ou $4\frac{7}{8}$ (5) $\frac{61}{9}$ ou $6\frac{7}{9}$ (6) $\frac{129}{14}$ ou $9\frac{3}{14}$

(7) $\frac{85}{18}$ ou $4\frac{13}{18}$ (8) $\frac{101}{24}$ ou $4\frac{5}{24}$ (9) $\frac{269}{24}$ ou $11\frac{5}{24}$

Páginas 68 e 69

1. (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{1}{2}$ (3) $\frac{2}{7}$ (4) $\frac{1}{3}$

(5) $\frac{5}{19}$ (6) $\frac{5}{21}$ (7) $\frac{1}{7}$ (8) $\frac{2}{9}$

2. $\frac{3}{7}m$

3. (1) $\frac{2}{5}$ (2) 2 (3) $\frac{3}{2}$ (4) $\frac{10}{7}$

(5) $\frac{1}{3}$ (6) $\frac{7}{8}$ (7) $\frac{1}{3}$ (8) $\frac{9}{7}$

4. $\frac{1}{2}kg$

5. $\frac{5}{4}kg$

Páginas 69 e 70

1. (1) 1 (2) $\frac{4}{5}$ (3) $\frac{1}{7}$

(4) $\frac{7}{5}$ (5) $\frac{10}{3}$ (6) $\frac{13}{10}$

(7) $\frac{7}{3}$ (8) $\frac{22}{7}$ (9) $\frac{7}{4}$

2. (1) $\frac{1}{3}$ (2) 1 (3) $1\frac{1}{6}$

(4) $1\frac{2}{5}$ (5) $2\frac{1}{7}$ (6) $2\frac{5}{8}$

(7) $2\frac{1}{3}$ (8) $1\frac{2}{3}$ (9) $1\frac{1}{2}$

3. (1) $\frac{1}{5}$ (2) $\frac{7}{3}$ ou $2\frac{1}{3}$ (3) 1

(4) $\frac{12}{5}$ ou $2\frac{2}{5}$ (5) $\frac{13}{7}$ ou $1\frac{6}{7}$ (6) $\frac{7}{4}$ ou $1\frac{3}{4}$

(7) $\frac{7}{3}$ ou $2\frac{1}{3}$ (8) $\frac{5}{6}$ (9) $\frac{13}{7}$ ou $1\frac{6}{7}$

Páginas 70 e 71

1. (1) $\frac{7}{15}$ (2) $\frac{1}{4}$ (3) $\frac{1}{6}$ (4) $\frac{5}{24}$

(5) $\frac{17}{45}$ (6) $\frac{13}{12}$ (7) $\frac{33}{35}$ (8) $\frac{23}{9}$

(9) $\frac{33}{8}$ (10) $\frac{17}{36}$ (11) $\frac{5}{24}$ (12) $\frac{3}{14}$

2. Sobraram $\frac{1}{8}$ *kg* de pepino.

3. A menina Fátima ficou $\frac{1}{20}$ *m* de fita.

Página 71

1. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{3}{28}$ (3) $\frac{13}{15}$

(4) $\frac{5}{3}$ (5) $\frac{5}{6}$ (6) $\frac{17}{12}$

(7) $\frac{21}{10}$ (8) $\frac{297}{56}$ (9) $\frac{75}{56}$

2. (1) $\frac{5}{6}$ (2) $\frac{1}{20}$ (3) $\frac{5}{12}$

(4) $1\frac{19}{40}$ (5) $1\frac{4}{21}$ (6) $2\frac{17}{24}$

(7) $3\frac{17}{63}$ (8) $1\frac{16}{35}$ (9) $1\frac{11}{63}$

3. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{22}{21}$ (3) $\frac{23}{20}$

(4) $2\frac{7}{15}$ (5) $\frac{1}{35}$ (6) $\frac{109}{56}$

(7) $\frac{13}{6}$ (8) $\frac{13}{12}$ (9) $4\frac{17}{63}$

Página 72

1. (1) $\frac{2}{3}$ (2) $\frac{6}{5}$ (3) $\frac{10}{3}$

(4) $\frac{20}{3}$ (5) $\frac{48}{5}$ (6) $\frac{9}{2}$

(7) 2 (8) $\frac{13}{7}$ (9) $\frac{21}{4}$

2. $4cm^2$

Página 73

1. (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{8}{3}$ (3) $\frac{5}{7}$

(4) $\frac{5}{2}$ (5) $\frac{48}{5}$ (6) $\frac{21}{4}$

(7) $\frac{15}{2}$ (8) $\frac{13}{7}$ (9) $\frac{21}{4}$

2. $9m^2$

Página 74

1. (1) $\frac{1}{6}$ (2) $\frac{1}{10}$ (3) $\frac{1}{5}$

(4) $\frac{6}{77}$ (5) $\frac{5}{56}$ (6) $\frac{3}{8}$

(7) $\frac{25}{8}$ (8) $\frac{51}{20}$ (9) $\frac{91}{10}$

2. $\frac{8}{15}m^2$

Página 75

(1) 2 (2) $\frac{3}{2}$ (3) $\frac{1}{2}$

(4) $\frac{5}{3}$ (5) $\frac{9}{2}$ (6) $\frac{1}{5}$

(7) $\frac{7}{22}$ (8) $\frac{4}{5}$ (9) $\frac{3}{7}$

Página 76

1. (1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{1}{6}$ (3) $\frac{1}{12}$

(4) $\frac{2}{25}$ (5) $\frac{3}{16}$ (6) $\frac{5}{54}$

2. $\frac{1}{4}\ell$

Página 77

1. (1) 4 (2) 12 (3) $\frac{15}{4}$

(4) 5 (5) $\frac{27}{4}$ (6) $\frac{3}{7}$

2. 600 garrafas.

Página 78

1. (1) $\frac{3}{2}$ (2) $\frac{5}{4}$ (3) $\frac{12}{5}$ (4) $\frac{5}{14}$

(5) $\frac{15}{28}$ (6) $\frac{6}{5}$ (7) $\frac{1}{4}$ (8) $\frac{401}{200}$

(9) $\frac{21}{20}$ (10) 3 (11) $\frac{22}{49}$ (12) $\frac{93}{115}$

2. $2\frac{1}{4}$

Capítulo V: Números decimais

Páginas 81 e 82

1. (1) 0,1 (2) 1 (3) 0,01 (4) 10 (5) 10 (6) 0,01

(7) 0,1 (8) 100000 (9) 10 (10) 1000 (11) 10 (12) 10

2. (1) 0,4 (2) 2,3 (3) 5,06 (4) 0,36

(5) 7,002 (6) 4,54 (7) 8,405 (8) 32,308

3. (1) $5\times0,1$ (2) $1\times1+2\times0,1$

(3) $2\times1+3\times0,1+2\times0,01$ (4) $4\times0,1+8\times0,01$

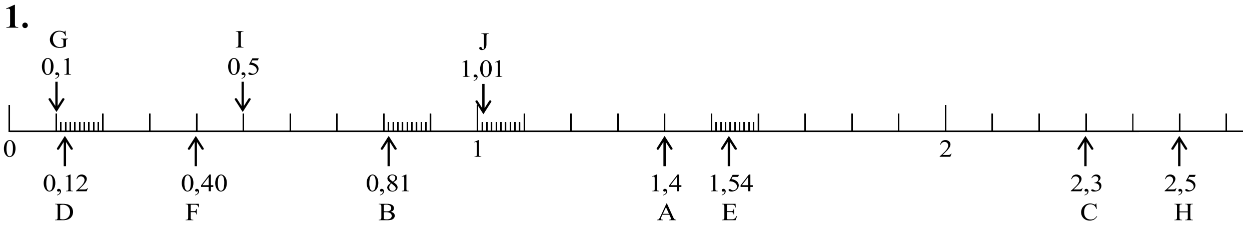
(5) $3\times1+7\times0,001$ (6) $6\times1+1\times0,1+2\times0,01+3\times0,001$

(7) $1\times1+5\times0,01$ (8) $1\times1+8\times0,1+5\times0,001$

(9) $7\times1+4\times0,01+4\times0,001$

Página 84

1.



2. (1) < (2) > (3) > (4) < (5) < (6) <

(7) > (8) < (9) =

3. $0{,}1 < 0{,}42 < 0{,}5 < 1{,}28 < 1{,}3 < 2{,}57 < 2{,}61$

4. $20{,}7 > 2{,}7 > 2{,}07 > 2{,}00 > 0{,}9 > 0{,}207 > 0{,}205$

Página 86

1. (1) $\frac{7}{10}$ (2) $\frac{16}{5}$ (3) $\frac{89}{20}$ (4) $\frac{1}{25}$

(5) $\frac{7}{200}$ (6) $\frac{678}{125}$ (7) $\frac{1023}{1000}$ (8) $\frac{401}{200}$

2. (1) 0,7 (2) 4,7 (3) 0,013 (4) 1,45

(5) 0,4 (6) 0,06 (7) 0,088 (8) 2,025

Páginas 87 e 88

1. (1) 10,5 (2) 7,9 (3) 30,06 (4) 5,74

(5) 5,825 (6) 11,685 (7) 8,589 (8) 7,399

(9) 112,21 (10) 65,32 (11) 164,255 (12) 58,315

2. (1) $40{,}5 > 39{,}2 > 24{,}5 > 18{,}57$

(2) O IFP de Chongoene colheu 122,77*kg* de castanha.

3. (1) A família que produziu mais toneladas do milho foi a família Nhalungo.

(2) A produção total obtidas pelas cinco famílias foi de 15,05 toneladas de milho.

(3) A produção total obtidas pelas famílias Mabasso, Laitela e Nhalungo foi de 9,71*t*.

Página 89

1. (1) 3,6 (2) 1,4 (3) 0,38 (4) 1,95

(5) 4,683 (6) 6,803 (7) 3,074 (8) 4,909

(9) 5,46 (10) 2,144 (11) 2,708 (12) 5,643

2. No terceiro internato serão entregue 3,9 toneladas de arroz.

Página 91

1. (1) 0,12 (2) 2,72 (3) 2,76 (4) 11,5

(5) 3,69 (6) 16,15 (7) 4,03 (8) 10,9504

2. (1) 45,83 (2) 4283 (3) 0,34 (4) 0,1875

(5) 0,04 (6) 0,001 (7) 0,475 (8) 0,2545

3. 1,68*kg*

4. 334,926cm^2

5. 29,16cm^2

Página 94

1. (1) 2,9 (2) 3,6 (3) 3,2
(4) 11 (5) 63 (6) 343
(7) 62 (8) 380 (9) 360

2. (1) 21,4 (2) 214,6 (3) 3426
(4) 0,124 (5) 0,579 (6) 6,42

Página 94

Problemas
(1) 6,85*cm* (2) 2,62*m* (3) 191,8MT (4) 17 caixas

Capítulo VI: Razões e proporções

Página 95

(1) 1 : 2 (2) 3 : 2 (3) 4 : 1
(4) 24 : 12 (5) 2 : 12 (6) 22 : 120
(7) 1 : 1 (8) 15 : 18 (9) 8 : 32

Páginas 95 e 96

(1) $\frac{1}{2}$ (2) $\frac{1}{5}$ (3) 2 (4) $\frac{3}{7}$

(5) $\frac{2}{3}$ (6) $\frac{8}{5}$ (7) $\frac{3}{2}$ (8) $\frac{4}{15}$

(9) $\frac{5}{8}$ (10) $\frac{5}{28}$ (11) 4 (12) $\frac{14}{5}$

Página 97

1. (1) 1 : 2 (2) 2 : 5 (3) 2 : 3
(4) 1 : 3 (5) 8 : 1 (6) 5 : 6
(7) 5 : 9 (8) 40 : 1 (9) 5 : 8

2. (1) 1 : 2 (2) 2 : 3 (3) 3 : 4
(4) 4 : 3 (5) 1 : 9 (6) 34 : 51
(7) 16 : 1 (8) 1 : 300 (9) 3 : 1

Página 98

1. Para que a razão seja de 3 : 2, a Érica receberá 1,5*m* e a irmã receberá 1*m*.

2. O Diamantino contribuiu por 24MT e o seu irmão por 30MT.

Página 100

1. (1) 4 (2) 4 (3) 2
(4) 20 (5) 13 (6) 36
(7) 5 (8) 1 (9) 1,8

2. Para usar 150*g* de farinha precisará 60*g* de açúcar.

3. (1) O campo terá 20*m* de comprimento.
(2) O campo terá 9*m* de largura.

4. (1) A razão do sumo concentrado para a água é de 1 : 7.
(2) Para diluir 5ℓ de sumo concentrado são necessários 35ℓ de água.
(3) Para fazer-se 40ℓ de sumo pronto a tomar são necessários 5ℓ de sumo concentrado.

Páginas 102 e 103

1. A escala usada entre o tamanho do desenho e o tamanho real é de 1 : 50.

2. A distância real entre as duas localidades é de 80*m*.

3. As dimensões reais do canteiro são 40*m* por 90*m*.

4. As medidas da machamba no desenho são 3*cm* de comprimento e 2*cm* de largura.

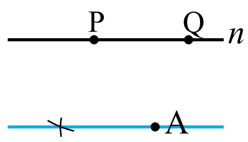
5. As dimensões da planta da casa em projecção são 10*cm* de comprimento e 7*cm* de largura.

6. (1) A escala do modelo é de 1 : 150.
(2) A altura real do autocarro é 3,6*m*.
(3) A largura do modelo é de 1,6*cm*.

Capítulo VII - Espaço e Forma

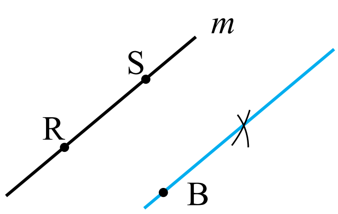
Página 107

1. (1)



Marca-se os pontos P e Q na recta *n*.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância QA. Com a ponta seca do compasso no ponto P, traça-se um arco no outro lado do ponto A.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância QP. Coloca-se o compasso em A, traça-se um arco de modo que ambos arcos se cruzem, traça-se uma recta que passa por A e pelo cruzamento dos arcos.
A recta traçada é paralela à recta *n*.

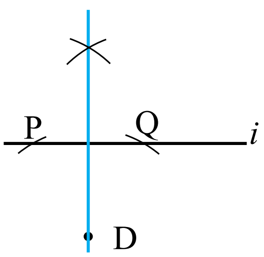
(2)



Marca-se os pontos R e S na recta *m*.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância RB. Coloca-se o compasso em S, Traça-se um arco no outro lado do ponto B.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância RS. Coloca-se o compasso em B, traça-se um arco de modo que ambos arcos se cruzem, traça-se uma recta que passa por B e pelo cruzamento dos arcos.
A recta traçada é paralela à recta *m*.

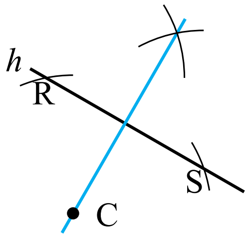
Página 110

1. (1)



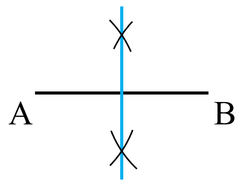
Coloca-se o compasso no ponto D.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância maior que a distância do ponto D à recta *i* e traça-se arcos ao longo da recta *i*. Nomeia-se os pontos P e Q.
Coloca-se o compasso em P.
Marca-se um arco no outro lado da recta *i*. Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o procedimento a partir do ponto Q de modo que os dois arcos se cruzem, traça-se uma recta a partir do ponto D para o cruzamento dos arcos.
A recta traçada é perpendicular à recta *i*.

(2)



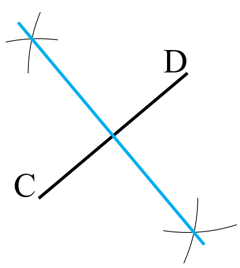
Coloca-se o compasso no ponto C.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a distância maior que a distância para a linha dada. Sem mudar a abertura do compasso, traça-se arcos ao longo da recta *h*, em cada lado de C. Nomeia-se os pontos R e S.
Coloca-se o compasso em R.
Marca-se um arco no outro lado da recta.Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o procedimento a partir do ponto S de modo que ambos arcos se cruzem, Traça-se uma recta a partir de C para o cruzamento dos arcos.
A recta traçada é perpendicular à recta *h*.

2. (1)



Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto A.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do segmento de recta [AB].
Com a mesma abertura do compasso, traça-se um arco para cada lado do segmento [AB].
Ainda com a mesma abertura do compasso, coloca-se a ponta seca do compasso no ponto B, repete-se o procedimento anterior de modo que os dois arcos se cruzem, traça-se uma recta que passa pelos pontos de cruzamento dos arcos obtendo assim a mediatriz.

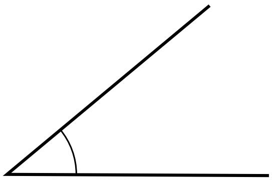
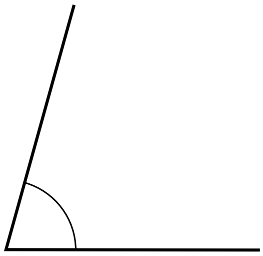
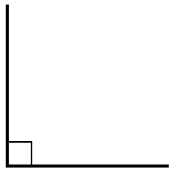
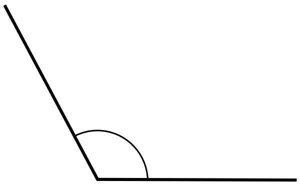
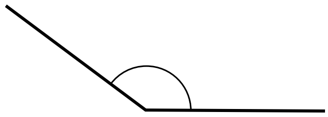
(2)

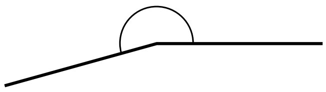
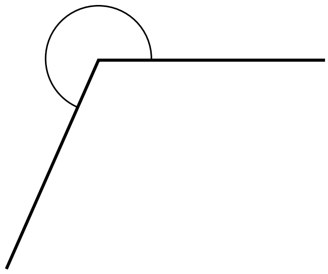
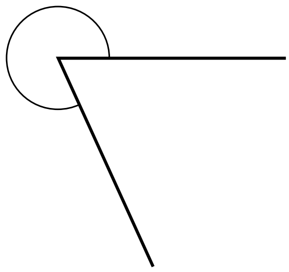
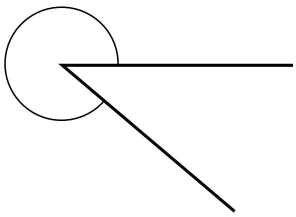


Coloca-se a ponta seca do compasso no ponto C.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do segmento de recta [CD].
Com a mesma abertura do compasso, traça-se um arco para cada lado do segmento [CD].
Ainda com a mesma abertura do compasso, coloca-se a ponta seca do compasso no ponto D, repete-se o procedimento anterior de modo que os dois arcos se cruzem.
Traça-se uma recta que passa pelos pontos de cruzamento dos arcos obtendo assim a mediatriz.

Página 113

1. (1) 55º (2) 45º (3) 110º (4) 65º (5) 30º
(6) 135º (7) 120º (8) 245º (9) 290º (10) 135º

2. (1)

(2)

(3)

(4)

(5)

(6)

(7)

(8)

(9)

(10)


Página 115

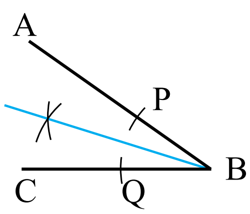
1. $\angle a=30^\circ$, $\angle b=110^\circ$, $\angle c=30^\circ$, $\angle d=40^\circ$

2.

Ângulos correspondentes	$\angle a$ e $\angle f$, $\angle b$ e $\angle g$, $\angle c$ e $\angle h$, $\angle d$ e $\angle e$
Ângulos alternos internos	$\angle b$ e $\angle e$, $\angle c$ e $\angle f$
Ângulos alternos externos	$\angle a$ e $\angle h$, $\angle d$ e $\angle g$
Ângulos verticalmente opostos	$\angle a$ e $\angle c$, $\angle b$ e $\angle d$, $\angle e$ e $\angle g$, $\angle f$ e $\angle h$

3. $\angle b=115^\circ$, $\angle c=65^\circ$, $\angle d=115^\circ$, $\angle e=65^\circ$, $\angle f=115^\circ$, $\angle g=65^\circ$, $\angle h=115^\circ$

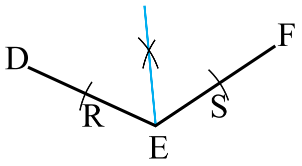
Página 116

(1)


Coloca-se o compasso no vértice B do ângulo e traça-se um arco que passa por cada lado do ângulo em dois pontos diferentes. Nomeia-se os pontos P e Q.
Coloca-se o compasso no ponto P e traça-se um arco na região entre os lados do ângulo.

Sem mudar a abertura do compasso, coloca-se o compasso no ponto Q e traça-se um arco de modo que os dois arcos se cruzem.
Traça-se uma recta a partir de B para o cruzamento dos arcos.
A semi-recta traçada é a bissectriz do ângulo dado.

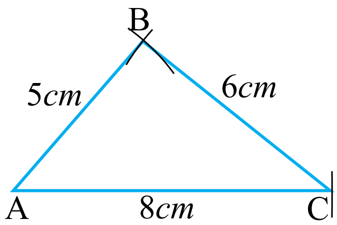
(2)



Coloca-se o compasso no vértice E do ângulo e traça-se um arco que passa por cada lado do ângulo em dois pontos diferentes. Nomeia-se os pontos R e S.
Coloca-se o compasso no ponto R e traça-se um arco na região entre os lados do ângulo.
Sem mudar a abertura do compasso, coloca-se o compasso no ponto S e traça-se um arco de modo que os dois arcos se cruzem.
Traça-se uma recta a partir de E para o cruzamento dos arcos.
A semi-recta traçada é a bissectriz do ângulo dado

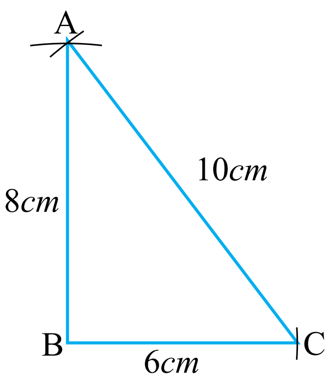
Página 118

1. (1)



Marca-se o ponto A.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 8*cm*.
Coloca-se o compasso no ponto A e traça-se um arco.
Traça-se o segmento de recta [AC].
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 6cm.
Coloca-se o compasso em C e traça-se um arco.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 5cm.
Coloca-se o compasso em A e traça-se um arco que intersecta o primeiro arco. Na intersecção dos arcos marca-se o ponto B.
Traça-se os lados [AB] e [BC], obtendo assim o triângulo [ABC].

(2)

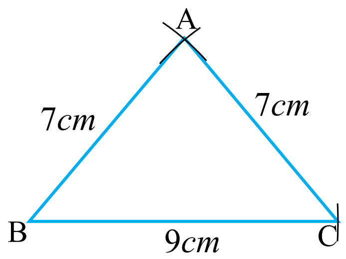


Marca-se o ponto B.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 6*cm*.
Coloca-se o compasso no ponto B e traça-se um arco.
Traça-se o segmento de recta [BC].
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 10cm.
Coloca-se o compasso em C e traça-se um arco.
Faz-se a abertura do compasso corresponder a 8cm.

Coloca-se o compasso em B e traça-se um arco que intersecta o primeiro arco. Na intersecção dos arcos marca-se o ponto A.

Traça-se os lados [AB] e [AC], obtendo assim o triângulo ABC.

(3)



Marca-se um ponto B.

Faz-se a abertura do compasso corresponder a 9*cm*.

Coloca-se o compasso no ponto B e traça-se um arco.

Traça-se o segmento de recta [BC].

Faz-se a abertura do compasso corresponder a 7cm.

Coloca-se o compasso em C e traça-se um arco

Faz-se a abertura do compasso corresponder a 7cm.

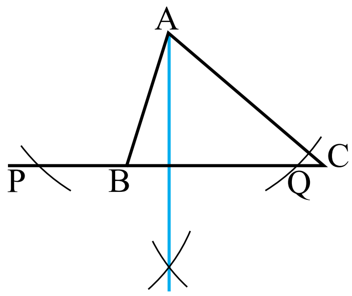
Coloca-se o compasso em B e traça-se um arco que intersecta o primeiro arco. Na intersecção dos arcos marca-se o ponto A. Traça-se os lados [AB] e [AC], obtendo assim o triângulo [ABC].

(4) --------

Não é possível construir o triângulo, pois, $\overline{AC} > \overline{AB} + \overline{BC}$.

Página 119

(1)



Prolonga-se o lado [BC].

Coloca-se o compasso no ponto A, faz-se a abertura do compasso corresponder a distância maior que a distância do ponto A ao lado [BC] e traça-se arcos ao longo do prolongamento do lado [BC].

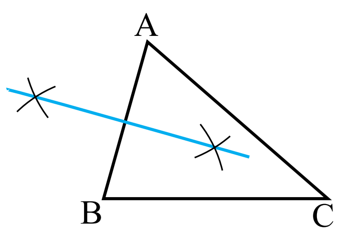
Nomeia-se os pontos P e Q.

Coloca-se o compasso em P. Traça-se um arco no lado oposto ao ponto A em relação ao lado [BC], sem mudar a abertura do compasso, repete-se o processo a partir do ponto Q de modo que os arcos se intersectem.

Traça-se uma recta a partir do ponto A que passa pela intersecção dos arcos, a qual é perpendicular ao lado [BC].

A recta traçada é altura do triângulo [ABC] em relação o lado [BC].

(2)

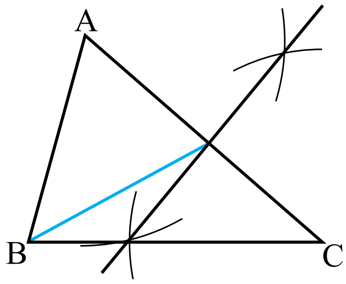


Coloca-se o compasso em A, faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do lado [AB] e traça-se um arco em cada lado de [AB].

Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o processo a partir do ponto B de modo que os arcos se intersectem.

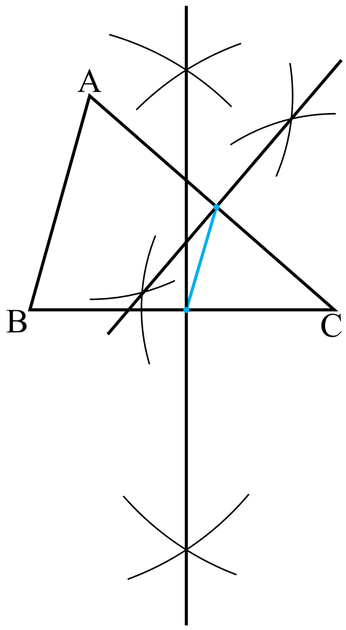
Traça-se uma recta que passa pela intersecção dos arcos a qual divide o lado [AB] em dois segmentos iguais.
A recta traçada é mediatriz do triângulo [ABC] em relação o lado [AB].

(3)



(É necessário encontrar o ponto médio do lado [AC].)
Coloca-se o compasso em A, faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do lado [AC] e traça-se um arco em cada lado de [AC].
Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o processo a partir do ponto C de modo que os arcos se intersectem.
Traça-se uma recta que passa pela intersecção dos arcos a qual divide o lado [AC] em dois segmentos iguais.
Traça-se uma recta a partir de B para o ponto médio [AC].
A recta que parte do ponto B para o ponto médio do lado [AC] é a mediana.

(4)



(É necessário encontrar os pontos médios de [AC] e [BC]).
Coloca-se o compasso em A, faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do lado [AC] e traça-se um arco em cada lado de [AC].
Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o processo a partir do ponto C de modo que os arcos se intersectem.
Traça-se uma recta que passa pela intersecção dos arcos a qual divide o lado [AC] em dois segmentos iguais.
Coloca-se o compasso em B, faz-se a abertura do compasso corresponder a mais do que a metade do comprimento do lado [BC] e traça-se um arco em cada lado de [BC].
Sem mudar a abertura do compasso, repete-se o processo a partir do ponto C de modo que os arcos se intersectem.
Traça-se uma recta que passa pela intersecção dos arcos a qual divide o lado [BC] em dois segmentos iguais.
Traça-se uma recta que une os pontos médios dos lados [AC] e [BC].
A recta traçada é linha média do triângulo [ABC] em relação aos lados [AC] e [BC].

Página 120

(1) $\angle a=75^{\circ}$ (2) $\angle b=80^{\circ}$ (3) $\angle c=30^{\circ}$ (4) $\angle d=50^{\circ}$

Páginas 121 e 122

1. (1) Triângulo equilátero: A (2) Triângulo isósceles: C, D e F

(3) Triângulo escaleno: B e E

2. (1) Triângulo equilátero: D (2) Triângulo isósceles: A, B e F

(3) Triângulo escaleno: C e E

3. (1) Triângulo acutângulo: A e D (2) Triângulo rectângulo: C e F

(3) Triângulo obtusângulo: B e E

Página 124

1. (1) $\angle STU=70^{\circ}$ (2) $\angle SUT=70^{\circ}$

2. (1) $\angle JHI=40^{\circ}$ (2) $\angle HJI=100^{\circ}$

3. (1) $\angle QPR=25^{\circ}$ (2) $\angle QRO=50^{\circ}$

4. (1) $\angle ABC=75^{\circ}$ (2) $\angle ACD=105^{\circ}$

Página 125

(1) $\angle a=90^{\circ}$ (2) $\angle b=55^{\circ}$

Página 126

1. (1) Rectângulo (2) Paralelogramo (3) Trapézio (4) Losângo

(5) Trapézio (6) Rectângulo (7) Quadrado (8) Paralelogramo

(9) Losângo

2. (1) e (3) Paralelogramo é um quadrilátero em que dois pares de lados opostos são paralelos.

(2) e (8) Rectângulo é um quadrilátero cujos quatro ângulos são iguais (cada ângulo mede 90°).

(4) Quadrado é um quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento e quatro ângulos iguais (cada ângulo mede 90º).

(5) e (9) Trapézio é um quadrilátero em que um par de lados opostos é paralelo.

(6) e (7) Losango é um quadrilátero cujos quatro lados têm o mesmo comprimento.

Página 128

1. (1) $4cm$ (2) $3cm$ (3) $\angle A = 105^\circ$ (4) $\angle B = 75^\circ$

2. (1) $3cm$ (2) $3cm$ (3) $3cm$ (4) $\angle C = 60^\circ$ (5) $\angle D = 120^\circ$

3. (1) $5,4cm$ (2) $2,5cm$ (3) $\angle A = 90^\circ$ (4) $\angle B = 90^\circ$ (5) $\angle C = 90^\circ$
(6) $\angle D = 90^\circ$

4. (1) $3,5cm$ (2) $3,5cm$ (3) $3,5cm$ (4) $\angle A = 90^\circ$ (5) $\angle B = 90^\circ$
(6) $\angle C = 90^\circ$ (7) $\angle D = 90^\circ$

Página 130

1. (1) Soma = 540º
Cada ângulo = 108º
(2) Soma = 720º
Cada ângulo = 120º
(3) Soma = 900º
Cada ângulo = 128,6º
(4) Soma = 1080º
Cada ângulo = 135º
(5) Soma = 1440º
Cada ângulo = 144º
(6) Soma = 1800º
Cada ângulo = 150º

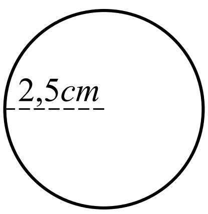
2. (1) $\angle a = 100^\circ$ (2) $\angle b = 110^\circ$ (3) $\angle c = 130^\circ$ (4) $\angle d = 135^\circ$

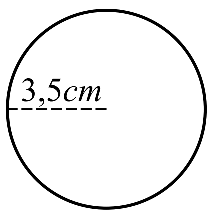
Página 131

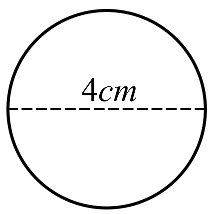
1. (1) raio = $3cm$
diâmetro = $6cm$
(2) raio = $7m$
diâmetro = $14m$
(3) raio = $7mm$
diâmetro = $14mm$
(4) raio = $2cm$
diâmetro = $4cm$
(5) raio = $8mm$
diâmetro = $16mm$
(6) raio = $9,5m$
diâmetro = $19m$

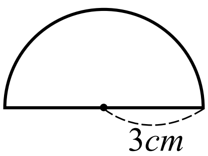
Páginas 132 e 133

1. (1) $207,24dm$ (2) $43,96cm$ (3) $1431,84mm$

2. (1)


(2)


(3)


3. (1)


Página 134

(1) Cone (2) Cilindro (3) Esfera

(4) Prisma rectangular (5) Prisma triangular (6) Pirâmide quadrangular

Páginas 136 e 137

(1) E (2) B (3) A (4) J (5) K (6) D (7) G (8) F

Capítulo VIII - Grandezas e medidas

Páginas 140 e 141

(1) $4cm$ (2) $6cm$ $5mm$ ou $6{,}5cm$ (3) $9cm$ $3mm$ ou $9{,}3cm$

(4) $0{,}8cm$ ou $8mm$ (5) $13cm$ $4mm$ ou $13{,}4cm$

Página 142

(1) $390m$ (2) $8050m$ (3) $2{,}309m$ (4) $7100cm$

(5) $47{,}7cm$ (6) $5600cm$ (7) $1{,}8km$ (8) $0{,}123km$

(9) $5{,}1cm$

Página 144

(1) $250g$ (2) $6055g$ (3) $2{,}519g$ (4) $7000mg$

(5) $550mg$ (6) $0{,}056kg$ (7) $11{,}8kg$ (8) $2{,}099kg$

(9) $36000kg$ (10) $6{,}5t$ (11) $12600kg$ (12) $85t$

Página 148

(1) $7{,}5cm$ (2) $10cm$ (3) $12cm$

Página 147

(1) $17{,}4m^2$ (2) $27{,}04m^2$ (3) $8{,}05m^2$

Página 148

(1) $144cm^2$ (2) $36cm^2$ (3) $15cm^2$

Página 149

(1) $10cm^2$ (2) $28cm^2$ (3) $20cm^2$

Página 150

(1) $54cm^2$ (2) $72cm^2$ (3) $52cm^2$

Página 151

(1) $16cm^2$ (2) $9cm^2$ (3) $18cm^2$ (4) $66{,}3m^2$

Página 152

(1) $28{,}26cm^2$ (2) $12{,}56cm^2$ (3) $113{,}04cm^2$ (4) $63{,}585cm^2$

Página 156

1. (1) $600000m^2$ (2) $25m^2$ (3) $3{,}1m^2$ (4) $0{,}70428m^2$

2. (1) $90000cm^2$ (2) $760000cm^2$ (3) $1{,}23cm^2$ (4) $504{,}38cm^2$

Página 157

(1) $3500a$ (2) $0{,}6737ha$ (3) $39{,}25a$ (4) $2140{,}7ca$

Página 158

(1) $0{,}08hm^2$ (2) $1500m^2$ (3) $27a$ (4) $873{,}1ha$

(5) $0{,}094724km^2$ (6) $7365ca$

Páginas 161 e 162

(1) $96cm^2$ (2) $120m^2$ (3) $1256cm^2$ (4) $200{,}96cm^2$

(5) $150{,}72m^2$ (6) $1140cm^2$ (7) $351{,}68cm^2$ (8) $113{,}04m^2$

(9) $192cm^2$ (10) $122{,}46m^2$

Página 163

(1) $112cm^3$ (2) $125cm^3$ (3) $225cm^3$

Página 164

(1) $225cm^3$ (2) $125{,}6m^3$ (3) $72m^3$ (4) $502{,}4cm^3$

(5) $150m^3$ (6) $960cm^3$

Página 166

(1) $72cm^3$ (2) $32m^3$ (3) $94{,}2m^3$ (4) $147cm^3$

(5) $140m^3$ (6) $251{,}2cm^3$ (7) $523{,}3cm^3$ (8) $113{,}04m^3$

Página 169

1. (1) $500000000m^3$ (2) $10250m^3$ (3) $0{,}0321m^3$ (4) $0{,}0070428m^3$

2. (1) $7000000cm^3$ (2) $360000000cm^3$ (3) $0{,}603cm^3$ (4) $5043{,}8cm^3$

Página 171

(1) $6000m\ell$ (2) $80d\ell$ (3) 2300ℓ (4) $0{,}078\ell$

(5) $0{,}482k\ell$ (6) $920m\ell$

Página 172

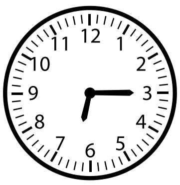
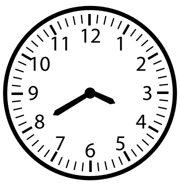
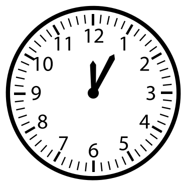
1. (1) 13090ℓ (2) $0{,}057\ell$ (3) 4029000ℓ

2. (1) $62{,}5dm^3$ (2) $70m^3$ (3) $31700cm^3$

Página 173

1. (1) 10h30min (2) 6h45min (3) 1h55min (4) 9h30min

2. (1) 17h30min (2) 16h15min (3) 19h40min (4) 14h50min

3. (1)  (2)  (3)  (4) 

Páginas 174 e 175

1. (1) 240min (2) 720min (3) 420min (4) 2h

(5) 9h (6) 12h (7) 180s (8) 540s

(9) 720s (10) 4min (11) 16min (12) 11min

2. (1) 446min (2) 802min (3) 3h12min (4) 4h18min

(5) 530s (6) 574s (7) 2min47s (8) 7min24s

Página 176

(1) 3h57min (2) 9h25min (3) 6h32min (4) 8h24min

(5) 5h24min (6) 2h45min (7) 2h13min (8) 11h37min

Páginas 177 e 178

1. ...12 meses...365 dias... Janeiro, Fevereiro, Março, Abril, Maio, Junho, Julho, Agosto, Setembro, Outubro, Novembro e Dezembro.

2. ...30 dias...31 dias.

3. ...28 dias...29 dias.

4. ...7 dias... Domingo, Segunda- feira, Terça- feira, Quarta- feira, Quinta- feira, Sexta- feira e Sábado.

Capítulo IX - Percentagem

Página 180

1. (1) 56% (2) 69% (3) 54% (4) 50,3% (5) 30%
(6) 7% (7) 0,4% (8) 0,02% (9) 3,3%

2. (1) 0,23 (2) 0,95 (3) 0,08 (4) 0,01 (5) 0,078
(6) 0,407 (7) 0,006 (8) 0,0074 (9) 0,056

3. (1) 46% (2) 30% (3) 85% (4) 17,5% (5) 62%
(6) 50% (7) 25% (8) 80% (9) 0,5% (10) 12%
(11) 9,6% (12) 27%

4. (1) $\frac{3}{25}$ (2) $\frac{7}{25}$ (3) $\frac{63}{100}$ (4) $\frac{9}{10}$ (5) 1
(6) $\frac{1}{25}$ (7) $\frac{38}{125}$ (8) $\frac{109}{200}$ (9) $\frac{39}{500}$

Página 181

(1) 50% (2) 60% (3) 80% (4) 25%
(5) 75% (6) 70% (7) 36% (8) 48%
(9) 74% (10) 48% (11) 20% (12) 71,3%

Página 182

1. (1) 12,5kg (2) 56kg (3) 2,7kg (4) 4,8m
(5) 0,5ℓ (6) 0,75ℓ (7) 1km (8) 21km

(9) $850km$ (10) $0{,}0075m$ (11) $0{,}03m$ (12) 10.125ℓ

2. (1) 2min (2) 7min (3) 27min (4) 15min
(5) 1min (6) 6min (7) 9min (8) 180min
(9) 450min (10) 216min (11) 1152min (12) 1368min

Página 183

1. (1) Aumento de 300% (2) Diminuição de 15% (3) Aumento de 33,3%
(4) Diminuição de 80% (5) Diminuição de 50% (6) Aumento de 66,6%
(7) Aumento de 400% (8) Aumento de 700% (9) Diminuição de 10%
(10) Diminuição de 52% (11) Aumento de 400% (12) Aumento de 700%

2. (1) 4,40 MT (2) 94,50 MT (3) 9 MT (4) 27 MT
(5) 6,40 MT (6) 30 MT (7) 9,75 MT (8) 84,42 MT
(9) 96 MT (10) 72 MT (11) 132 MT (12) 124,50 MT

Páginas 184 e 185

1. (1) 10% (2) 20% (3) 12,5% (4) 25%
(5) 20% (6) 24% (7) 25% (8) 20%
(9) 5% (10) 10% (11) 5% (12) 40%

2. (1) L = 4 MT e Pv = 44 MT (2) L = 7,5 MT e Pv = 57,5 MT
(3) L = 16 MT e Pv = 96 MT (4) L = 25 MT e Pv = 125 MT
(5) L = 36 MT e Pv = 156 MT (6) L = 49 MT e Pv = 189 MT
(7) L = 64 MT e Pv = 224 MT (8) L = 144 MT e Pv = 324 MT
(9) L = 10 MT e Pv = 210 MT (10) L = 800 MT e Pv = 4800 MT
(11) L = 30 MT e Pv = 530 MT (12) L = 10000 MT e Pv = 35000 MT

Página 186

1. (1) 5% (2) 6% (3) 2% (4) 1,5%
(5) 2,5% (6) 0,25% (7) 3% (8) 0,2%
(9) 5% (10) 2% (11) 3% (12) 4%

2. (1) Prej = 10 MT e Pv = 490 MT (2) Prej = 24 MT e Pv = 776 MT
(3) Prej = 62,50 MT e Pv = 1187,50 MT (4) Prej = 48 MT e Pv = 352 MT
(5) Prej = 304 MT e Pv = 7296 MT (6) Prej = 270 MT e Pv = 630 MT

(7) Prej = 900 MT e Pv = 14100 MT

(8) Prej = 1400 MT e Pv = 18600 MT

(9) Prej = 480 MT e Pv = 5520 MT

(10) Prej = 200 MT e Pv = 7800 MT

(11) Prej = 437,50 MT e Pv = 12062,50 MT

(12) Prej = 135 MT e Pv = 2865 MT

Página 187

1. (1) 5% (2) 4% (3) 5% (4) 2,5%

(5) 10% (6) 5% (7) 15% (8) 8%

(9) 7% (10) 9% (11) 11% (12) 15%

2. (1) Desc = 5 MT e Pv = 495 MT

(2) Desc = 40 MT e Pv = 760 MT

(3) Desc = 480 MT e Pv = 7520 MT

(4) L = 63 MT e Pv = 837 MT

(5) Desc = 50 MT e Pv = 450 MT

(6) Desc = 900 MT e Pv = 5100 MT

(7) Desc = 800 MT e Pv = 3200 MT

(8) Desc = 105 MT e Pv = 6895 MT

(9) Desc = 200 MT e Pv = 7800 MT

(10) Desc = 31,50 MT e Pv = 868,50 MT

(11) Desc = 180 MT e Pv = 3820 MT

(12) Desc = 427,50 MT e Pv = 4072,50 MT

Páginas 189 e 190

1.

	Juro simples		
Após	Capital	Juro (mensal)	Montante final
1 mês	10000 MT	400 MT	10400 MT
2 mês	10000 MT	400 MT	10800 MT
3 mês	10000 MT	400 MT	11200 MT
4 mês	10000 MT	400 MT	11600 MT
5 mês	10000 MT	400 MT	12000 MT
6 mês	10000 MT	400 MT	12400 MT

O valor do montante após 6 meses de aplicação é de 12400 MT.

2.

	Juro composto		
Após	Capital	Juro (anual)	Montante final
1 ano	50000 MT	2500 MT	52500 MT
2 anos	52500 MT	2625 MT	55125 MT
3 anos	55125 MT	2756,25 MT	57881,25 MT

Ao fim de 3 de anos, o senhor Calado terá 57881,25 MT no banco.

3. (1)

	Juro simples		
Após	Capital	Juro (anual)	Montante final
1 ano	30000 MT	1500 MT	31500 MT
2 anos	30000 MT	1500 MT	33000 MT
3 anos	30000 MT	1500 MT	34500 MT

(1) Juro simples: 1500 MT

(2) Montante final: 34500 MT

3. (2)

	Juro composto		
Após	Capital	Juro (anual)	Montante final
1 ano	30000 MT	1500 MT	31500 MT
2 anos	31500 MT	1575 MT	33075 MT
3 anos	33075 MT	1653,75 MT	34728,75 MT

(1) Juro composto: 1653,75 MT

(2) Montante final: 34728,75 MT

Capítulo X - Correspondência

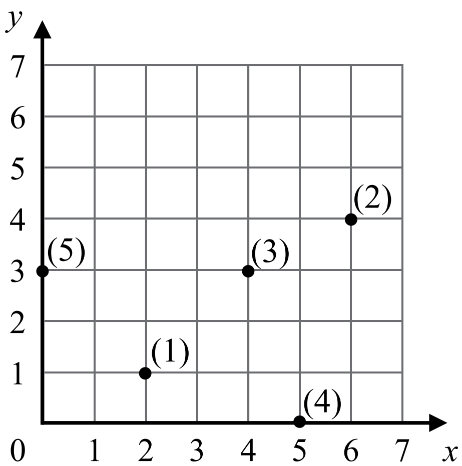
Página 191

Quantidade de doces	1	2	3	4	5
Custo de doces	2	4	6	8	10

Página 192

1. A (1, 2) B (4, 6) C (5, 1) D (7, 3)

2.



Páginas 194 e 195

1. (1)

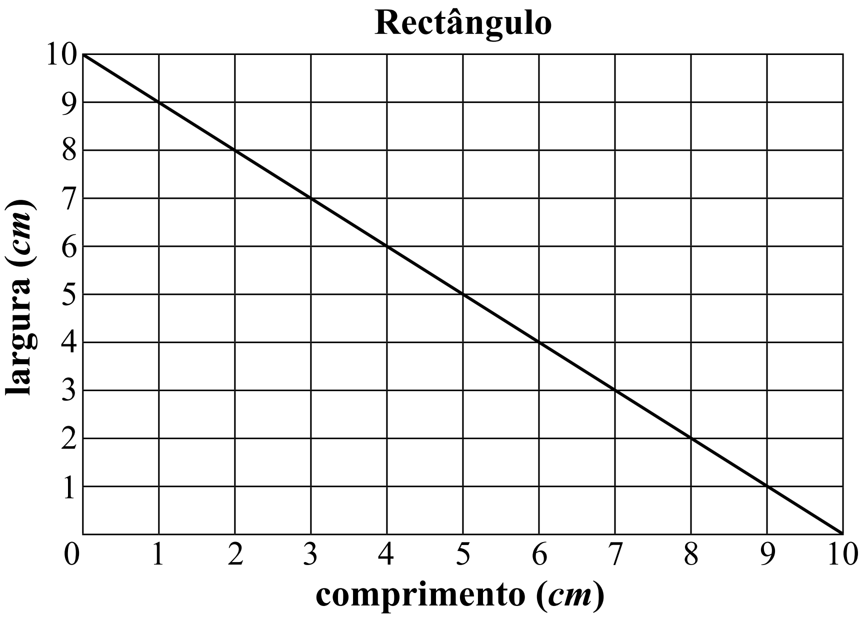
Pág. lidas (x)	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Pág. não lidas (y)	10	9	8	7	6	5	4	3	2	1	0

(2) $x + y = 10$

2. (1) $2x + 2y = 10 \Leftrightarrow x + y = 10$

(2) 4,5m

(3)



Página 196

1. (1)

Jorge (x)	0	5	10	15	20
Pai do Jorge (y)	24	29	34	39	44

(2) $y - x = 24$ ou $y = x + 24$

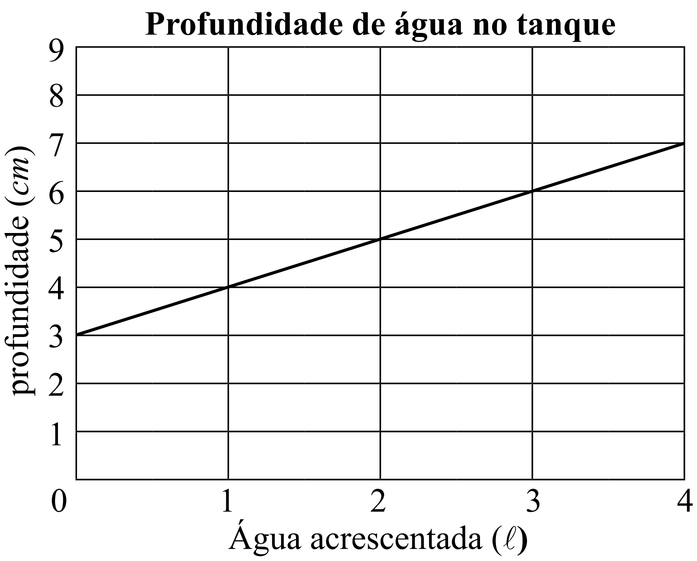
(3) 32 anos

2. (1) $y - x = 3$ ou $y = x + 3$

(2) $y = 10cm$

(3) 13ℓ

(4)

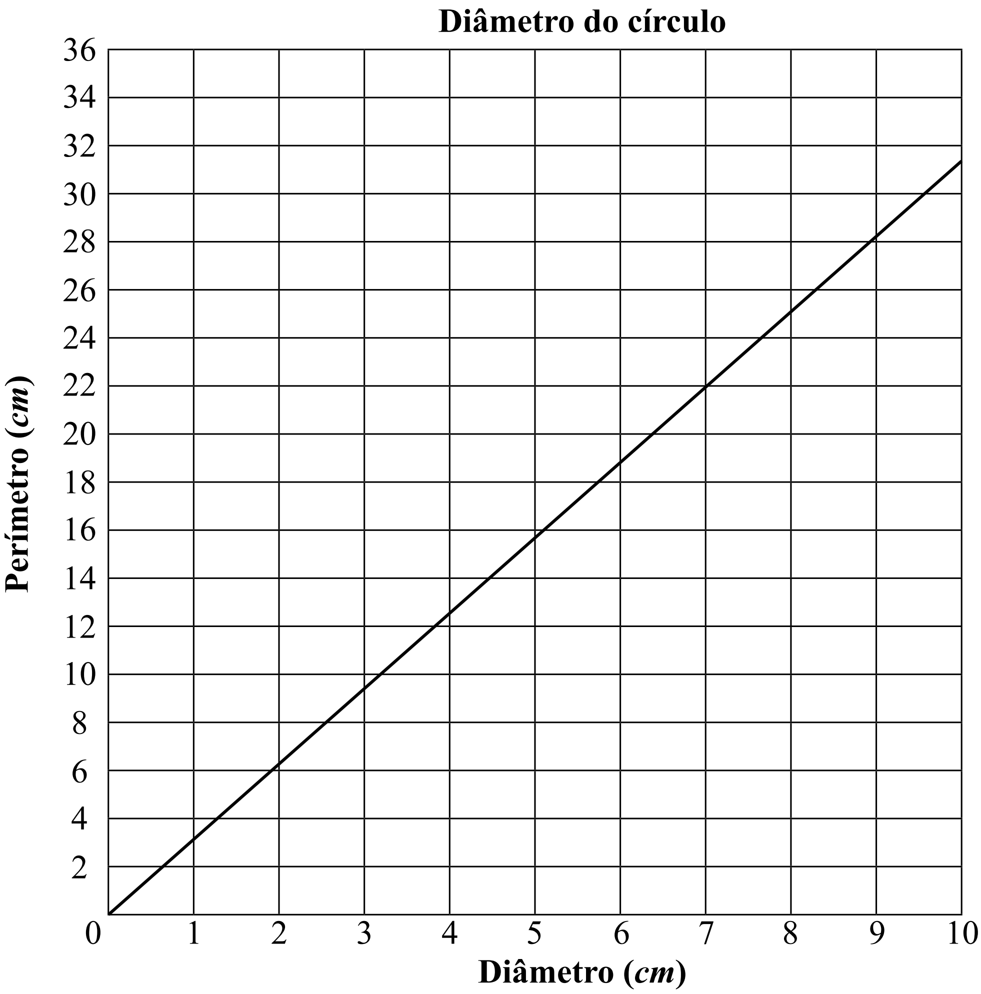


Páginas 197 e 198

1. (1) Proporcionalidade directa

(2) Perímetro = 3,14 × Diâmetro

(3)



2. (1) $a=22$ $b=44$ $c=55$

(2) $\text{Distância} = 22 \times \text{Tempo}$

(3) O ciclista leva 5 horas.

(4) O ciclista em 6 horas percorre 132*km*.

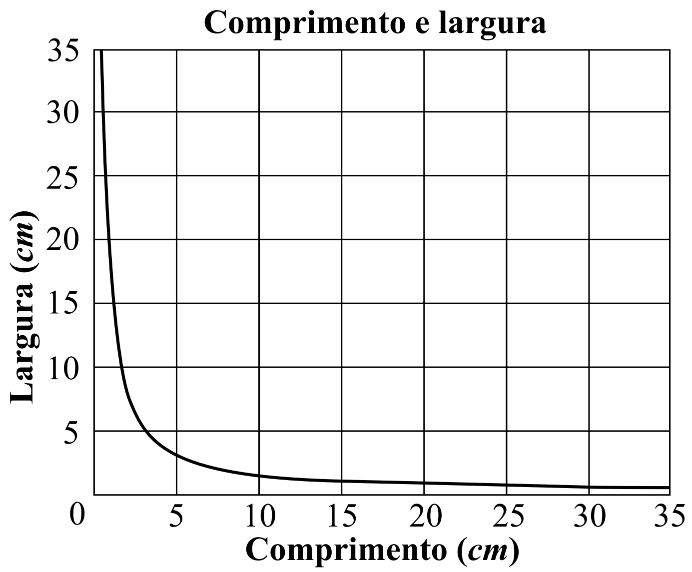
Página 200

1. (1) $a=16$ $b=2$ $c=4$ $d=32$

(2) Proporcionalidade inversa.

(3) $\text{Comprimento} \times \text{Largura} = 16$

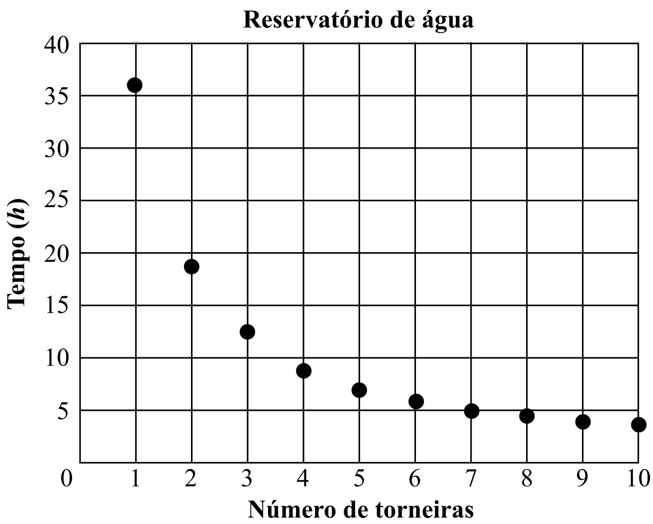
(4)



2. (1) $a=12$ $b=4{,}5$ $c=3{,}6$

(2) Proporcionalidade inversa.

(3)



Quando as grandezas são discretas, o seu gráfico é representado por pontos isolados como no gráfico acima.

Capítulo XI - Tabelas e gráficos e estatística

Páginas 204 e 205

1.

Nota (x)	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
0	5	0,25
1	4	0,20
2	7	0,35
3	3	0,15
4	1	0,05
	$n = 20$	1,00

2.

Salto (x)	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
[350, 364[	6	0,20
[364, 378[	7	0,23
[378, 392[	8	0,27
[392, 406[	5	0,17
[406, 420[	4	0,13
Total	$n = 30$	1,00

Páginas 205 e 206

1.

Quantidades de doces vendidos numa mercearia durante uma semana	
2ª feira	
3ª feira	
4ª feira	
5ª feira	
sexta-feira	
Sábado	
Domingo	

2. (1) 4 mangas.

(2) 1º dia.

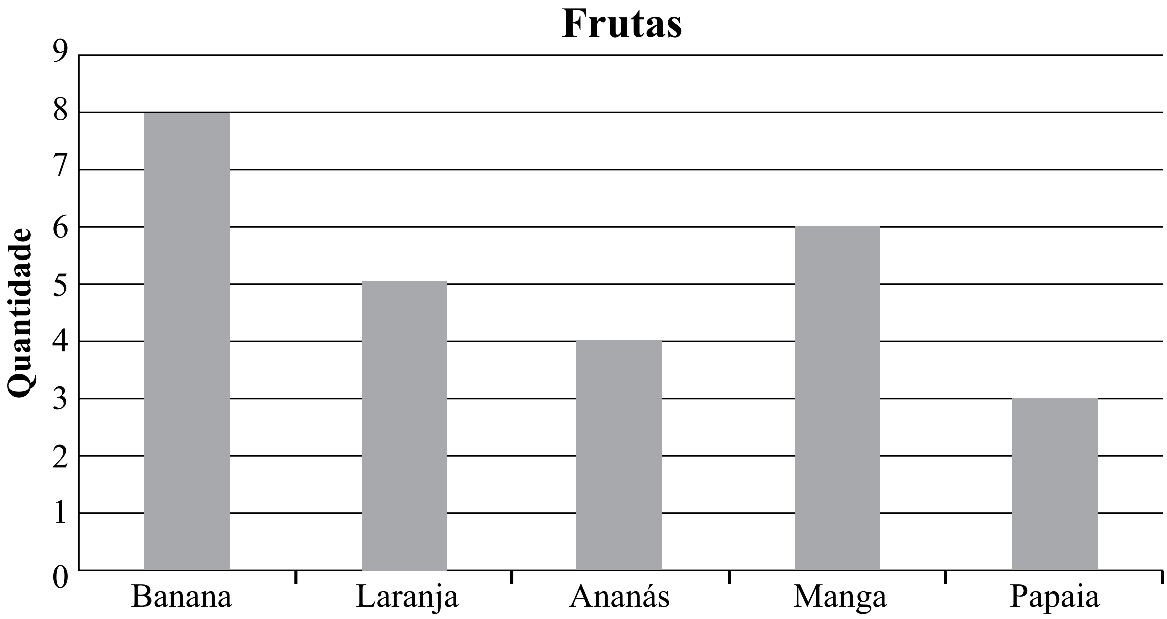
(3) A Flávia apanhou 26 mangas.

Páginas 207 e 208

1. (1)

Frutas	Banana	Laranja	Ananás	Manga	Papaia
Quantidades	8	5	4	6	3

(2)



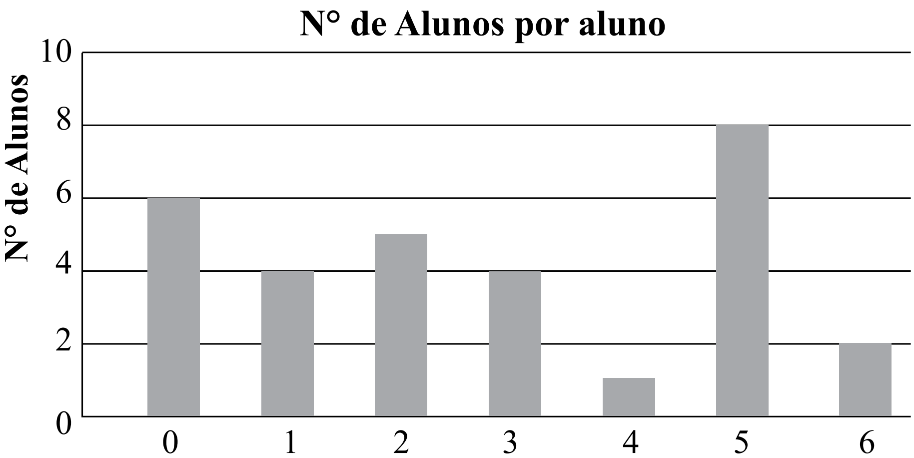
2. (1)

Nº de irmãos	Frequência absoluta (f_i)	Frequência relativa (f_r)
0	6	0,2
1	4	0,13
2	5	0,17
3	4	0,13
4	1	0,03
5	8	0,27
6	2	0,07
	$n = 30$	1,00

(2) R: 30 alunos

(3) A variável estatística é discreta porque os dados assumem um número finito ou infinito numerável de valores, não podendo existir mais nenhum outro entre dois valores consecutivos.

(4)

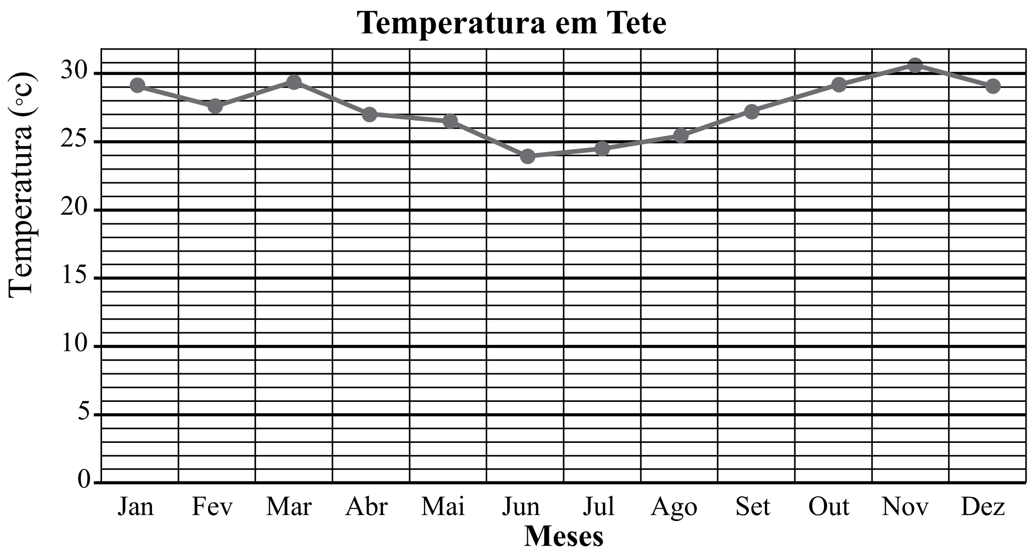


3. (1) 30 alunos (2) 2 alunos (3) 4 alunos (4) 7 alunos

(5) 26 alunos (6) 10 valores (7) 6 alunos

Páginas 209 e 210

2. (1)



2. (1) O eixo horizontal mostra os meses e o eixo vertical a temperatura.

(2) 26°C

(3) Junho

(4) Janeiro, Fevereiro, Março, Abril, Novembro e Dezembro.

(5) Nenhum

(6) Janeiro

(7) Julho

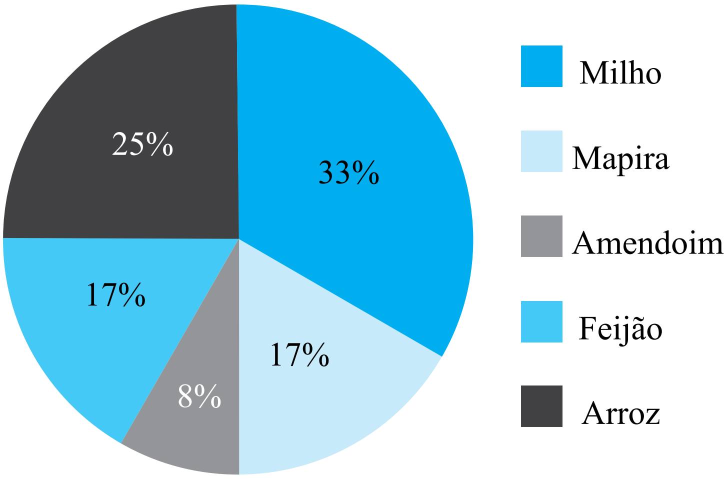
(8) 6°C

Página 212

(1), (2) e (3)

Cereais	Milho	Mapira	Amendoim	Feijão	Arroz
Quantidades em toneladas *(t)*	20	10	5	10	15
Frequência relativa	0,33	0,17	0,08	0,17	0,25
Ângulo do sector circular	120°	60°	30°	60°	90°
Frequência relativa %	33%	17%	8%	17%	25%

(4) **Produção de cereais**



2. (1) 10%

(2) Ele gasta mais na alimentação.

(3) Ele tem poupado 500,00 MT por mês.

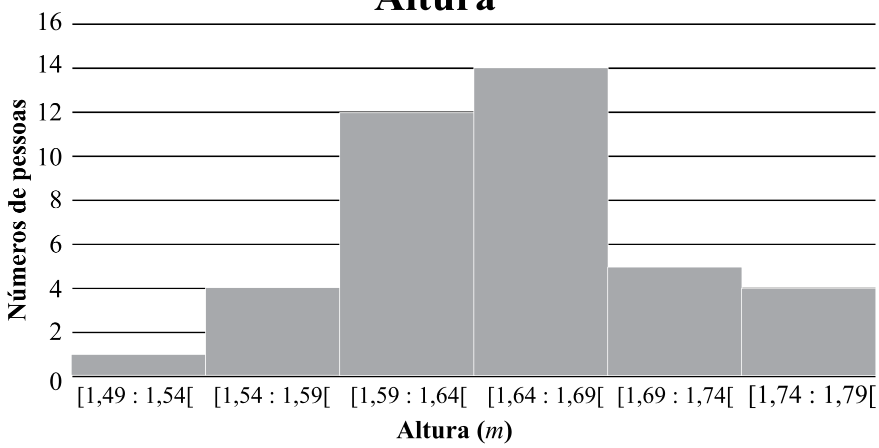
Páginas 213 e 214

1. (1)

Classes	Frequência absoluta (f_i)
[1,49 : 1,54[	1
[1,54 : 1,59[	4
[1,59 : 1,64[	12
[1,64 : 1,69[	14
[1,69 : 1,74[	5
[1,74 : 1,79[	4
Total	40

(2) A classe com maior frequência absoluta é [1,64 : 1,69[

(3) **Altura**



2. (1) O eixo vertical representa o número de atletas.

(2) O eixo horizontal representa a distância (*km*) percorrida por atletas.

(3) O tamanho do intervalo de classe é de 0,4.

(4) Janeiro, Fevereiro, Março, Abril, Novembro e Dezembro.

(5) São 3 atletas que percorreram menor distância.

(6) São 16 atletas que percorreram uma distância menor que 6,7*km*.

Páginas 215 e 216

1. (1) $\bar{x} = 11$ valores (2) M_o é 10 e 11 é bimodal (3) $\tilde{x} = 11$ valores

2. (1) $\bar{x} = 62{,}46kg$ (2) M_o é 63,5*kg* (3) $\tilde{x} = 62{,}95kg$

Exercícios adicionais de cálculos

1. Adição de números naturais

(1) $\begin{array}{r} 34 \\ +\ \ 7 \\ \hline \end{array}$	(2) $\begin{array}{r} 42 \\ +\ \ 9 \\ \hline \end{array}$	(3) $\begin{array}{r} 18 \\ +\ \ 8 \\ \hline \end{array}$	(4) $\begin{array}{r} 19 \\ +\ \ 3 \\ \hline \end{array}$	(5) $\begin{array}{r} 14 \\ +\ \ 9 \\ \hline \end{array}$
(6) $\begin{array}{r} 43 \\ +\ 51 \\ \hline \end{array}$	(7) $\begin{array}{r} 27 \\ +\ \ 7 \\ \hline \end{array}$	(8) $\begin{array}{r} 65 \\ +\ \ 6 \\ \hline \end{array}$	(9) $\begin{array}{r} 41 \\ +\ \ 7 \\ \hline \end{array}$	(10) $\begin{array}{r} 54 \\ +\ 24 \\ \hline \end{array}$
(11) $\begin{array}{r} 41 \\ +\ 29 \\ \hline \end{array}$	(12) $\begin{array}{r} 44 \\ +\ \ 7 \\ \hline \end{array}$	(13) $\begin{array}{r} 53 \\ +\ 16 \\ \hline \end{array}$	(14) $\begin{array}{r} 45 \\ +\ 37 \\ \hline \end{array}$	(15) $\begin{array}{r} 53 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array}$
(16) $\begin{array}{r} 73 \\ +\ \ 8 \\ \hline \end{array}$	(17) $\begin{array}{r} 78 \\ +\ \ 4 \\ \hline \end{array}$	(18) $\begin{array}{r} 48 \\ +\ \ 8 \\ \hline \end{array}$	(19) $\begin{array}{r} 55 \\ +\ 15 \\ \hline \end{array}$	(20) $\begin{array}{r} 18 \\ +\ \ 3 \\ \hline \end{array}$
(21) $\begin{array}{r} 74 \\ +\ 14 \\ \hline \end{array}$	(22) $\begin{array}{r} 34 \\ +\ 57 \\ \hline \end{array}$	(23) $\begin{array}{r} 27 \\ +\ 12 \\ \hline \end{array}$	(24) $\begin{array}{r} 23 \\ +\ 21 \\ \hline \end{array}$	(25) $\begin{array}{r} 30 \\ +\ 49 \\ \hline \end{array}$
(26) $\begin{array}{r} 87 \\ +\ \ 6 \\ \hline \end{array}$	(27) $\begin{array}{r} 16 \\ +\ 32 \\ \hline \end{array}$	(28) $\begin{array}{r} 39 \\ +\ 50 \\ \hline \end{array}$	(29) $\begin{array}{r} 11 \\ +\ 25 \\ \hline \end{array}$	(30) $\begin{array}{r} 60 \\ +\ 36 \\ \hline \end{array}$

2. Adição de números naturais

(1) $\begin{array}{r} 29 \\ +\ 37 \\ \hline \end{array}$	(2) $\begin{array}{r} 15 \\ +\ 47 \\ \hline \end{array}$	(3) $\begin{array}{r} 55 \\ +\ 19 \\ \hline \end{array}$	(4) $\begin{array}{r} 64 \\ +\ 27 \\ \hline \end{array}$	(5) $\begin{array}{r} 76 \\ +\ 18 \\ \hline \end{array}$
(6) $\begin{array}{r} 25 \\ +\ 39 \\ \hline \end{array}$	(7) $\begin{array}{r} 53 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array}$	(8) $\begin{array}{r} 69 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array}$	(9) $\begin{array}{r} 46 \\ +\ 45 \\ \hline \end{array}$	(10) $\begin{array}{r} 27 \\ +\ 35 \\ \hline \end{array}$
(11) $\begin{array}{r} 57 \\ +\ 38 \\ \hline \end{array}$	(12) $\begin{array}{r} 66 \\ +\ 16 \\ \hline \end{array}$	(13) $\begin{array}{r} 44 \\ +\ 29 \\ \hline \end{array}$	(14) $\begin{array}{r} 15 \\ +\ 78 \\ \hline \end{array}$	(15) $\begin{array}{r} 12 \\ +\ 87 \\ \hline \end{array}$
(16) $\begin{array}{r} 39 \\ +\ 27 \\ \hline \end{array}$	(17) $\begin{array}{r} 68 \\ +\ 36 \\ \hline \end{array}$	(18) $\begin{array}{r} 56 \\ +\ 17 \\ \hline \end{array}$	(19) $\begin{array}{r} 73 \\ +\ 19 \\ \hline \end{array}$	(20) $\begin{array}{r} 49 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array}$
(21) $\begin{array}{r} 69 \\ +\ 13 \\ \hline \end{array}$	(22) $\begin{array}{r} 55 \\ +\ 28 \\ \hline \end{array}$	(23) $\begin{array}{r} 29 \\ +\ 67 \\ \hline \end{array}$	(24) $\begin{array}{r} 22 \\ +\ 49 \\ \hline \end{array}$	(25) $\begin{array}{r} 25 \\ +\ 46 \\ \hline \end{array}$
(26) $\begin{array}{r} 38 \\ +\ 56 \\ \hline \end{array}$	(27) $\begin{array}{r} 25 \\ +\ 49 \\ \hline \end{array}$	(28) $\begin{array}{r} 72 \\ +\ 19 \\ \hline \end{array}$	(29) $\begin{array}{r} 65 \\ +\ 26 \\ \hline \end{array}$	(30) $\begin{array}{r} 56 \\ +\ 17 \\ \hline \end{array}$

3. Adição de números naturais

(1) 88 + 77	(2) 93 + 19	(3) 73 + 59	(4) 65 + 16	(5) 45 + 97
(6) 51 + 29	(7) 65 + 78	(8) 95 + 69	(9) 18 + 85	(10) 26 + 96
(11) 15 + 66	(12) 98 + 72	(13) 83 + 29	(14) 49 + 32	(15) 73 + 38
(16) 24 + 49	(17) 35 + 38	(18) 14 + 79	(19) 97 + 48	(20) 44 + 36
(21) 87 + 38	(22) 17 + 35	(23) 21 + 99	(24) 79 + 39	(25) 23 + 37
(26) 58 + 25	(27) 59 + 95	(28) 55 + 37	(29) 87 + 78	(30) 74 + 27

4. Adição de números naturais

(1) 143 + 29	(2) 467 + 28	(3) 132 + 59	(4) 648 + 13	(5) 534 + 19
(6) 728 + 35	(7) 206 + 37	(8) 907 + 14	(9) 349 + 47	(10) 145 + 28
(11) 824 + 47	(12) 628 + 25	(13) 655 + 28	(14) 826 + 36	(15) 357 + 24
(16) 158 + 32	(17) 117 + 76	(18) 267 + 16	(19) 128 + 33	(20) 509 + 37
(21) 365 + 17	(22) 404 + 19	(23) 658 + 36	(24) 643 + 49	(25) 344 + 38
(26) 978 + 17	(27) 849 + 14	(28) 768 + 15	(29) 754 + 28	(30) 645 + 18

5. Adição de números naturais

(1) 867 + 161	(2) 599 + 869	(3) 298 + 694	(4) 972 + 612	(5) 708 + 814

(6) $\begin{array}{r}460\\+\quad 325\\\hline\end{array}$ (7) $\begin{array}{r}686\\+\quad 589\\\hline\end{array}$ (8) $\begin{array}{r}352\\+\quad 159\\\hline\end{array}$ (9) $\begin{array}{r}140\\+\quad 377\\\hline\end{array}$ (10) $\begin{array}{r}498\\+\quad 298\\\hline\end{array}$

(11) $\begin{array}{r}589\\+\quad 808\\\hline\end{array}$ (12) $\begin{array}{r}914\\+\quad 802\\\hline\end{array}$ (13) $\begin{array}{r}653\\+\quad 973\\\hline\end{array}$ (14) $\begin{array}{r}259\\+\quad 494\\\hline\end{array}$ (15) $\begin{array}{r}622\\+\quad 788\\\hline\end{array}$

(16) $\begin{array}{r}389\\+\quad 817\\\hline\end{array}$ (17) $\begin{array}{r}474\\+\quad 213\\\hline\end{array}$ (18) $\begin{array}{r}816\\+\quad 639\\\hline\end{array}$ (19) $\begin{array}{r}551\\+\quad 868\\\hline\end{array}$ (20) $\begin{array}{r}115\\+\quad 303\\\hline\end{array}$

(21) $\begin{array}{r}680\\+\quad 811\\\hline\end{array}$ (22) $\begin{array}{r}497\\+\quad 727\\\hline\end{array}$ (23) $\begin{array}{r}290\\+\quad 982\\\hline\end{array}$ (24) $\begin{array}{r}308\\+\quad 949\\\hline\end{array}$ (25) $\begin{array}{r}951\\+\quad 721\\\hline\end{array}$

(26) $\begin{array}{r}854\\+\quad 482\\\hline\end{array}$ (27) $\begin{array}{r}273\\+\quad 151\\\hline\end{array}$ (28) $\begin{array}{r}921\\+\quad 249\\\hline\end{array}$ (29) $\begin{array}{r}166\\+\quad 831\\\hline\end{array}$ (30) $\begin{array}{r}827\\+\quad 866\\\hline\end{array}$

6. Adição de números naturais

(1) $\begin{array}{r}4388\\+\quad 1535\\\hline\end{array}$ (2) $\begin{array}{r}1255\\+\quad 3551\\\hline\end{array}$ (3) $\begin{array}{r}9883\\+\quad 7457\\\hline\end{array}$ (4) $\begin{array}{r}7893\\+\quad 9486\\\hline\end{array}$

(5) $\begin{array}{r}4582\\+\quad 5724\\\hline\end{array}$ (6) $\begin{array}{r}3433\\+\quad 3945\\\hline\end{array}$ (7) $\begin{array}{r}1686\\+\quad 5844\\\hline\end{array}$ (8) $\begin{array}{r}5178\\+\quad 8863\\\hline\end{array}$

(9) $\begin{array}{r}6478\\+\quad 5669\\\hline\end{array}$ (10) $\begin{array}{r}6812\\+\quad 4558\\\hline\end{array}$ (11) $\begin{array}{r}9976\\+\quad 5471\\\hline\end{array}$ (12) $\begin{array}{r}9061\\+\quad 4920\\\hline\end{array}$

(13) $\begin{array}{r}8959\\+\quad 6162\\\hline\end{array}$ (14) $\begin{array}{r}4822\\+\quad 7726\\\hline\end{array}$ (15) $\begin{array}{r}1195\\+\quad 2405\\\hline\end{array}$ (16) $\begin{array}{r}5593\\+\quad 8914\\\hline\end{array}$

(17) $\begin{array}{r}7303\\+\quad 6274\\\hline\end{array}$ (18) $\begin{array}{r}7136\\+\quad 2987\\\hline\end{array}$ (19) $\begin{array}{r}9409\\+\quad 6864\\\hline\end{array}$ (20) $\begin{array}{r}3473\\+\quad 8372\\\hline\end{array}$

(21) $\begin{array}{r}8177\\+\quad 5558\\\hline\end{array}$ (22) $\begin{array}{r}5595\\+\quad 2968\\\hline\end{array}$ (23) $\begin{array}{r}6870\\+\quad 1703\\\hline\end{array}$ (24) $\begin{array}{r}9052\\+\quad 5990\\\hline\end{array}$

(25) $\begin{array}{r}6261\\+\quad 6334\\\hline\end{array}$ (26) $\begin{array}{r}5231\\+\quad 2705\\\hline\end{array}$ (27) $\begin{array}{r}2966\\+\quad 9318\\\hline\end{array}$ (28) $\begin{array}{r}7441\\+\quad 4205\\\hline\end{array}$

(29) $\begin{array}{r}9531\\+\quad 6207\\\hline\end{array}$ (30) $\begin{array}{r}2919\\+\quad 5322\\\hline\end{array}$

7. Subtracção de números naturais

(1) $98 - 9$	(2) $92 - 5$	(3) $12 - 5$	(4) $61 - 5$	(5) $67 - 3$
(6) $59 - 6$	(7) $95 - 2$	(8) $19 - 7$	(9) $80 - 3$	(10) $20 - 5$
(11) $69 - 7$	(12) $66 - 3$	(13) $96 - 2$	(14) $92 - 9$	(15) $37 - 9$
(16) $74 - 6$	(17) $25 - 4$	(18) $89 - 5$	(19) $59 - 3$	(20) $42 - 6$
(21) $13 - 5$	(22) $93 - 7$	(23) $41 - 9$	(24) $99 - 9$	(25) $73 - 5$
(26) $51 - 2$	(27) $33 - 6$	(28) $93 - 6$	(29) $39 - 3$	(30) $17 - 8$

8. Subtracção de números naturais

(1) $36 - 9$	(2) $73 - 5$	(3) $75 - 7$	(4) $80 - 5$	(5) $50 - 2$
(6) $94 - 6$	(7) $45 - 6$	(8) $12 - 8$	(9) $34 - 9$	(10) $54 - 5$
(11) $33 - 5$	(12) $98 - 9$	(13) $28 - 9$	(14) $91 - 5$	(15) $44 - 9$
(16) $58 - 9$	(17) $28 - 9$	(18) $68 - 9$	(19) $40 - 9$	(20) $12 - 5$
(21) $62 - 4$	(22) $17 - 8$	(23) $45 - 7$	(24) $57 - 9$	(25) $15 - 6$
(26) $72 - 9$	(27) $81 - 2$	(28) $91 - 4$	(29) $94 - 8$	(30) $85 - 9$

9. Subtracção de números naturais

(1) $66 - 19$	(2) $37 - 18$	(3) $66 - 27$	(4) $52 - 45$	(5) $85 - 78$

(6) $63 - 45$	(7) $46 - 17$	(8) $80 - 52$	(9) $47 - 29$	(10) $77 - 49$
(11) $92 - 36$	(12) $77 - 38$	(13) $47 - 38$	(14) $70 - 69$	(15) $95 - 26$
(16) $36 - 17$	(17) $51 - 13$	(18) $91 - 55$	(19) $84 - 78$	(20) $21 - 17$
(21) $54 - 38$	(22) $42 - 14$	(23) $41 - 27$	(24) $51 - 15$	(25) $26 - 19$
(26) $45 - 16$	(27) $85 - 78$	(28) $78 - 59$	(29) $62 - 27$	(30) $44 - 15$

10. Subtracção de números naturais

(1) $347 - 24$	(2) $167 - 50$	(3) $434 - 32$	(4) $766 - 33$	(5) $156 - 36$
(6) $628 - 15$	(7) $566 - 45$	(8) $959 - 57$	(9) $876 - 43$	(10) $788 - 44$
(11) $430 - 30$	(12) $697 - 72$	(13) $568 - 43$	(14) $989 - 77$	(15) $588 - 63$
(16) $864 - 42$	(17) $429 - 21$	(18) $546 - 25$	(19) $298 - 34$	(20) $279 - 16$
(21) $978 - 68$	(22) $195 - 63$	(23) $942 - 11$	(24) $598 - 51$	(25) $277 - 44$
(26) $759 - 57$	(27) $961 - 50$	(28) $667 - 40$	(29) $434 - 12$	(30) $787 - 33$

11. Subtracção de números naturais

(1) $151 - 45$	(2) $135 - 65$	(3) $116 - 63$	(4) $134 - 22$	(5) $137 - 20$
(6) $101 - 67$	(7) $124 - 84$	(8) $179 - 28$	(9) $129 - 56$	(10) $161 - 96$

(11) $\begin{array}{r} 117 \\ -\ \ 36 \\ \hline \end{array}$ (12) $\begin{array}{r} 161 \\ -\ \ 92 \\ \hline \end{array}$ (13) $\begin{array}{r} 157 \\ -\ \ 30 \\ \hline \end{array}$ (14) $\begin{array}{r} 153 \\ -\ \ 22 \\ \hline \end{array}$ (15) $\begin{array}{r} 155 \\ -\ \ 26 \\ \hline \end{array}$

(16) $\begin{array}{r} 189 \\ -\ \ 15 \\ \hline \end{array}$ (17) $\begin{array}{r} 164 \\ -\ \ 34 \\ \hline \end{array}$ (18) $\begin{array}{r} 190 \\ -\ \ 19 \\ \hline \end{array}$ (19) $\begin{array}{r} 158 \\ -\ \ 24 \\ \hline \end{array}$ (20) $\begin{array}{r} 108 \\ -\ \ 54 \\ \hline \end{array}$

(21) $\begin{array}{r} 136 \\ -\ \ 39 \\ \hline \end{array}$ (22) $\begin{array}{r} 175 \\ -\ \ 67 \\ \hline \end{array}$ (23) $\begin{array}{r} 110 \\ -\ \ 32 \\ \hline \end{array}$ (24) $\begin{array}{r} 121 \\ -\ \ 47 \\ \hline \end{array}$ (25) $\begin{array}{r} 164 \\ -\ \ 83 \\ \hline \end{array}$

(26) $\begin{array}{r} 198 \\ -\ \ 58 \\ \hline \end{array}$ (27) $\begin{array}{r} 181 \\ -\ \ 60 \\ \hline \end{array}$ (28) $\begin{array}{r} 156 \\ -\ \ 36 \\ \hline \end{array}$ (29) $\begin{array}{r} 151 \\ -\ \ 84 \\ \hline \end{array}$ (30) $\begin{array}{r} 174 \\ -\ \ 82 \\ \hline \end{array}$

12. Subtracção de números naturais

(1) $\begin{array}{r} 810 \\ -\ \ 57 \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 874 \\ -\ \ 88 \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 620 \\ -\ \ 39 \\ \hline \end{array}$ (4) $\begin{array}{r} 651 \\ -\ \ 63 \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} 490 \\ -\ \ 93 \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 501 \\ -\ \ 39 \\ \hline \end{array}$ (7) $\begin{array}{r} 611 \\ -\ \ 72 \\ \hline \end{array}$ (8) $\begin{array}{r} 846 \\ -\ \ 77 \\ \hline \end{array}$ (9) $\begin{array}{r} 523 \\ -\ \ 98 \\ \hline \end{array}$ (10) $\begin{array}{r} 522 \\ -\ \ 74 \\ \hline \end{array}$

(11) $\begin{array}{r} 144 \\ -\ \ 76 \\ \hline \end{array}$ (12) $\begin{array}{r} 410 \\ -\ \ 32 \\ \hline \end{array}$ (13) $\begin{array}{r} 203 \\ -\ \ 14 \\ \hline \end{array}$ (14) $\begin{array}{r} 342 \\ -\ \ 56 \\ \hline \end{array}$ (15) $\begin{array}{r} 922 \\ -\ \ 46 \\ \hline \end{array}$

(16) $\begin{array}{r} 525 \\ -\ \ 66 \\ \hline \end{array}$ (17) $\begin{array}{r} 325 \\ -\ \ 37 \\ \hline \end{array}$ (18) $\begin{array}{r} 561 \\ -\ \ 98 \\ \hline \end{array}$ (19) $\begin{array}{r} 910 \\ -\ \ 34 \\ \hline \end{array}$ (20) $\begin{array}{r} 706 \\ -\ \ 27 \\ \hline \end{array}$

(21) $\begin{array}{r} 715 \\ -\ \ 38 \\ \hline \end{array}$ (22) $\begin{array}{r} 933 \\ -\ \ 54 \\ \hline \end{array}$ (23) $\begin{array}{r} 811 \\ -\ \ 37 \\ \hline \end{array}$ (24) $\begin{array}{r} 945 \\ -\ \ 76 \\ \hline \end{array}$ (25) $\begin{array}{r} 910 \\ -\ \ 91 \\ \hline \end{array}$

(26) $\begin{array}{r} 832 \\ -\ \ 65 \\ \hline \end{array}$ (27) $\begin{array}{r} 548 \\ -\ \ 99 \\ \hline \end{array}$ (28) $\begin{array}{r} 260 \\ -\ \ 79 \\ \hline \end{array}$ (29) $\begin{array}{r} 601 \\ -\ \ 47 \\ \hline \end{array}$ (30) $\begin{array}{r} 792 \\ -\ \ 96 \\ \hline \end{array}$

13. Multiplicação de números naturais

(1) $\begin{array}{r} 23 \\ \times\ \ 8 \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 38 \\ \times\ \ 8 \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 32 \\ \times\ \ 7 \\ \hline \end{array}$ (4) $\begin{array}{r} 16 \\ \times\ \ 3 \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} 12 \\ \times\ \ 9 \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 93 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array}$ (7) $\begin{array}{r} 83 \\ \times\ \ 3 \\ \hline \end{array}$ (8) $\begin{array}{r} 97 \\ \times\ \ 5 \\ \hline \end{array}$ (9) $\begin{array}{r} 64 \\ \times\ \ 3 \\ \hline \end{array}$ (10) $\begin{array}{r} 56 \\ \times\ \ 4 \\ \hline \end{array}$

(11) $\begin{array}{r} 64 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array}$ (12) $\begin{array}{r} 78 \\ \times\ \ 4 \\ \hline \end{array}$ (13) $\begin{array}{r} 47 \\ \times\ \ 8 \\ \hline \end{array}$ (14) $\begin{array}{r} 62 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array}$ (15) $\begin{array}{r} 83 \\ \times\ \ 2 \\ \hline \end{array}$

(16) 35×5	(17) 66×7	(18) 77×6	(19) 35×5	(20) 17×4
(21) 94×4	(22) 81×3	(23) 29×3	(24) 32×6	(25) 33×9
(26) 89×7	(27) 68×4	(28) 35×2	(29) 76×5	(30) 37×2

14. Multiplicação de números naturais

(1) 49×53	(2) 13×74	(3) 79×21	(4) 47×83	(5) 69×89
(6) 77×92	(7) 98×86	(8) 36×39	(9) 77×33	(10) 28×24
(11) 25×68	(12) 54×39	(13) 62×15	(14) 18×32	(15) 85×12
(16) 11×77	(17) 59×88	(18) 24×22	(19) 46×53	(20) 89×41
(21) 48×28	(22) 73×43	(23) 67×42	(24) 64×34	(25) 89×34
(26) 54×92	(27) 75×56	(28) 84×39	(29) 37×84	(30) 77×34

15. Multiplicação de números naturais

(1) 312×75	(2) 683×24	(3) 858×33	(4) 611×71	(5) 973×87
(6) 691×46	(7) 989×21	(8) 725×13	(9) 347×19	(10) 469×62
(11) 804×34	(12) 278×56	(13) 439×67	(14) 236×55	(15) 585×38
(16) 157×89	(17) 366×72	(18) 543×98	(19) 954×83	(20) 264×46

(21) $\begin{array}{r} 893 \\ \times\ 92 \\ \hline \end{array}$ (22) $\begin{array}{r} 755 \\ \times\ 56 \\ \hline \end{array}$ (23) $\begin{array}{r} 231 \\ \times\ 91 \\ \hline \end{array}$ (24) $\begin{array}{r} 678 \\ \times\ 77 \\ \hline \end{array}$ (25) $\begin{array}{r} 731 \\ \times\ 69 \\ \hline \end{array}$

(26) $\begin{array}{r} 102 \\ \times\ 44 \\ \hline \end{array}$ (27) $\begin{array}{r} 498 \\ \times\ 23 \\ \hline \end{array}$ (28) $\begin{array}{r} 984 \\ \times\ 88 \\ \hline \end{array}$ (29) $\begin{array}{r} 167 \\ \times\ 19 \\ \hline \end{array}$ (30) $\begin{array}{r} 854 \\ \times\ 38 \\ \hline \end{array}$

16. Multiplicação de números naturais

(1) $\begin{array}{r} 887 \\ \times\ 308 \\ \hline \end{array}$ (2) $\begin{array}{r} 996 \\ \times\ 515 \\ \hline \end{array}$ (3) $\begin{array}{r} 201 \\ \times\ 904 \\ \hline \end{array}$ (4) $\begin{array}{r} 871 \\ \times\ 254 \\ \hline \end{array}$ (5) $\begin{array}{r} 166 \\ \times\ 709 \\ \hline \end{array}$

(6) $\begin{array}{r} 297 \\ \times\ 468 \\ \hline \end{array}$ (7) $\begin{array}{r} 726 \\ \times\ 613 \\ \hline \end{array}$ (8) $\begin{array}{r} 848 \\ \times\ 524 \\ \hline \end{array}$ (9) $\begin{array}{r} 141 \\ \times\ 448 \\ \hline \end{array}$ (10) $\begin{array}{r} 625 \\ \times\ 394 \\ \hline \end{array}$

(11) $\begin{array}{r} 335 \\ \times\ 631 \\ \hline \end{array}$ (12) $\begin{array}{r} 775 \\ \times\ 459 \\ \hline \end{array}$ (13) $\begin{array}{r} 152 \\ \times\ 172 \\ \hline \end{array}$ (14) $\begin{array}{r} 729 \\ \times\ 336 \\ \hline \end{array}$ (15) $\begin{array}{r} 555 \\ \times\ 973 \\ \hline \end{array}$

(16) $\begin{array}{r} 602 \\ \times\ 818 \\ \hline \end{array}$ (17) $\begin{array}{r} 524 \\ \times\ 952 \\ \hline \end{array}$ (18) $\begin{array}{r} 711 \\ \times\ 718 \\ \hline \end{array}$ (19) $\begin{array}{r} 305 \\ \times\ 646 \\ \hline \end{array}$ (20) $\begin{array}{r} 773 \\ \times\ 739 \\ \hline \end{array}$

(21) $\begin{array}{r} 562 \\ \times\ 917 \\ \hline \end{array}$ (22) $\begin{array}{r} 435 \\ \times\ 293 \\ \hline \end{array}$ (23) $\begin{array}{r} 183 \\ \times\ 989 \\ \hline \end{array}$ (24) $\begin{array}{r} 321 \\ \times\ 468 \\ \hline \end{array}$ (25) $\begin{array}{r} 872 \\ \times\ 237 \\ \hline \end{array}$

(26) $\begin{array}{r} 287 \\ \times\ 484 \\ \hline \end{array}$ (27) $\begin{array}{r} 636 \\ \times\ 277 \\ \hline \end{array}$ (28) $\begin{array}{r} 872 \\ \times\ 509 \\ \hline \end{array}$ (29) $\begin{array}{r} 148 \\ \times\ 863 \\ \hline \end{array}$ (30) $\begin{array}{r} 981 \\ \times\ 366 \\ \hline \end{array}$

17. Multiplicação de números naturais

(1) $76\times22=$ (2) $61\times54=$ (3) $45\times46=$ (4) $20\times97=$ (5) $35\times78=$

(6) $24\times70=$ (7) $48\times10=$ (8) $83\times86=$ (9) $71\times74=$ (10) $68\times17=$

(11) $52\times33=$ (12) $46\times31=$ (13) $16\times95=$ (14) $89\times89=$ (15) $29\times62=$

(16) $97\times22=$ (17) $30\times58=$ (18) $86\times78=$ (19) $38\times96=$ (20) $97\times59=$

(21) $68\times22=$ (22) $14\times83=$ (23) $83\times48=$ (24) $24\times96=$ (25) $62\times15=$

(26) $55\times27=$ (27) $25\times20=$ (28) $15\times54=$ (29) $79\times80=$ (30) $28\times58=$

18. Multiplicação de números naturais

(1) $47\times13=$ (2) $90\times41=$ (3) $10\times80=$ (4) $52\times65=$ (5) $33\times37=$

(6) $24\times21=$ (7) $17\times49=$ (8) $24\times91=$ (9) $42\times27=$ (10) $52\times65=$

(11) $30\times75=$ (12) $41\times19=$ (13) $99\times33=$ (14) $81\times85=$ (15) $53\times49=$

(16) $71\times64=$ (17) $13\times91=$ (18) $91\times46=$ (19) $76\times65=$ (20) $62\times92=$

(21) $15 \times 61 =$ (22) $95 \times 66 =$ (23) $58 \times 28 =$ (24) $49 \times 77 =$ (25) $18 \times 63 =$

(26) $65 \times 38 =$ (27) $21 \times 23 =$ (28) $41 \times 57 =$ (29) $46 \times 64 =$ (30) $76 \times 38 =$

19. Multiplicação de números naturais

(1) $254 \times 79 =$ (2) $339 \times 24 =$ (3) $547 \times 97 =$ (4) $734 \times 46 =$ (5) $468 \times 36 =$

(6) $123 \times 62 =$ (7) $928 \times 93 =$ (8) $816 \times 51 =$ (9) $695 \times 80 =$ (10) $479 \times 82 =$

(11) $828 \times 38 =$ (12) $752 \times 43 =$ (13) $466 \times 32 =$ (14) $113 \times 56 =$ (15) $390 \times 74 =$

(16) $782 \times 53 =$ (17) $681 \times 65 =$ (18) $264 \times 90 =$ (19) $135 \times 54 =$ (20) $810 \times 30 =$

(21) $454 \times 75 =$ (22) $829 \times 21 =$ (23) $728 \times 81 =$ (24) $599 \times 22 =$ (25) $925 \times 41 =$

(26) $287 \times 69 =$ (27) $941 \times 48 =$ (28) $660 \times 44 =$ (29) $241 \times 60 =$ (30) $928 \times 59 =$

20. Multiplicação de números naturais

(1) $688 \times 38 =$ (2) $103 \times 22 =$ (3) $872 \times 83 =$ (4) $484 \times 41 =$ (5) $796 \times 95 =$

(6) $454 \times 36 =$ (7) $780 \times 15 =$ (8) $447 \times 87 =$ (9) $376 \times 13 =$ (10) $271 \times 78 =$

(11) $506 \times 19 =$ (12) $589 \times 18 =$ (13) $902 \times 43 =$ (14) $602 \times 97 =$ (15) $637 \times 41 =$

(16) $935 \times 21 =$ (17) $163 \times 56 =$ (18) $315 \times 77 =$ (19) $728 \times 26 =$ (20) $342 \times 34 =$

(21) $873 \times 45 =$ (22) $528 \times 34 =$ (23) $216 \times 92 =$ (24) $788 \times 53 =$ (25) $514 \times 57 =$

(26) $215 \times 51 =$ (27) $643 \times 87 =$ (28) $408 \times 26 =$ (29) $327 \times 94 =$ (30) $357 \times 64 =$

21. Multiplicação de números naturais

(1) $262 \times 824 =$ (2) $870 \times 697 =$ (3) $195 \times 563 =$ (4) $651 \times 156 =$

(5) $739 \times 770 =$ (6) $543 \times 345 =$ (7) $904 \times 218 =$ (8) $487 \times 981 =$

(9) $316 \times 439 =$ (10) $353 \times 671 =$ (11) $564 \times 712 =$ (12) $170 \times 905 =$

(13) $828 \times 449 =$ (14) $917 \times 326 =$ (15) $432 \times 897 =$ (16) $749 \times 168 =$

(17) $206 \times 234 =$ (18) $695 \times 583 =$ (19) $149 \times 892 =$ (20) $775 \times 347 =$

(21) $456 \times 978 =$ (22) $220 \times 500 =$ (23) $383 \times 433 =$ (24) $697 \times 251 =$

(25) $502 \times 615 =$ (26) $961 \times 726 =$ (27) $818 \times 189 =$ (28) $615 \times 942 =$

(29) $722 \times 899 =$ (30) $276 \times 338 =$

22. Multiplicação de números naturais

(1) $159 \times 715 =$ (2) $930 \times 520 =$ (3) $361 \times 461 =$ (4) $443 \times 283 =$

(5) $507 \times 604 =$ (6) $898 \times 157 =$ (7) $195 \times 567 =$ (8) $348 \times 930 =$

(9) $452 \times 715 =$ (10) $263 \times 289 =$ (11) $807 \times 801 =$ (12) $589 \times 652 =$

(13) $914\times346=$ (14) $730\times173=$ (15) $676\times498=$ (16) $556\times169=$

(17) $447\times416=$ (18) $208\times424=$ (19) $556\times169=$ (20) $747\times123=$

(21) $238\times395=$ (22) $873\times608=$ (23) $398\times121=$ (24) $261\times300=$

(25) $939\times554=$ (26) $660\times554=$ (27) $555\times480=$ (28) $806\times993=$

(29) $880\times995=$ (30) $714\times681=$

23. Divisão de números naturais

(1) $36\div6=$ (2) $72\div8=$ (3) $40\div5=$ (4) $14\div7=$ (5) $20\div5=$

(6) $49\div7=$ (7) $28\div4=$ (8) $36\div9=$ (9) $48\div6=$ (10) $18\div9=$

(11) $42\div7=$ (12) $16\div2=$ (13) $24\div8=$ (14) $16\div8=$ (15) $45\div9=$

(16) $54\div6=$ (17) $81\div9=$ (18) $24\div3=$ (19) $32\div4=$ (20) $24\div6=$

(21) $30\div6=$ (22) $27\div9=$ (23) $18\div3=$ (24) $72\div9=$ (25) $32\div8=$

(26) $40\div8=$ (27) $35\div7=$ (28) $45\div5=$ (29) $28\div7=$ (30) $48\div8=$

24. Divisão de números naturais

(1) $77\div7=$ (2) $96\div3=$ (3) $78\div2=$ (4) $68\div4=$ (5) $30\div2=$

(6) $70\div5=$ (7) $78\div6=$ (8) $64\div4=$ (9) $91\div7=$ (10) $87\div3=$

(11) $92\div2=$ (12) $42\div3=$ (13) $88\div8=$ (14) $72\div6=$ (15) $76\div4=$

(16) $80\div4=$ (17) $52\div2=$ (18) $48\div2=$ (19) $58\div2=$ (20) $48\div3=$

(21) $84\div3=$ (22) $85\div5=$ (23) $32\div2=$ (24) $84\div6=$ (25) $96\div4=$

(26) $99\div9=$ (27) $36\div2=$ (28) $76\div2=$ (29) $88\div4=$ (30) $81\div3=$

25. Divisão de números naturais

(1) $560\div8=$ (2) $219\div3=$ (3) $518\div7=$ (4) $320\div4=$ (5) $426\div6=$

(6) $440\div8=$ (7) $720\div8=$ (8) $328\div8=$ (9) $390\div6=$ (10) $630\div9=$

(11) $693\div9=$ (12) $237\div3=$ (13) $180\div3=$ (14) $891\div9=$ (15) $188\div4=$

(16) $420\div7=$ (17) $415\div5=$ (18) $882\div9=$ (19) $480\div6=$ (20) $282\div3=$

(21) $680\div8=$ (22) $540\div9=$ (23) $776\div8=$ (24) $760\div8=$ (25) $560\div7=$

(26) $455\div7=$ (27) $504\div8=$ (28) $490\div7=$ (29) $837\div9=$ (30) $261\div3=$

26. Divisão de números naturais

(1) $68\div17=$ (2) $78\div13=$ (3) $75\div15=$ (4) $28\div14=$ (5) $96\div32=$

(6) $57\div19=$ (7) $99\div33=$ (8) $38\div19=$ (9) $48\div24=$ (10) $32\div16=$

(11) $54 \div 18 =$ (12) $84 \div 12 =$ (13) $72 \div 24 =$ (14) $60 \div 15 =$ (15) $72 \div 18 =$

(16) $51 \div 17 =$ (17) $48 \div 16 =$ (18) $92 \div 23 =$ (19) $45 \div 15 =$ (20) $76 \div 38 =$

(21) $52 \div 26 =$ (22) $66 \div 22 =$ (23) $74 \div 37 =$ (24) $80 \div 10 =$ (25) $84 \div 42 =$

(26) $95 \div 19 =$ (27) $39 \div 13 =$ (28) $36 \div 12 =$ (29) $69 \div 23 =$ (30) $96 \div 16 =$

27. Divisão de números naturais

(1) $784 \div 98 =$ (2) $198 \div 33 =$ (3) $902 \div 11 =$ (4) $498 \div 83 =$ (5) $696 \div 87 =$

(6) $345 \div 15 =$ (7) $846 \div 94 =$ (8) $368 \div 92 =$ (9) $792 \div 36 =$ (10) $234 \div 39 =$

(11) $450 \div 75 =$ (12) $299 \div 23 =$ (13) $702 \div 78 =$ (14) $152 \div 19 =$ (15) $864 \div 12 =$

(16) $616 \div 88 =$ (17) $697 \div 17 =$ (18) $297 \div 27 =$ (19) $546 \div 91 =$ (20) $972 \div 18 =$

(21) $756 \div 14 =$ (22) $744 \div 93 =$ (23) $312 \div 13 =$ (24) $624 \div 12 =$ (25) $623 \div 89 =$

(26) $924 \div 42 =$ (27) $576 \div 16 =$ (28) $261 \div 29 =$ (29) $198 \div 18 =$ (30) $858 \div 39 =$

28. Divisão de números naturais

(1) $345 \div 23 =$ (2) $434 \div 31 =$ (3) $969 \div 17 =$ (4) $234 \div 13 =$ (5) $936 \div 26 =$

(6) $855 \div 57 =$ (7) $272 \div 17 =$ (8) $722 \div 19 =$ (9) $532 \div 28 =$ (10) $352 \div 22 =$

(11) $816 \div 34 =$ (12) $368 \div 23 =$ (13) $592 \div 37 =$ (14) $435 \div 29 =$ (15) $720 \div 15 =$

(16) $624 \div 16 =$ (17) $576 \div 32 =$ (18) $504 \div 18 =$ (19) $442 \div 26 =$ (20) $342 \div 18 =$

(21) $644 \div 46 =$ (22) $289 \div 17 =$ (23) $459 \div 17 =$ (24) $247 \div 13 =$ (25) $574 \div 41 =$

(26) $672 \div 14 =$ (27) $630 \div 42 =$ (28) $742 \div 53 =$ (29) $798 \div 21 =$ (30) $228 \div 12 =$

29. Adição de fracções

(1) $\frac{1}{2}+\frac{1}{4}=$ (2) $\frac{1}{3}+\frac{1}{4}=$ (3) $\frac{2}{9}+\frac{3}{5}=$ (4) $\frac{1}{2}+\frac{1}{5}=$ (5) $\frac{2}{7}+\frac{2}{3}=$

(6) $\frac{2}{9}+\frac{7}{15}=$ (7) $\frac{1}{6}+\frac{3}{4}=$ (8) $\frac{1}{4}+\frac{1}{12}=$ (9) $\frac{5}{11}+\frac{3}{7}=$ (10) $\frac{3}{4}+\frac{1}{8}=$

(11) $\frac{5}{6}+\frac{1}{3}=$ (12) $\frac{5}{8}+\frac{1}{12}=$ (13) $\frac{2}{5}+\frac{1}{2}=$ (14) $\frac{1}{4}+\frac{1}{7}=$ (15) $\frac{1}{12}+\frac{7}{15}=$

(16) $\frac{1}{6}+\frac{1}{3}=$ (17) $\frac{5}{8}+\frac{4}{5}=$ (18) $\frac{1}{6}+\frac{3}{5}=$ (19) $\frac{1}{3}+\frac{5}{9}=$ (20) $\frac{5}{6}+\frac{1}{4}=$

(21) $\frac{4}{21}+\frac{5}{12}=$ (22) $\frac{1}{6}+\frac{3}{10}=$ (23) $\frac{1}{5}+\frac{1}{3}=$ (24) $\frac{7}{10}+\frac{2}{15}=$ (25) $\frac{1}{3}+\frac{3}{8}=$

(26) $\frac{3}{8}+\frac{2}{5}=$ (27) $\frac{2}{5}+\frac{4}{15}=$ (28) $\frac{3}{7}+\frac{1}{3}=$ (29) $\frac{2}{5}+\frac{5}{12}=$ (30) $\frac{5}{12}+\frac{3}{16}=$

30. Subtracção de fracções

(1) $\frac{1}{2}-\frac{1}{4}=$ (2) $\frac{1}{3}-\frac{1}{5}=$ (3) $\frac{5}{9}-\frac{1}{3}=$ (4) $\frac{1}{3}-\frac{1}{7}=$ (5) $\frac{4}{5}-\frac{1}{2}=$

(6) $\frac{1}{3}-\frac{1}{4}=$ (7) $\frac{1}{4}-\frac{1}{8}=$ (8) $\frac{3}{4}-\frac{3}{7}=$ (9) $\frac{11}{14}-\frac{3}{4}=$ (10) $\frac{5}{6}-\frac{3}{4}=$

(11) $\frac{8}{9}-\frac{5}{6}=$ (12) $\frac{5}{6}-\frac{2}{7}=$ (13) $\frac{3}{4}-\frac{7}{12}=$ (14) $\frac{3}{5}-\frac{4}{15}=$ (15) $\frac{2}{3}-\frac{1}{5}=$

(16) $\frac{5}{6}-\frac{8}{15}=$ (17) $\frac{7}{10}-\frac{1}{6}=$ (18) $\frac{13}{14}-\frac{15}{21}=$ (19) $\frac{17}{15}-\frac{3}{10}=$ (20) $\frac{5}{6}-\frac{7}{12}=$

(21) $\frac{3}{4}-\frac{4}{7}=$ (22) $\frac{5}{8}-\frac{1}{12}=$ (23) $\frac{3}{5}-\frac{3}{8}=$ (24) $\frac{19}{21}-\frac{9}{14}=$ (25) $\frac{5}{7}-\frac{1}{2}=$

(26) $\frac{7}{10}-\frac{5}{12}=$ (27) $\frac{15}{16}-\frac{13}{24}=$ (28) $\frac{17}{18}-\frac{7}{12}=$ (29) $\frac{7}{15}-\frac{2}{9}=$ (30) $\frac{7}{12}-\frac{3}{16}=$

31. Adição de fracções

(1) $1\frac{3}{4}+\frac{1}{3}=$ (2) $\frac{5}{6}+1\frac{1}{3}=$ (3) $1\frac{5}{6}+\frac{1}{4}=$ (4) $1\frac{1}{3}+1\frac{2}{5}=$

(5) $1\frac{5}{6}+2\frac{1}{4}=$ (6) $1\frac{4}{5}+2\frac{1}{3}=$ (7) $1\frac{1}{3}+\frac{1}{6}=$ (8) $2\frac{5}{6}+1\frac{3}{10}=$

(9) $2\frac{2}{5}+\frac{3}{8}=$ (10) $3\frac{5}{8}+1\frac{1}{12}=$ (11) $1\frac{2}{5}+4\frac{1}{2}=$ (12) $2\frac{2}{5}+2\frac{5}{12}=$

(13) $2\frac{1}{12}+1\frac{7}{15}=$ (14) $2\frac{1}{4}+1\frac{1}{7}=$ (15) $\frac{2}{15}+2\frac{4}{5}=$ (16) $3\frac{3}{5}+1\frac{1}{6}=$

(17) $5\frac{1}{3}+\frac{5}{9}=$ (18) $2\frac{5}{16}+2\frac{7}{12}=$ (19) $4\frac{5}{12}+2\frac{4}{21}=$ (20) $1\frac{1}{6}+2\frac{3}{10}=$

(21) $5\frac{1}{2}+3\frac{1}{4}=$ (22) $2\frac{7}{10}+\frac{2}{15}=$ (23) $4\frac{1}{3}+\frac{3}{8}=$ (24) $3\frac{1}{2}+1\frac{1}{5}=$

(25) $1\frac{1}{3}+1\frac{7}{12}=$ (26) $2\frac{3}{16}+1\frac{1}{16}=$ (27) $1\frac{4}{9}+2\frac{3}{8}=$ (28) $2\frac{5}{6}+2\frac{3}{8}=$

(29) $\frac{3}{4}+3\frac{6}{7}=$ (30) $1\frac{2}{3}+2\frac{5}{18}=$

32. Subtracção de fracções

(1) $2\frac{3}{4}-1\frac{5}{6}=$ (2) $3\frac{1}{6}-1\frac{1}{3}=$ (3) $4\frac{5}{12}-3\frac{2}{15}=$ (4) $2\frac{7}{9}-2\frac{1}{4}=$

(5) $2\frac{3}{4}-1\frac{7}{10}=$ (6) $4\frac{1}{6}-3\frac{1}{14}=$ (7) $3\frac{5}{9}-3\frac{4}{15}=$ (8) $2\frac{5}{6}-\frac{8}{15}=$

(9) $5\frac{7}{10}-5\frac{2}{9}=$ (10) $1\frac{2}{7}-\frac{5}{9}=$ (11) $4\frac{2}{3}-2\frac{1}{6}=$ (12) $4\frac{2}{3}-4\frac{3}{11}=$

(13) $3\frac{1}{3}-1\frac{3}{4}=$ (14) $5\frac{7}{8}-2\frac{5}{6}=$ (15) $2\frac{9}{16}-\frac{5}{12}=$ (16) $1\frac{2}{7}-\frac{2}{5}=$

(17) $1\frac{2}{3}-\frac{5}{6}=$ (18) $2\frac{5}{6}-1\frac{7}{10}=$ (19) $2\frac{2}{3}-\frac{5}{12}=$ (20) $4\frac{1}{9}-2\frac{2}{5}=$

(21) $3\frac{7}{12}-1\frac{5}{6}=$ (22) $5\frac{4}{9}-3\frac{5}{7}=$ (23) $2\frac{6}{7}-1\frac{5}{6}=$ (24) $3\frac{4}{5}-1\frac{3}{8}=$

(25) $4\frac{5}{8}-2\frac{6}{7}=$ (26) $2\frac{7}{12}-1\frac{7}{8}=$ (27) $5\frac{3}{8}-3\frac{7}{12}=$ (28) $5\frac{1}{8}-1\frac{2}{3}=$

(29) $5\frac{11}{18}-3\frac{3}{4}=$ (30) $3\frac{4}{21}-2\frac{7}{12}=$

33. Multiplicação de fracções

(1) $\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}=$ (2) $\frac{5}{6}\times\frac{1}{7}=$ (3) $7\times\frac{2}{21}=$ (4) $\frac{3}{8}\times 2=$ (5) $\frac{2}{7}\times\frac{1}{5}=$

(6) $\frac{3}{5}\times\frac{3}{4}=$ (7) $\frac{2}{5}\times\frac{2}{3}=$ (8) $\frac{4}{3}\times 2=$ (9) $\frac{9}{11}\times\frac{2}{3}=$ (10) $\frac{4}{7}\times\frac{2}{3}=$

(11) $\frac{5}{6}\times\frac{5}{7}=$ (12) $\frac{5}{6}\times\frac{3}{5}=$ (13) $5\times\frac{2}{3}=$ (14) $6\times\frac{4}{5}=$ (15) $\frac{2}{9}\times\frac{1}{3}=$

(16) $\frac{14}{15}\times\frac{4}{7}=$ (17) $\frac{5}{7}\times 4=$ (18) $\frac{5}{8}\times\frac{4}{9}=$ (19) $\frac{3}{4}\times\frac{1}{3}=$ (20) $\frac{2}{7}\times\frac{3}{8}=$

(21) $\frac{2}{3}\times\frac{5}{7}=$ (22) $\frac{5}{9}\times\frac{3}{7}=$ (23) $\frac{1}{3}\times\frac{6}{7}=$ (24) $\frac{3}{5}\times\frac{1}{9}=$ (25) $\frac{1}{6}\times\frac{4}{5}=$

(26) $\frac{6}{7}\times\frac{4}{9}=$ (27) $\frac{3}{8}\times\frac{4}{9}=$ (28) $\frac{8}{11}\times\frac{2}{3}=$ (29) $\frac{6}{7}\times\frac{8}{9}=$ (30) $\frac{5}{12}\times\frac{4}{5}=$

34. Multiplicação de fracções

(1) $1\frac{1}{3}\times\frac{2}{3}=$ (2) $1\frac{1}{2}\times 2\frac{1}{4}=$ (3) $\frac{4}{7}\times 2\frac{2}{3}=$ (4) $1\frac{4}{5}\times 1\frac{2}{5}=$

(5) $1\frac{3}{8}\times 2\frac{2}{7}=$ (6) $1\frac{3}{10}\times 3\frac{1}{6}=$ (7) $1\frac{1}{4}\times 1\frac{1}{6}=$ (8) $1\frac{1}{4}\times 1\frac{5}{9}=$

(9) $2\frac{4}{5}\times\frac{6}{7}=$ (10) $2\frac{2}{3}\times2\frac{5}{6}=$ (11) $1\frac{3}{5}\times2\frac{5}{8}=$ (12) $1\frac{1}{3}\times\frac{2}{7}=$

(13) $2\frac{6}{7}\times\frac{7}{8}=$ (14) $1\frac{1}{4}\times\frac{2}{3}=$ (15) $1\frac{1}{8}\times1\frac{3}{7}=$ (16) $\frac{2}{9}\times2\frac{2}{3}=$

(17) $\frac{2}{5}\times3\frac{1}{3}=$ (18) $1\frac{3}{4}\times\frac{4}{9}=$ (19) $1\frac{5}{8}\times1\frac{5}{9}=$ (20) $\frac{3}{10}\times2\frac{3}{8}=$

(21) $1\frac{1}{6}\times2\frac{1}{4}=$ (22) $\frac{5}{7}\times2\frac{3}{5}=$ (23) $2\frac{1}{4}\times\frac{5}{6}=$ (24) $2\frac{3}{4}\times\frac{8}{11}=$

(25) $3\frac{3}{5}\times\frac{8}{9}=$ (26) $4\frac{1}{2}\times2\frac{2}{3}=$ (27) $4\frac{1}{2}\times2\frac{6}{7}=$ (28) $2\frac{2}{5}\times2\frac{5}{8}=$

(29) $\frac{3}{7}\times5\frac{1}{3}=$ (30) $3\frac{1}{8}\times2\frac{2}{7}=$

35. Divisão de fracções

(1) $\frac{3}{5}\div\frac{1}{7}=$ (2) $\frac{3}{7}\div\frac{1}{6}=$ (3) $\frac{5}{6}\div\frac{4}{5}=$ (4) $\frac{8}{9}\div\frac{1}{8}=$ (5) $4\div\frac{5}{9}=$

(6) $\frac{2}{9}\div3=$ (7) $\frac{5}{9}\div\frac{2}{9}=$ (8) $\frac{1}{6}\div\frac{4}{7}=$ (9) $\frac{3}{8}\div\frac{6}{7}=$ (10) $\frac{8}{9}\div6=$

(11) $\frac{3}{4}\div\frac{4}{5}=$ (12) $6\div\frac{4}{5}=$ (13) $\frac{3}{8}\div\frac{2}{3}=$ (14) $\frac{7}{9}\div\frac{3}{7}=$ (15) $\frac{3}{5}\div\frac{5}{8}=$

(16) $\frac{2}{3}\div\frac{4}{5}=$ (17) $\frac{1}{6}\div\frac{2}{3}=$ (18) $3\div\frac{2}{3}=$ (19) $\frac{3}{4}\div\frac{3}{8}=$ (20) $\frac{3}{5}\div\frac{9}{10}=$

(21) $\frac{3}{8}\div\frac{8}{9}=$ (22) $4\div\frac{8}{9}=$ (23) $\frac{5}{7}\div\frac{3}{5}=$ (24) $\frac{5}{6}\div4=$ (25) $\frac{9}{14}\div\frac{3}{4}=$

(26) $\frac{3}{4}\div\frac{3}{5}=$ (27) $9\div\frac{3}{4}=$ (28) $\frac{7}{8}\div\frac{5}{6}=$ (29) $\frac{3}{5}\div\frac{5}{9}=$ (30) $\frac{3}{8}\div\frac{7}{12}=$

36. Divisão de fracções

(1) $1\frac{3}{4}\div\frac{7}{9}=$ (2) $\frac{5}{6}\div2\frac{1}{3}=$ (3) $1\frac{1}{3}\div4=$ (4) $1\frac{3}{8}\div2\frac{3}{4}=$

(5) $6\div1\frac{2}{9}=$ (6) $1\frac{5}{9}\div2\frac{2}{3}=$ (7) $2\frac{3}{8}\div6=$ (8) $3\frac{3}{4}\div1\frac{1}{5}=$

(9) $3\frac{3}{5}\div\frac{2}{7}=$ (10) $4\frac{2}{3}\div2\frac{1}{6}=$ (11) $2\frac{3}{8}\div3\frac{3}{4}=$ (12) $1\frac{2}{3}\div2\frac{1}{2}=$

(13) $1\frac{3}{7} \div \frac{3}{7} =$ (14) $2\frac{2}{3} \div 1\frac{4}{9} =$ (15) $4\frac{1}{4} \div 2\frac{3}{7} =$ (16) $4 \div 2\frac{3}{5} =$

(17) $1\frac{3}{4} \div 1\frac{2}{9} =$ (18) $\frac{2}{3} \div 1\frac{1}{9} =$ (19) $2\frac{3}{4} \div 2\frac{1}{5} =$ (20) $2\frac{4}{7} \div 9 =$

(21) $\frac{3}{8} \div \frac{8}{9} =$ (22) $2\frac{1}{3} \div \frac{3}{4} =$ (23) $2\frac{1}{4} \div \frac{5}{6} =$ (24) $\frac{5}{6} \div 4 =$

(25) $3\frac{1}{2} \div 1\frac{5}{9} =$ (26) $4\frac{1}{2} \div 2\frac{2}{3} =$ (27) $3\frac{2}{3} \div 2\frac{3}{4} =$ (28) $\frac{3}{4} \div 1\frac{5}{8} =$

(29) $\frac{3}{7} \div 5\frac{1}{3} =$ (30) $2\frac{2}{5} \div 1\frac{3}{7} =$

37. Adição de números decimais

(1) $8+0,1=$ (2) $7+0,6=$ (3) $1+0,4=$ (4) $6+0,9=$ (5) $9+0,3=$

(6) $8+0,7=$ (7) $3+0,7=$ (8) $8+0,2=$ (9) $7+0,6=$ (10) $3+0,3=$

(11) $6+0,8=$ (12) $4+0,6=$ (13) $2+0,7=$ (14) $1+0,5=$ (15) $9+0,2=$

(16) $5+0,5=$ (17) $7+0,6=$ (18) $2+0,3=$ (19) $2+0,9=$ (20) $4+0,8=$

(21) $9+0,1=$ (22) $9+0,2=$ (23) $5+0,5=$ (24) $6+0,7=$ (25) $1+0,4=$

(26) $2+0,1=$ (27) $8+0,5=$ (28) $5+0,4=$ (29) $4+0,1=$ (30) $5+0,2=$

38. Adição de números decimais

(1) $4+0,8=$ (2) $3+0,2=$ (3) $2+0,7=$ (4) $5+0,9=$ (5) $8+0,9=$

(6) $5+0,6=$ (7) $1+0,1=$ (8) $6+0,7=$ (9) $8+0,3=$ (10) $9+0,8=$

(11) $2+0,3=$ (12) $1+0,5=$ (13) $7+0,9=$ (14) $9+0,4=$ (15) $1+0,7=$

(16) $6+0,9=$ (17) $2+0,6=$ (18) $5+0,9=$ (19) $3+0,3=$ (20) $4+0,1=$

(21) $7+0,2=$ (22) $7+0,4=$ (23) $4+0,8=$ (24) $8+0,4=$ (25) $6+0,5=$

(26) $1+0,4=$ (27) $8+0,3=$ (28) $3+0,4=$ (29) $7+0,1=$ (30) $3+0,2=$

39. Adição de números decimais

(1) $0,5+0,4=$ (2) $0,1+0,1=$ (3) $1,7+1,3=$ (4) $0,2+0,5=$ (5) $3,3+1,6=$

(6) $0,8+0,6=$ (7) $1,8+6,1=$ (8) $0,6+0,3=$ (9) $0,2+0,2=$ (10) $1,3+5,7=$

(11) $0,7+0,8=$ (12) $0,6+0,6=$ (13) $3,3+1,7=$ (14) $6,6+2,6=$ (15) $1,5+8,4=$

(16) $0,3+0,7=$ (17) $0,8+0,9=$ (18) $0,3+0,1=$ (19) $0,8+0,9=$ (20) $0,4+0,2=$

(21) $0,1+0,2=$ (22) $1,2+1,1=$ (23) $4,6+4,2=$ (24) $0,9+0,6=$ (25) $2,8+3,4=$

(26) $2,1+7,5=$ (27) $3,4+2,4=$ (28) $0,7+0,7=$ (29) $1,9+1,1=$ (30) $0,5+0,8=$

40. Adição de números decimais

(1) $0,3+0,2=$ (2) $0,8+0,3=$ (3) $0,9+0,5=$ (4) $0,9+0,6=$ (5) $7,1+2,8=$

(6) $1,9+5,2=$ (7) $0,2+0,7=$ (8) $0,4+0,4=$ (9) $5,5+2,7=$ (10) $0,5+0,8=$

(11) $2,6+4,4=$ (12) $3,8+5,6=$ (13) $1,5+3,7=$ (14) $0,2+0,3=$ (15) $0,3+0,7=$

(16) $1,9+1,9=$ (17) $2,4+6,4=$ (18) $2,6+3,8=$ (19) $2,2+4,1=$ (20) $0,1+0,5=$

(21) $2,8+3,1=$ (22) $0,6+0,1=$ (23) $1,7+7,6=$ (24) $1,2+2,6=$ (25) $4,7+4,2=$

(26) $1,1+2,8=$ (27) $5,3+2,8=$ (28) $8,8+0,5=$ (29) $0,7+0,9=$ (30) $1,1+4,4=$

41. Adição de números decimais

(1) $0,23+0,12=$ (2) $0,34+0,81=$ (3) $0,89+0,11=$ (4) $0,93+0,6=$

(5) $0,8+0,69=$ (6) $0,56+0,54=$ (7) $0,88+0,68=$ (8) $0,37+0,29=$

(9) $0,6+0,12=$ (10) $0,36+0,3=$ (11) $0,22+0,9=$ (12) $0,31+0,12=$

(13) $0,58+0,57=$ (14) $0,69+0,13=$ (15) $0,7+0,26=$ (16) $0,6+0,66=$

(17) $0,35+0,4=$ (18) $0,45+0,81=$ (19) $0,51+0,31=$ (20) $0,49+0,54=$

(21) $0,31+0,7=$ (22) $0,24+0,9=$ (23) $0,31+0,2=$ (24) $0,26+0,42=$

(25) $0,48+0,76=$ (26) $0,9+0,64=$ (27) $0,8+0,56=$ (28) $0,46+0,9=$

(29) $0,16+0,69=$ (30) $0,73+0,37=$

42. Adição de números decimais

(1) $0,43+0,22=$ (2) $0,13+0,6=$ (3) $0,21+0,3=$ (4) $0,6+0,77=$

(5) $0,92+0,47=$ (6) $0,85+0,71=$ (7) $0,73+0,65=$ (8) $0,35+0,9=$

(9) $0,83+0,8=$ (10) $0,4+0,45=$ (11) $0,42+0,75=$ (12) $0,62+0,63=$

(13) $0,16+0,7=$ (14) $0,93+0,7=$ (15) $0,3+0,56=$ (16) $0,78+0,21=$

(17) $0,71+0,31=$ (18) $0,37+0,66=$ (19) $0,11+0,09=$ (20) $0,08+0,84=$

(21) $0,48+0,08=$ (22) $0,11+0,98=$ (23) $0,05+0,11=$ (24) $0,84+0,74=$

(25) $0,44+0,07=$ (26) $0,73+0,66=$ (27) $0,05+0,12=$ (28) $0,23+0,18=$

(29) $0,01+0,42=$ (30) $0,24+0,77=$

43. Subtracção de números decimais

(1) $7,9-6,1=$ (2) $6-3,3=$ (3) $5,7-2,1=$ (4) $9,6-1,7=$ (5) $5,9-2,5=$

(6) $4,8-2,6=$ (7) $8-7,2=$ (8) $6,1-4,4=$ (9) $5-3,7=$ (10) $4-2,2=$

(11) $8,8-4,1=$ (12) $7,3-0,8=$ (13) $3,9-1,1=$ (14) $5,6-2,2=$ (15) $4-1,1=$

(16) $8,7-7,8=$ (17) $8-6,6=$ (18) $8,8-5,9=$ (19) $7-3,3=$ (20) $4-0,8=$

(21) $7,9-1,6=$ (22) $5-2,9=$ (23) $7,5-1,6=$ (24) $4,1-3,2=$ (25) $7-1,2=$

(26) $9-8,6=$ (27) $3,2-1,2=$ (28) $4,9-4,6=$ (29) $8,7-8,1=$ (30) $9-8,6=$

44. Subtracção de números decimais

(1) $8,9-5,4=$ (2) $9-1,4=$ (3) $3-1,9=$ (4) $7-3,4=$ (5) $2,3-0,7=$

(6) $4,4-1,5=$ (7) $8,9-8,6=$ (8) $9-6,3=$ (9) $3-1,4=$ (10) $9,7-6,3=$

(11) $5,1-4,5=$ (12) $8-6,1=$ (13) $4-2,2=$ (14) $6-4,5=$ (15) $9,6-8,4=$

(16) $6,3-4,9=$ (17) $4,2-1,4=$ (18) $6,2-2,2=$ (19) $4-3,2=$ (20) $6,2-4,3=$

(21) $6-2,4=$ (22) $5-2,9=$ (23) $7-0,9=$ (24) $3,1-2,7=$ (25) $2,2-1,3=$

(26) $9,6-7,4=$ (27) $9-4,8=$ (28) $7,7-2,6=$ (29) $6-2,1=$ (30) $7,4-1,2=$

45. Subtracção de números decimais

(1) $8,5-0,54=$ (2) $5,2-0,96=$ (3) $3,3-0,13=$ (4) $7,2-0,61=$

(5) $3,22-0,21=$ (6) $8,3-0,22=$ (7) $82,51-0,18=$ (8) $8,24-0,43=$

(9) $4,67-0,52=$ (10) $4,83-0,76=$ (11) $12,6-0,32=$ (12) $73,1-0,75=$

(13) $1,01-0,62=$ (14) $34,2-0,87=$ (15) $71,91-0,38=$ (16) $47,4-0,16=$

(17) $48,03-0,34=$ (18) $34,99-0,27=$ (19) $7,34-0,83=$ (20) $3,1-0,27=$

(21) $14,2-0,28=$ (22) $1,3-0,81=$ (23) $10,57-0,57=$ (24) $12,19-0,95=$

(25) $34,31-0,28=$ (26) $69,22-0,36=$ (27) $6,97-0,28=$ (28) $83,5-0,08=$

(29) $66,3-0,18=$ (30) $34,8-0,17=$

46. Subtracção de números decimais

(1) $6,99-0,47=$ (2) $1,45-0,89=$ (3) $3,99-0,81=$ (4) $83,87-0,88=$

(5) $48,29-0,35=$ (6) $73,4-0,83=$ (7) $85,2-0,57=$ (8) $4,5-0,25=$

(9) $36,8-0,67=$ (10) $12,7-0,42=$ (11) $35,2-0,89=$ (12) $87,9-0,78=$

(13) $11,35-0,14=$ (14) $8,5-0,45=$ (15) $85,16-0,98=$ (16) $3,12-0,09=$

(17) $7,6-0,94=$ (18) $48,8-0,15=$ (19) $48,1-0,16=$ (20) $1,2-0,68=$

(21) $7,2-0,48=$ (22) $8,35-0,44=$ (23) $4,46-0,34=$ (24) $8,8-0,71=$

(25) $70,09-0,99=$ (26) $70,2-0,63=$ (27) $3,9-0,61=$ (28) $3,8-0,68=$

(29) $34,71-0,33=$ (30) $49,88-0,64=$

47. Multiplicação de números decimais

(1) $1,1\times 0,3=$ (2) $0,7\times 6,5=$ (3) $0,6\times 6,3=$ (4) $1,3\times 0,9=$

(5) $8,3\times 0,4=$ (6) $0,3\times 8,9=$ (7) $0,7\times 4,2=$ (8) $0,8\times 2,8=$

(9) $2,4\times 0,2=$ (10) $0,6\times 6,2=$ (11) $5,5\times 0,2=$ (12) $0,1\times 5,8=$

(13) $1,9\times 0,3=$ (14) $0,9\times 7,3=$ (15) $4,6\times 0,4=$ (16) $0,6\times 9,6=$

(17) $7,6\times 0,1=$ (18) $7,1\times 0,9=$ (19) $3,2\times 0,1=$ (20) $8,1\times 0,4=$

(21) $0,2\times 8,4=$ (22) $2,8\times 0,4=$ (23) $4,6\times 0,8=$ (24) $5,4\times 0,5=$

(25) $0,5\times 4,8=$ (26) $9,6\times 0,5=$ (27) $0,4\times 6,1=$ (28) $7,6\times 0,9=$

(29) $0,6\times 7,9=$ (30) $0,8\times 2,3=$

48. Multiplicação de números decimais

(1) $2,5\times 0,8=$ (2) $0,5\times 2,1=$ (3) $4,5\times 0,7=$ (4) $0,4\times 9,4=$

(5) $0,3\times 8,3=$ (6) $0,8\times 7,8=$ (7) $0,3\times 2,4=$ (8) $8,4\times 0,1=$

(9) $6,3\times 0,3=$ (10) $4,5\times 0,5=$ (11) $3,9\times 0,7=$ (12) $6,7\times 0,5=$

(13) $0,7\times 5,8=$ (14) $6,5\times 0,2=$ (15) $0,6\times 5,3=$ (16) $4,6\times 0,9=$

(17) $0,3\times 9,4=$ (18) $0,9\times 2,9=$ (19) $0,2\times 2,2=$ (20) $0,2\times 8,2=$

(21) $0,4\times 6,7=$ (22) $0,6\times 4,4=$ (23) $0,7\times 6,4=$ (24) $0,8\times 8,8=$

(25) $3,8\times 0,2=$ (26) $7,4\times 0,3=$ (27) $2,7\times 0,1=$ (28) $4,9\times 0,6=$

(29) $0,4\times 3,8=$ (30) $7,2\times 0,4=$

49. Multiplicação de números decimais

(1) $7,5\times 1,7=$ (2) $7,8\times 3,6=$ (3) $8,9\times 6,5=$ (4) $3,4\times 9,3=$

(5) $1,2\times 9,4=$ (6) $1,7\times 1,9=$ (7) $1,9\times 4,1=$ (8) $5,7\times 8,2=$

(9) $9,5\times 2,6=$ (10) $9,2\times 1,6=$ (11) $7,1\times 4,9=$ (12) $7,4\times 3,8=$

(13) $2,1\times 4,6=$ (14) $8,2\times 9,6=$ (15) $1,4\times 2,6=$ (16) $5,2\times 6,5=$

(17) $3,9\times 2,3=$ (18) $9,7\times 4,4=$ (19) $5,3\times 7,4=$ (20) $1,3\times 2,8=$

(21) $2{,}1\times1{,}1=$	(22) $4{,}1\times7{,}2=$	(23) $4{,}6\times6{,}8=$	(24) $8{,}7\times6{,}6=$
(25) $3{,}6\times6{,}3=$	(26) $5{,}1\times3{,}5=$	(27) $6{,}4\times3{,}7=$	(28) $3{,}1\times6{,}9=$
(29) $5{,}5\times4{,}9=$	(30) $5{,}9\times8{,}8=$		

50. Multiplicação de números decimais

(1) $8{,}4\times3{,}8=$	(2) $3{,}2\times4{,}2=$	(3) $5{,}7\times7{,}4=$	(4) $1{,}3\times3{,}2=$
(5) $8{,}1\times2{,}2=$	(6) $9{,}1\times4{,}1=$	(7) $4{,}9\times7{,}4=$	(8) $2{,}5\times5{,}9=$
(9) $8{,}8\times8{,}3=$	(10) $3{,}9\times5{,}7=$	(11) $2{,}3\times6{,}2=$	(12) $4{,}3\times3{,}5=$
(13) $9{,}8\times6{,}1=$	(14) $9{,}5\times4{,}8=$	(15) $6{,}7\times7{,}4=$	(16) $2{,}4\times5{,}1=$
(17) $3{,}5\times9{,}2=$	(18) $8{,}3\times1{,}7=$	(19) $6{,}3\times8{,}3=$	(20) $9{,}5\times9{,}8=$
(21) $7{,}9\times9{,}5=$	(22) $6{,}6\times8{,}1=$	(23) $8{,}6\times3{,}3=$	(24) $5{,}3\times5{,}4=$
(25) $5{,}8\times7{,}8=$	(26) $8{,}9\times3{,}6=$	(27) $4{,}6\times5{,}7=$	(28) $1{,}5\times1{,}7=$
(29) $3{,}8\times9{,}1=$	(30) $1{,}8\times4{,}2=$		

51. Divisão de números decimais

(1) $27\div0{,}5=$	(2) $51\div0{,}6=$	(3) $99\div0{,}6=$	(4) $36\div0{,}2=$
(5) $77\div0{,}7=$	(6) $92\div0{,}4=$	(7) $33\div0{,}6=$	(8) $84\div0{,}3=$
(9) $76\div0{,}2=$	(10) $62\div0{,}2=$	(11) $49\div0{,}7=$	(12) $78\div0{,}5=$
(13) $72\div0{,}6=$	(14) $44\div0{,}8=$	(15) $84\div0{,}7=$	(16) $96\div0{,}4=$
(17) $70\div0{,}4=$	(18) $54\div0{,}4=$	(19) $36\div0{,}6=$	(20) $81\div0{,}9=$
(21) $63\div0{,}3=$	(22) $81\div0{,}3=$	(23) $42\div0{,}4=$	(24) $84\div0{,}2=$
(25) $12\div0{,}5=$	(26) $48\div0{,}8=$	(27) $61\div0{,}5=$	(28) $98\div0{,}7=$
(29) $66\div0{,}3=$	(30) $72\div0{,}8=$		

52. Divisão de números decimais

(1) $94\div0{,}2=$	(2) $63\div0{,}9=$	(3) $57\div0{,}3=$	(4) $36\div0{,}3=$
(5) $51\div0{,}2=$	(6) $82\div0{,}2=$	(7) $38\div0{,}2=$	(8) $78\div0{,}6=$
(9) $62\div0{,}4=$	(10) $12\div0{,}8=$	(11) $76\div0{,}8=$	(12) $54\div0{,}9=$
(13) $26\div0{,}2=$	(14) $12\div0{,}6=$	(15) $18\div0{,}6=$	(16) $30\div0{,}3=$
(17) $96\div0{,}5=$	(18) $86\div0{,}2=$	(19) $68\div0{,}4=$	(20) $24\div0{,}2=$
(21) $27\div0{,}6=$	(22) $81\div0{,}2=$	(23) $87\div0{,}6=$	(24) $63\div0{,}7=$

(25) $75 \div 0,3 =$ (26) $21 \div 0,5 =$ (27) $96 \div 0,3 =$ (28) $72 \div 0,9 =$

(29) $96 \div 0,8 =$ (30) $67 \div 0,5 =$

53. Divisão de números decimais

(1) $15 \div 6 =$ (2) $7,2 \div 9 =$ (3) $15,3 \div 3 =$ (4) $58 \div 8 =$

(5) $1,82 \div 7 =$ (6) $19,98 \div 2 =$ (7) $29 \div 5 =$ (8) $21,6 \div 6 =$

(9) $48,85 \div 5 =$ (10) $31 \div 4 =$ (11) $23,85 \div 3 =$ (12) $1,62 \div 3 =$

(13) $19 \div 8 =$ (14) $16,32 \div 4 =$ (15) $1,35 \div 3 =$ (16) $9 \div 6 =$

(17) $24,3 \div 3 =$ (18) $3,12 \div 6 =$ (19) $69 \div 4 =$ (20) $14,8 \div 2 =$

(21) $2,44 \div 4 =$ (22) $23 \div 8 =$ (23) $1,47 \div 3 =$ (24) $38,8 \div 4 =$

(25) $3 \div 4 =$ (26) $0,56 \div 4 =$ (27) $3,92 \div 8 =$ (28) $21 \div 6 =$

(29) $19,5 \div 5 =$ (30) $35,75 \div 5 =$

54. Divisão de números decimais

(1) $98 \div 8 =$ (2) $38,12 \div 4 =$ (3) $3,29 \div 7 =$ (4) $42 \div 5 =$

(5) $1,12 \div 7 =$ (6) $4,06 \div 7 =$ (7) $37 \div 2 =$ (8) $25,8 \div 3 =$

(9) $43,56 \div 6 =$ (10) $33 \div 8 =$ (11) $33,2 \div 5 =$ (12) $2,46 \div 3 =$

(13) $46 \div 4 =$ (14) $3,48 \div 2 =$ (15) $25,47 \div 3 =$ (16) $41 \div 2 =$

(17) $24,2 \div 4 =$ (18) $4,32 \div 6 =$ (19) $77 \div 8 =$ (20) $1,17 \div 9 =$

(21) $17,6 \div 4 =$ (22) $63 \div 5 =$ (23) $58,2 \div 6 =$ (24) $2,61 \div 9 =$

(25) $89 \div 4 =$ (26) $17,22 \div 3 =$ (27) $5,6 \div 8 =$ (28) $67 \div 8 =$

(29) $1,47 \div 7 =$ (30) $53,4 \div 6 =$

55. Divisão de números decimais

(1) $8,4 \div 1,4 =$ (2) $22,4 \div 3,2 =$ (3) $14,4 \div 7,2 =$ (4) $13,8 \div 2,3 =$

(5) $27,2 \div 3,4 =$ (6) $43,5 \div 8,7 =$ (7) $28,7 \div 4,1 =$ (8) $28,8 \div 9,6 =$

(9) $23,4 \div 2,6 =$ (10) $36,4 \div 5,2 =$ (11) $29,2 \div 7,3 =$ (12) $33,6 \div 4,2 =$

(13) $5,1 \div 1,7 =$ (14) $19,2 \div 2,4 =$ (15) $10,4 \div 1,3 =$ (16) $17,4 \div 2,9 =$

(17) $34,2 \div 3,8 =$ (18) $31,8 \div 5,3 =$ (19) $14,4 \div 1,8 =$ (20) $53,2 \div 7,6 =$

(21) $18,9 \div 6,3 =$ (22) $24,9 \div 8,3 =$ (23) $26,4 \div 8,8 =$ (24) $18,6 \div 9,3 =$

(25) $34,3 \div 4,9 =$ (26) $17,6 \div 4,4 =$ (27) $15,8 \div 7,9 =$ (28) $44,8 \div 5,6 =$

(29) $54,4 \div 6,8 =$ (30) $38,7 \div 4,3 =$

56. Divisão de números decimais

(1) $43,2 \div 3,6 =$ (2) $349,6 \div 7,6 =$ (3) $272,8 \div 4,4 =$ (4) $53,2 \div 1,4 =$

(5) $475,6 \div 5,8 =$ (6) $157,7 \div 8,3 =$ (7) $61,6 \div 2,8 =$ (8) $197,2 \div 6,8 =$

(9) $208,8 \div 7,2 =$ (10) $214,2 \div 6,3 =$ (11) $574,2 \div 8,7 =$ (12) $261,8 \div 3,4 =$

(13) $377,2 \div 4,6 =$ (14) $197,8 \div 2,3 =$ (15) $142,4 \div 1,6 =$ (16) $153,7 \div 5,3 =$

(17) $117,3 \div 1,7 =$ (18) $455,9 \div 9,7 =$ (19) $278,4 \div 9,6 =$ (20) $316,8 \div 3,2 =$

(21) $327,6 \div 5,2 =$ (22) $102,7 \div 7,9 =$ (23) $184,9 \div 4,3 =$ (24) $213,6 \div 2,4 =$

(25) $303,4 \div 8,2 =$ (26) $377,2 \div 9,2 =$ (27) $255,3 \div 6,9 =$ (28) $436,6 \div 7,4 =$

(29) $481,6 \div 8,6 =$ (30) $307,2 \div 6,4 =$

57. Divisão de números decimais

(1) $8,84 \div 3,4 =$ (2) $23,28 \div 2,4 =$ (3) $25,65 \div 4,5 =$ (4) $51,52 \div 5,6 =$

(5) $50,82 \div 6,6 =$ (6) $67,86 \div 8,7 =$ (7) $16,24 \div 2,9 =$ (8) $9,62 \div 3,7 =$

(9) $31,04 \div 9,7 =$ (10) $15,98 \div 1,7 =$ (11) $59,86 \div 7,3 =$ (12) $17,38 \div 2,2 =$

(13) $36,19 \div 4,7 =$ (14) $52,64 \div 9,4 =$ (15) $22,36 \div 5,2 =$ (16) $39,06 \div 6,2 =$

(17) $11,18 \div 4,3 =$ (18) $14,82 \div 1,9 =$ (19) $32.37 \div 8,3 =$ (20) $11,64 \div 1,2 =$

(21) $18,24 \div 7,6 =$ (22) $14,04 \div 7,8 =$ (23) $18,24 \div 5,7 =$ (24) $10,92 \div 3,9 =$

(25) $75,53 \div 9,1 =$ (26) $74,76 \div 8,4 =$ (27) $40,32 \div 6,3 =$ (28) $53,32 \div 8,6 =$

(29) $21,66 \div 3,8 =$ (30) $49,58 \div 7,4 =$

58. Divisão de números decimais

(1) $35,26 \div 8,2 =$ (2) $16,66 \div 4,9 =$ (3) $8,74 \div 2,3 =$ (4) $12,32 \div 1,4 =$

(5) $24,64 \div 7,7 =$ (6) $41,34 \div 5,3 =$ (7) $37,12 \div 6,4 =$ (8) $23,14 \div 2,6 =$

(9) $14,76 \div 8,2 =$ (10) $30,69 \div 3,3 =$ (11) $65,28 \div 9,6 =$ (12) $32,16 \div 4,8 =$

(13) $44,64 \div 9,3 =$ (14) $14,24 \div 1,6 =$ (15) $38,71 \div 7,9 =$ (16) $7,98 \div 4,2 =$

(17) $20,06 \div 5,9 =$ (18) $18,36 \div 6,8 =$ (19) $20,88 \div 7,2 =$ (20) $13,44 \div 3,2 =$

(21) $13,86 \div 1,8 =$ (22) $35,28 \div 4,9 =$ (23) $77,44 \div 8,8 =$ (24) $87,42 \div 9,4 =$

(25) $18,76 \div 2,8 =$ (26) $33,28 \div 6,4 =$ (27) $30,24 \div 3,6 =$ (28) $52,92 \div 5,4 =$

(29) $53,82 \div 7,8 =$ (30) $64,74 \div 8,3 =$

59. Divisão de números decimais

(1) $5,658 \div 2,46 =$ (2) $21,84 \div 7,28 =$ (3) $56,22 \div 9,37 =$ (4) $127,4 \div 3,64 =$

(5) $312,2 \div 4,46 =$ (6) $3,431 \div 0,73 =$ (7) $44,96 \div 5,62 =$ (8) $2,584 \div 1,36 =$

(9) $172,4 \div 8,62 =$ (10) $15,456 \div 4,83 =$ (11) $79,74 \div 8,86 =$ (12) $21,097 \div 2,89 =$

(13) $556 \div 6,95 =$ (14) $25,704 \div 3,57 =$ (15) $51,24 \div 7,32 =$ (16) $6,636 \div 0,84 =$

(17) $160,5 \div 5,35 =$ (18) $66,56 \div 1,04 =$ (19) $614,9 \div 9,46 =$ (20) $25,384 \div 6,68 =$

(21) $319,8 \div 4,92 =$ (22) $89,65 \div 1,63 =$ (23) $89,91 \div 0,27 =$ (24) $283,5 \div 3,78 =$

(25) $35,174 \div 8,18 =$ (26) $347,4 \div 9,65 =$ (27) $9,954 \div 5,53 =$ (28) $19,45 \div 7,78 =$

(29) $25,116 \div 2,99 =$ (30) $64,053 \div 6,47 =$

60. Divisão de números decimais

(1) $436,8 \div 6,72 =$ (2) $38,016 \div 7,92 =$ (3) $10,638 \div 3,94 =$ (4) $38,228 \div 5,03 =$

(5) $115,8 \div 1,93 =$ (6) $40,523 \div 8,27 =$ (7) $153,4 \div 2,36 =$ (8) $55,986 \div 9,03 =$

(9) $188,1 \div 6,27 =$ (10) $384,3 \div 8,54 =$ (11) $30,514 \div 4,18 =$ (12) $229,9 \div 2,42 =$

(13) $12,367 \div 1,49 =$ (14) $28,242 \div 3,23 =$ (15) $17,687 \div 7,69 =$ (16) $460,2 \div 7,08 =$

(17) $423,5 \div 6,05 =$ (18) $53,82 \div 5,98 =$ (19) $25,462 \div 4,39 =$ (20) $25,9 \div 2,59 =$

(21) $75,6 \div 1,89 =$ (22) $289,5 \div 3,86 =$ (23) $545,3 \div 5,74 =$ (24) $21,296 \div 4,84 =$

(25) $71,379 \div 9,27 =$ (26) $3,382 \div 0,38 =$ (27) $30,228 \div 9,16 =$ (28) $31,616 \div 8,32 =$

(29) $513,7 \div 9,34 =$ (30) $673,2 \div 7,48 =$

Soluções adicionais de cálculos

1.

(1) 41	(2) 51	(3) 26	(4) 22	(5) 23
(6) 94	(7) 34	(8) 71	(9) 48	(10) 78
(11) 70	(12) 51	(13) 69	(14) 82	(15) 78
(16) 81	(17) 82	(18) 56	(19) 70	(20) 21
(21) 88	(22) 91	(23) 39	(24) 44	(25) 79
(26) 93	(27) 48	(28) 89	(29) 36	(30) 96

2.

(1) 66	(2) 62	(3) 74	(4) 91	(5) 94
(6) 64	(7) 81	(8) 97	(9) 91	(10) 62
(11) 95	(12) 82	(13) 73	(14) 93	(15) 99
(16) 66	(17) 104	(18) 73	(19) 92	(20) 77
(21) 82	(22) 83	(23) 96	(24) 71	(25) 71
(26) 94	(27) 74	(28) 91	(29) 91	(30) 73

3.

(1) 165	(2) 112	(3) 132	(4) 81	(5) 142
(6) 80	(7) 143	(8) 164	(9) 103	(10) 122
(11) 81	(12) 170	(13) 112	(14) 81	(15) 111
(16) 73	(17) 73	(18) 93	(19) 145	(20) 80
(21) 125	(22) 52	(23) 120	(24) 118	(25) 60
(26) 83	(27) 154	(28) 92	(29) 165	(30) 101

4.

(1) 172	(2) 495	(3) 191	(4) 661	(5) 553
(6) 763	(7) 243	(8) 921	(9) 396	(10) 173
(11) 871	(12) 653	(13) 683	(14) 862	(15) 381
(16) 190	(17) 193	(18) 283	(19) 161	(20) 546
(21) 382	(22) 423	(23) 694	(24) 692	(25) 382
(26) 995	(27) 863	(28) 783	(29) 782	(30) 663

5.

(1) 1028	(2) 1468	(3) 992	(4) 1584	(5) 1522
(6) 785	(7) 1275	(8) 511	(9) 517	(10) 796
(11) 1397	(12) 1716	(13) 1626	(14) 753	(15) 1410
(16) 1206	(17) 687	(18) 1455	(19) 1419	(20) 418
(21) 1491	(22) 1224	(23) 1272	(24) 1257	(25) 1672
(26) 1336	(27) 424	(28) 1170	(29) 997	(30) 1693

6.

(1) 5923	(2) 4806	(3) 17340	(4) 17379	(5) 10306
(6) 7378	(7) 7530	(8) 14041	(9) 12147	(10) 11370
(11) 15447	(12) 13981	(13) 15121	(14) 12548	(15) 3600
(16) 14507	(17) 13577	(18) 10123	(19) 16273	(20) 11845
(21) 13735	(22) 8563	(23) 8573	(24) 15042	(25) 12595
(26) 7936	(27) 12284	(28) 11646	(29) 15738	(30) 8241

7.

(1) 89	(2) 87	(3) 7	(4) 56	(5) 64
(6) 53	(7) 93	(8) 12	(9) 77	(10) 15
(11) 62	(12) 63	(13) 94	(14) 83	(15) 28
(16) 68	(17) 21	(18) 84	(19) 56	(20) 36
(21) 8	(22) 86	(23) 32	(24) 90	(25) 68
(26) 49	(27) 27	(28) 87	(29) 36	(30) 9

8.

(1) 27	(2) 68	(3) 68	(4) 75	(5) 48
(6) 88	(7) 39	(8) 4	(9) 25	(10) 49
(11) 28	(12) 89	(13) 19	(14) 86	(15) 35
(16) 49	(17) 19	(18) 59	(19) 31	(20) 7
(21) 58	(22) 9	(23) 38	(24) 48	(25) 9
(26) 63	(27) 79	(28) 87	(29) 86	(30) 76

9.

(1) 47	(2) 19	(3) 39	(4) 7	(5) 7
(6) 18	(7) 29	(8) 28	(9) 18	(10) 28
(11) 56	(12) 39	(13) 9	(14) 1	(15) 69
(16) 19	(17) 38	(18) 36	(19) 6	(20) 4
(21) 19	(22) 28	(23) 14	(24) 36	(25) 7
(26) 29	(27) 7	(28) 19	(29) 35	(30) 29

10.

(1) 323	(2) 117	(3) 402	(4) 733	(5) 120
(6) 613	(7) 521	(8) 902	(9) 833	(10) 744
(11) 400	(12) 625	(13) 525	(14) 912	(15) 525
(16) 822	(17) 408	(18) 521	(19) 264	(20) 263
(21) 910	(22) 132	(23) 931	(24) 547	(25) 233
(26) 702	(27) 911	(28) 627	(29) 422	(30) 754

11.

(1) 106	(2) 70	(3) 53	(4) 112	(5) 117

(6) 34	(7) 40	(8) 151	(9) 73	(10) 65
(11) 81	(12) 69	(13) 127	(14) 131	(15) 129
(16) 174	(17) 130	(18) 171	(19) 134	(20) 54
(21) 97	(22) 108	(23) 78	(24) 74	(25) 81
(26) 140	(27) 121	(28) 120	(29) 67	(30) 92

12.

(1) 753	(2) 786	(3) 581	(4) 588	(5) 397
(6) 462	(7) 539	(8) 769	(9) 425	(10) 448
(11) 68	(12) 378	(13) 189	(14) 286	(15) 876
(16) 459	(17) 288	(18) 463	(19) 876	(20) 679
(21) 677	(22) 879	(23) 774	(24) 869	(25) 819
(26) 767	(27) 449	(28) 181	(29) 554	(30) 696

13.

(1) 184	(2) 304	(3) 224	(4) 48	(5) 108
(6) 186	(7) 249	(8) 485	(9) 192	(10) 224
(11) 128	(12) 312	(13) 376	(14) 124	(15) 166
(16) 175	(17) 462	(18) 462	(19) 175	(20) 68
(21) 376	(22) 243	(23) 87	(24) 192	(25) 297
(26) 623	(27) 272	(28) 70	(29) 380	(30) 74

14.

(1) 2597	(2) 962	(3) 1659	(4) 3901	(5) 6141
(6) 7084	(7) 8428	(8) 1404	(9) 2541	(10) 672
(11) 1700	(12) 2106	(13) 930	(14) 576	(15) 1020
(16) 847	(17) 5192	(18) 528	(19) 2438	(20) 3649
(21) 1344	(22) 3139	(23) 2814	(24) 2176	(25) 3026
(26) 4968	(27) 4200	(28) 3276	(29) 3108	(30) 2618

15.

(1) 23400	(2) 16392	(3) 28314	(4) 43381	(5) 84651
(6) 31786	(7) 20769	(8) 9425	(9) 6593	(10) 29078
(11) 27336	(12) 15568	(13) 29413	(14) 12980	(15) 22230
(16) 13973	(17) 26352	(18) 53214	(19) 79182	(20) 12144
(21) 82156	(22) 42280	(23) 21021	(24) 52206	(25) 50439
(26) 4488	(27) 11454	(28) 86592	(29) 3173	(30) 32452

16.

(1) 273196	(2) 512940	(3) 181704	(4) 221234	(5) 117694
(6) 138996	(7) 445038	(8) 444352	(9) 63168	(10) 246250
(11) 211385	(12) 355725	(13) 26144	(14) 244944	(15) 540015

(16) 492436	(17) 498848	(18) 510498	(19) 197030	(20) 571247
(21) 515354	(22) 127455	(23) 180987	(24) 150228	(25) 206664
(26) 138908	(27) 176172	(28) 443848	(29) 127724	(30) 359046

17.

(1) 1672	(2) 3294	(3) 2070	(4) 1940	(5) 2730
(6) 1680	(7) 480	(8) 7138	(9) 5254	(10) 1156
(11) 1716	(12) 1426	(13) 1520	(14) 7921	(15) 1798
(16) 2134	(17) 1740	(18) 6708	(19) 3648	(20) 5723
(21) 1496	(22) 1162	(23) 3984	(24) 2304	(25) 930
(26) 1485	(27) 500	(28) 810	(29) 6320	(30) 1624

18.

(1) 611	(2) 3690	(3) 800	(4) 3380	(5) 1221
(6) 504	(7) 833	(8) 2184	(9) 1134	(10) 3380
(11) 2250	(12) 779	(13) 3267	(14) 6885	(15) 2597
(16) 4544	(17) 1183	(18) 4186	(19) 4940	(20) 5704
(21) 915	(22) 6270	(23) 1624	(24) 3773	(25) 1134
(26) 2470	(27) 483	(28) 2337	(29) 2944	(30) 2888

19.

(1) 20066	(2) 8136	(3) 53059	(4) 33764	(5) 16848
(6) 7626	(7) 86304	(8) 41616	(9) 55600	(10) 39278
(11) 31464	(12) 32336	(13) 14912	(14) 6328	(15) 28860
(16) 41446	(17) 44265	(18) 23760	(19) 7290	(20) 24300
(21) 34050	(22) 17409	(23) 58968	(24) 13178	(25) 37925
(26) 19803	(27) 45168	(28) 29040	(29) 14460	(30) 54752

20.

(1) 26144	(2) 2266	(3) 72376	(4) 19844	(5) 75620
(6) 16344	(7) 11700	(8) 38889	(9) 4888	(10) 21138
(11) 9614	(12) 10602	(13) 38786	(14) 58394	(15) 26117
(16) 19635	(17) 9128	(18) 24255	(19) 18928	(20) 11628
(21) 39285	(22) 17952	(23) 19872	(24) 41764	(25) 29298
(26) 10965	(27) 55941	(28) 10608	(29) 30738	(30) 22848

21.

(1) 215888	(2) 606390	(3) 109785	(4) 101556	(5) 569030
(6) 187335	(7) 197072	(8) 477747	(9) 138724	(10) 236863
(11) 401568	(12) 153850	(13) 371772	(14) 298942	(15) 387504
(16) 125832	(17) 48204	(18) 405185	(19) 132908	(20) 268925
(21) 445968	(22) 110000	(23) 165839	(24) 174947	(25) 308730

(26) 697686	(27) 154602	(28) 579330	(29) 649078	(30) 93288

22.

(1) 113685	(2) 483600	(3) 166421	(4) 125369	(5) 306228
(6) 140986	(7) 110565	(8) 323640	(9) 323180	(10) 76007
(11) 646407	(12) 384028	(13) 316244	(14) 126290	(15) 336648
(16) 93964	(17) 185952	(18) 88192	(19) 91933	(20) 91881
(21) 94010	(22) 530784	(23) 48158	(24) 78300	(25) 520206
(26) 359040	(27) 266400	(28) 800358	(29) 875600	(30) 486234

23.

(1) 6	(2) 9	(3) 8	(4) 2	(5) 4	(6) 7
(7) 7	(8) 4	(9) 8	(10) 2	(11) 6	(12) 8
(13) 3	(14) 2	(15) 5	(16) 9	(17) 9	(18) 8
(19) 8	(20) 4	(21) 5	(22) 3	(23) 6	(24) 8
(25) 4	(26) 5	(27) 5	(28) 9	(29) 4	(30) 6

24.

(1) 11	(2) 32	(3) 39	(4) 17	(5) 15	(6) 14
(7) 13	(8) 16	(9) 13	(10) 29	(11) 46	(12) 14
(13) 11	(14) 12	(15) 19	(16) 20	(17) 26	(18) 24
(19) 29	(20) 16	(21) 28	(22) 17	(23) 16	(24) 14
(25) 24	(26) 11	(27) 18	(28) 38	(29) 22	(30) 27

25.

(1) 70	(2) 73	(3) 74	(4) 80	(5) 71	(6) 55
(7) 90	(8) 41	(9) 65	(10) 70	(11) 77	(12) 79
(13) 60	(14) 99	(15) 47	(16) 60	(17) 83	(18) 98
(19) 80	(20) 94	(21) 85	(22) 60	(23) 97	(24) 95
(25) 80	(26) 65	(27) 63	(28) 70	(29) 93	(30) 87

26.

(1) 4	(2) 6	(3) 5	(4) 2	(5) 3	(6) 3
(7) 3	(8) 2	(9) 2	(10) 2	(11) 3	(12) 7
(13) 3	(14) 4	(15) 4	(16) 3	(17) 3	(18) 4
(19) 3	(20) 2	(21) 2	(22) 3	(23) 2	(24) 8
(25) 2	(26) 5	(27) 3	(28) 3	(29) 3	(30) 6

27.

(1) 8	(2) 6	(3) 82	(4) 6	(5) 8	(6) 23
(7) 9	(8) 4	(9) 22	(10) 6	(11) 6	(12) 13
(13) 9	(14) 8	(15) 72	(16) 7	(17) 41	(18) 11

(19) 6 (20) 54 (21) 54 (22) 8 (23) 24 (24) 52
(25) 7 (26) 22 (27) 36 (28) 9 (29) 11 (30) 22

28.

(1) 15 (2) 14 (3) 57 (4) 18 (5) 36 (6) 15
(7) 16 (8) 38 (9) 19 (10) 16 (11) 24 (12) 16
(13) 16 (14) 15 (15) 48 (16) 39 (17) 18 (18) 28
(19) 17 (20) 19 (21) 14 (22) 17 (23) 27 (24) 19
(25) 14 (26) 48 (27) 15 (28) 17 (29) 38 (30) 19

29.

(1) $\frac{3}{4}$ (2) $\frac{7}{12}$ (3) $\frac{37}{45}$ (4) $\frac{7}{10}$ (5) $\frac{20}{21}$ (6) $\frac{31}{45}$

(7) $\frac{11}{12}$ (8) $\frac{1}{3}$ (9) $\frac{68}{77}$ (10) $\frac{7}{8}$ (11) $\frac{7}{6}$ (12) $\frac{17}{24}$

(13) $\frac{9}{10}$ (14) $\frac{11}{28}$ (15) $\frac{11}{20}$ (16) $\frac{1}{2}$ (17) $\frac{57}{40}$ (18) $\frac{23}{30}$

(19) $\frac{8}{9}$ (20) $\frac{13}{12}$ (21) $\frac{17}{28}$ (22) $\frac{7}{15}$ (23) $\frac{8}{15}$ (24) $\frac{5}{6}$

(25) $\frac{17}{24}$ (26) $\frac{31}{40}$ (27) $\frac{2}{3}$ (28) $\frac{16}{21}$ (29) $\frac{49}{60}$ (30) $\frac{29}{48}$

30.

(1) $\frac{1}{4}$ (2) $\frac{2}{15}$ (3) $\frac{2}{9}$ (4) $\frac{4}{21}$ (5) $\frac{3}{10}$ (6) $\frac{1}{12}$

(7) $\frac{1}{8}$ (8) $\frac{9}{28}$ (9) $\frac{1}{28}$ (10) $\frac{1}{12}$ (11) $\frac{1}{18}$ (12) $\frac{23}{42}$

(13) $\frac{1}{6}$ (14) $\frac{1}{3}$ (15) $\frac{7}{15}$ (16) $\frac{3}{10}$ (17) $\frac{8}{15}$ (18) $\frac{3}{14}$

(19) $\frac{5}{6}$ (20) $\frac{1}{4}$ (21) $\frac{5}{58}$ (22) $\frac{13}{24}$ (23) $\frac{9}{40}$ (24) $\frac{11}{42}$

(25) $\frac{3}{14}$ (26) $\frac{17}{60}$ (27) $\frac{19}{48}$ (28) $\frac{13}{36}$ (29) $\frac{11}{45}$ (30) $\frac{19}{48}$

31.

(1) $2\frac{1}{12}$	(2) $2\frac{1}{6}$	(3) $2\frac{1}{12}$	(4) $2\frac{11}{15}$	(5) $4\frac{1}{12}$	(6) $4\frac{2}{15}$
(7) $1\frac{1}{2}$	(8) $4\frac{5}{15}$	(9) $2\frac{31}{40}$	(10) $4\frac{17}{24}$	(11) $5\frac{9}{10}$	(12) $4\frac{49}{60}$
(13) $3\frac{11}{20}$	(14) $3\frac{11}{28}$	(15) $2\frac{14}{15}$	(16) $4\frac{23}{30}$	(17) $5\frac{8}{9}$	(18) $4\frac{43}{48}$
(19) $6\frac{17}{28}$	(20) $3\frac{7}{15}$	(21) $8\frac{3}{4}$	(22) $2\frac{5}{6}$	(23) $4\frac{17}{24}$	(24) $4\frac{7}{10}$
(25) $2\frac{11}{12}$	(26) $3\frac{17}{48}$	(27) $3\frac{59}{72}$	(28) $5\frac{5}{24}$	(29) $4\frac{17}{28}$	(30) $3\frac{17}{18}$

32.

(1) $\frac{11}{12}$	(2) $1\frac{5}{6}$	(3) $1\frac{17}{60}$	(4) $\frac{19}{36}$	(5) $1\frac{1}{20}$	(6) $1\frac{2}{21}$
(7) $\frac{13}{45}$	(8) $2\frac{3}{10}$	(9) $\frac{43}{90}$	(10) $\frac{46}{63}$	(11) $2\frac{1}{2}$	(12) $\frac{13}{33}$
(13) $1\frac{7}{12}$	(14) $3\frac{1}{24}$	(15) $2\frac{7}{48}$	(16) $\frac{31}{35}$	(17) $\frac{5}{6}$	(18) $1\frac{2}{15}$
(19) $2\frac{1}{4}$	(20) $1\frac{32}{45}$	(21) $1\frac{3}{4}$	(22) $1\frac{46}{63}$	(23) $1\frac{1}{42}$	(24) $2\frac{17}{40}$
(25) $1\frac{43}{56}$	(26) $\frac{17}{24}$	(27) $1\frac{19}{24}$	(28) $3\frac{11}{24}$	(29) $1\frac{31}{36}$	(30) $\frac{17}{28}$

33.

(1) $\frac{1}{8}$	(2) $\frac{5}{42}$	(3) $\frac{2}{3}$	(4) $\frac{3}{4}$	(5) $\frac{2}{35}$	(6) $\frac{9}{20}$
(7) $\frac{4}{15}$	(8) $\frac{8}{3}$	(9) $\frac{6}{11}$	(10) $\frac{8}{21}$	(11) $\frac{25}{42}$	(12) $\frac{1}{2}$
(13) $\frac{10}{3}$	(14) $\frac{24}{5}$	(15) $\frac{2}{27}$	(16) $\frac{8}{15}$	(17) $\frac{20}{7}$	(18) $\frac{5}{18}$
(19) $\frac{1}{4}$	(20) $\frac{3}{28}$	(21) $\frac{10}{21}$	(22) $\frac{5}{21}$	(23) $\frac{2}{7}$	(24) $\frac{1}{15}$
(25) $\frac{2}{15}$	(26) $\frac{8}{21}$	(27) $\frac{1}{6}$	(28) $\frac{16}{33}$	(29) $\frac{16}{21}$	(30) $\frac{1}{3}$

34.

(1) $\frac{8}{9}$ (2) $3\frac{3}{8}$ (3) $1\frac{11}{21}$ (4) $2\frac{13}{25}$ (5) $3\frac{1}{7}$ (6) $4\frac{7}{60}$

(7) $1\frac{11}{24}$ (8) $1\frac{17}{18}$ (9) $2\frac{2}{5}$ (10) $7\frac{5}{9}$ (11) $4\frac{1}{5}$ (12) $\frac{8}{21}$

(13) $2\frac{1}{2}$ (14) $\frac{5}{6}$ (15) $1\frac{17}{18}$ (16) $\frac{16}{27}$ (17) $1\frac{1}{3}$ (18) $\frac{7}{9}$

(19) $2\frac{19}{36}$ (20) $\frac{57}{80}$ (21) $2\frac{5}{8}$ (22) $1\frac{6}{7}$ (23) $1\frac{7}{8}$ (24) 2

(25) $3\frac{1}{5}$ (26) 12 (27) $12\frac{6}{7}$ (28) $6\frac{3}{10}$ (29) $2\frac{2}{7}$ (30) $7\frac{1}{7}$

35.

(1) $4\frac{1}{5}$ (2) $2\frac{4}{7}$ (3) $1\frac{1}{24}$ (4) $7\frac{1}{9}$ (5) $7\frac{1}{5}$ (6) $\frac{2}{27}$

(7) $2\frac{1}{2}$ (8) $\frac{7}{24}$ (9) $\frac{7}{16}$ (10) $\frac{4}{27}$ (11) $\frac{15}{16}$ (12) $7\frac{1}{2}$

(13) $\frac{9}{16}$ (14) $1\frac{22}{27}$ (15) $\frac{24}{25}$ (16) $\frac{5}{6}$ (17) $\frac{1}{4}$ (18) $4\frac{1}{2}$

(19) 2 (20) $\frac{2}{3}$ (21) $\frac{27}{64}$ (22) $4\frac{1}{2}$ (23) $1\frac{4}{21}$ (24) $\frac{5}{24}$

(25) $\frac{6}{7}$ (26) $1\frac{1}{4}$ (27) 12 (28) $1\frac{1}{20}$ (29) $1\frac{2}{25}$ (30) $\frac{9}{14}$

36.

(1) $2\frac{1}{4}$ (2) $\frac{5}{14}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{2}$ (5) $4\frac{10}{11}$ (6) $\frac{7}{12}$

(7) $\frac{19}{48}$ (8) $3\frac{1}{8}$ (9) $12\frac{3}{5}$ (10) $2\frac{2}{13}$ (11) $\frac{19}{30}$ (12) $\frac{2}{3}$

(13) $3\frac{1}{3}$ (14) $1\frac{11}{13}$ (15) $1\frac{3}{4}$ (16) $1\frac{7}{13}$ (17) $1\frac{19}{44}$ (18) $\frac{3}{5}$

(19) $1\frac{1}{4}$ (20) $\frac{2}{7}$ (21) $1\frac{2}{3}$ (22) $3\frac{1}{9}$ (23) $2\frac{7}{10}$ (24) 4

(25) $2\frac{1}{4}$ (26) $1\frac{11}{16}$ (27) $1\frac{1}{3}$ (28) $\frac{6}{13}$ (29) $\frac{9}{112}$ (30) $1\frac{17}{25}$

37.

(1) 8,1	(2) 7,6	(3) 1,4	(4) 6,9,	(5) 9,3	(6) 8,7
(7) 3,7	(8) 8,2	(9) 7,6	(10) 3,3	(11) 6,8	(12) 4,6
(13) 2,7	(14) 1,5	(15) 9,2	(16) 5,5	(17) 7,6	(18) 2,3
(19) 2,9	(20) 4,8	(21) 9,1	(22) 9,2	(23) 5,5	(24) 6,7
(25) 1,4	(26) 2,1	(27) 8,5	(28) 5,4	(29) 4,1	(30) 5,2

38.

(1) 4,8	(2) 3,2	(3) 2,7	(4) 5,9	(5) 8,9	(6) 5,6
(7) 1,1	(8) 6,7	(9) 8,3	(10) 9,8	(11) 2,3	(12) 1,5
(13) 7,9	(14) 9,4	(15) 1,7	(16) 6,9	(17) 2,6	(18) 5,9
(19) 3,3	(20) 4,1	(21) 7,2	(22) 7,4	(23) 4,8	(24) 4,8
(25) 6,5	(26) 1,4	(27) 8,3	(28) 3,4	(29) 7,1	(30) 3,2

39.

(1) 0,9	(2) 0,2	(3) 3	(4) 0,7	(5) 4,9	(6) 1,4
(7) 7,9	(8) 0,9	(9) 0,4	(10) 7	(11) 1,5	(12) 1,2
(13) 5	(14) 9,2	(15) 9,9	(16) 1	(17) 1,7	(18) 0,4
(19) 1,7	(20) 0,6	(21) 0,3	(22) 2,3	(23) 8,8	(24) 1,5
(25) 6,2	(26) 9,6	(27) 5,8	(28) 1,4	(29) 3	(30) 1,3

40.

(1) 0,5	(2) 1,1	(3) 1,4	(4) 1,5	(5) 9,9	(6) 7,1
(7) 0,9	(8) 0,8	(9) 8,2	(10) 1,3	(11) 7	(12) 9,4
(13) 5,2	(14) 0,5	(15) 1	(16) 3,8	(17) 8,8	(18) 6,4
(19) 6,3	(20) 0,6	(21) 5,9	(22) 0,7	(23) 9,3	(24) 3,8
(25) 8,9	(26) 3,9	(27) 8,1	(28) 9,3	(29) 1,6	(30) 5,5

41.

(1) 0,35	(2) 1,15	(3) 1	(4) 1,53	(5) 1,49	(6) 1,1
(7) 1,56	(8) 0,66	(9) 0,72	(10) 0,66	(11) 1,12	(12) 0,43
(13) 1,15	(14) 0,82	(15) 0,96	(16) 1,26	(17) 0,75	(18) 1,26
(19) 0,82	(20) 1,03	(21) 1,01	(22) 1,14	(23) 0,51	(24) 0,68
(25) 1,24	(26) 1,54	(27) 1,36	(28) 1,36	(29) 0,85	(30) 1,1

42.

(1) 0,65	(2) 0,73	(3) 0,51	(4) 1,37	(5) 1,39	(6) 1,56
(7) 1,38	(8) 1,25	(9) 1,63	(10) 0,85	(11) 1,17	(12) 1,25
(13) 0,86	(14) 1,63	(15) 0,86	(16) 0,99	(17) 1,02	(18) 1,03
(19) 0,2	(20) 0,92	(21) 0,56	(22) 1,09	(23) 0,16	(24) 1,58
(25) 0,51	(26) 1,39	(27) 0,17	(28) 0,41	(29) 0,43	(30) 1,01

43.

(1) 1,8	(2) 2,7	(3) 3,6	(4) 7,9	(5) 3,4	(6) 2,2
(7) 0,8	(8) 1,7	(9) 1,3	(10) 1,8	(11) 4,7	(12) 6,5
(13) 2,8	(14) 3,4	(15) 2,9	(16) 0,9	(17) 1,4	(18) 2,9
(19) 3,7	(20) 3,2	(21) 6,3	(22) 2,1	(23) 5,9	(24) 0,9
(25) 5,8	(26) 0,4	(27) 2	(28) 0,3	(29) 0,6	(30) 0,4

44.

(1) 3,5	(2) 7,6	(3) 1,1	(4) 3,6	(5) 1,6	(6) 2,9
(7) 0,3	(8) 2,7	(9) 1,6	(10) 3,4	(11) 0,6	(12) 1,9
(13) 1,8	(14) 1,5	(15) 1,2	(16) 1,4	(17) 2,8	(18) 4
(19) 0,8	(20) 1,9	(21) 3,6	(22) 2,1	(23) 6,1	(24) 0,4
(25) 0,9	(26) 2,2	(27) 4,2	(28) 5,1	(29) 3,9	(30) 6,2

45.

(1) 7,96	(2) 4,24	(3) 3,17	(4) 6,59	(5) 3,01	(6) 8,08
(7) 82,33	(8) 7,81	(9) 4,15	(10) 4,07	(11) 12,28	(12) 72,35
(13) 0,39	(14) 33,33	(15) 71,53	(16) 47,24	(17) 47,69	(18) 34,72
(19) 6,51	(20) 2,83	(21) 13,92	(22) 0,49	(23) 10	(24) 11,24
(25) 34,03	(26) 68,86	(27) 6,69	(28) 83,42	(29) 66,12	(30) 34,63

46.

(1) 6,52	(2) 0,56	(3) 3,18	(4) 82,99	(5) 47,94	(6) 72,57
(7) 84,63	(8) 4,25	(9) 36,13	(10) 12,28	(11) 34,31	(12) 87,12
(13) 11,21	(14) 8,05	(15) 84,18	(16) 3,03	(17) 6,66	(18) 48,65
(19) 47,94	(20) 0,52	(21) 6,72	(22) 7,91	(23) 4,12	(24) 8,09
(25) 69,1	(26) 69,57	(27) 3,29	(28) 3,12	(29) 34,38	(30) 49,24

47.

(1) 0,33	(2) 4,55	(3) 3,78	(4) 1,17	(5) 3,32	(6) 2,67
(7) 2,94	(8) 2,24	(9) 0,48	(10) 3,72	(11) 1,1	(12) 0,58
(13) 0,57	(14) 6,57	(15) 1,84	(16) 5,76	(17) 0,76	(18) 6,39
(19) 0,32	(20) 3,24	(21) 1,68	(22) 1,12	(23) 3,68	(24) 2,7
(25) 2,4	(26) 4,8	(27) 2,44	(28) 6,84	(29) 4,74	(30) 1,84

48.

(1) 2	(2) 1,05	(3) 3,15	(4) 3,76	(5) 2,49	(6) 6,24
(7) 0,72	(8) 0,84	(9) 1,89	(10) 2,25	(11) 2,73	(12) 3,35
(13) 4,06	(14) 1,3	(15) 3,18	(16) 4,14	(17) 2,82	(18) 2,61
(19) 0,44	(20) 1,64	(21) 2,68	(22) 2,64	(23) 4,48	(24) 7,04
(25) 0,76	(26) 2,22	(27) 0,27	(28) 2,94	(29) 1,52	(30) 2,88

49.

(1) 12,75	(2) 28,08	(3) 57,85	(4) 31,62	(5) 11,28	(6) 3,23
(7) 7,79	(8) 46,74	(9) 24,7	(10) 14,72	(11) 34,79	(12) 28,12
(13) 9,66	(14) 78,72	(15) 3,64	(16) 33,8	(17) 8,97	(18) 42,68
(19) 39,22	(20) 3,64	(21) 2,31	(22) 29,52	(23) 31,28	(24) 57,42
(25) 22,68	(26) 17,85	(27) 23,68	(28) 21,39	(29) 26,95	(30) 51,92

50.

(1) 31,92	(2) 13,44	(3) 42,18	(4) 4,16	(5) 17,82	(6) 37,31
(7) 36,26	(8) 14,75	(9) 73,04	(10) 22,23	(11) 14,26	(12) 15,05
(13) 59,78	(14) 45,6	(15) 49,58	(16) 12,24	(17) 32,2	(18) 14,11
(19) 52,29	(20) 93,1	(21) 75,05	(22) 53,46	(23) 28,38	(24) 28,62
(25) 45,24	(26) 32,04	(27) 26,22	(28) 2,55	(29) 34,58	(30) 7,56

51.

(1) 54	(2) 85	(3) 165	(4) 180	(5) 110	(6) 230
(7) 55	(8) 280	(9) 380	(10) 310	(11) 70	(12) 156
(13) 120	(14) 55	(15) 120	(16) 240	(17) 175	(18) 135
(19) 60	(20) 90	(21) 210	(22) 270	(23) 105	(24) 420
(25) 24	(26) 60	(27) 122	(28) 140	(29) 220	(30) 90

52.

(1) 470	(2) 70	(3) 190	(4) 120	(5) 225	(6) 410
(7) 190	(8) 130	(9) 155	(10) 15	(11) 95	(12) 60
(13) 130	(14) 20	(15) 30	(16) 100	(17) 192	(18) 430
(19) 170	(20) 120	(21) 45	(22) 405	(23) 145	(24) 90
(25) 250	(26) 42	(27) 320	(28) 80	(29) 120	(30) 134

53.

(1) 2,5	(2) 0,8	(3) 5,1	(4) 7,25	(5) 0,26	(6) 9,99
(7) 5,8	(8) 3,6	(9) 9,77	(10) 7,75	(11) 7,95	(12) 0,54
(13) 2,375	(14) 4,08	(15) 0,45	(16) 1,5	(17) 8,1	(18) 0,52
(19) 17,25	(20) 7,4	(21) 0,61	(22) 2,875	(23) 0,49	(24) 9,7
(25) 0,75	(26) 0,14	(27) 0,49	(28) 3,5	(29) 3,9	(30) 7,15

54.

(1) 12,25	(2) 9,53	(3) 0,47	(4) 8,4	(5) 0,16	(6) 0,58
(7) 18,5	(8) 8,6	(9) 7,26	(10) 4,125	(11) 6,64	(12) 0,82
(13) 11,5	(14) 1,74	(15) 8,49	(16) 20,5	(17) 6,05	(18) 0,72
(19) 9,625	(20) 0,13	(21) 4,4	(22) 12,6	(23) 9,7	(24) 0,29
(25) 22,25	(26) 5,74	(27) 0,7	(28) 8,375	(29) 0,21	(30) 8,9

55.

(1) 6	(2) 7	(3) 2	(4) 6	(5) 8	(6) 5
(7) 7	(8) 3	(9) 9	(10) 7	(11) 4	(12) 8
(13) 3	(14) 8	(15) 8	(16) 6	(17) 9	(18) 6
(19) 8	(20) 7	(21) 3	(22) 3	(23) 3	(24) 2
(25) 7	(26) 4	(27) 2	(28) 8	(29) 8	(30) 9

56.

(1) 12	(2) 46	(3) 62	(4) 38	(5) 82	(6) 19
(7) 22	(8) 29	(9) 29	(10) 34	(11) 66	(12) 77
(13) 82	(14) 86	(15) 89	(16) 29	(17) 69	(18) 47
(19) 29	(20) 99	(21) 63	(22) 13	(23) 43	(24) 89
(25) 37	(26) 41	(27) 37	(28) 59	(29) 56	(30) 48

57.

(1) 2,6	(2) 9,7	(3) 5,7	(4) 9,2	(5) 7,7	(6) 7,8
(7) 5,6	(8) 2,6	(9) 3,2	(10) 9,4	(11) 8,2	(12) 7,9
(13) 7,7	(14) 5,6	(15) 4,3	(16) 6,3	(17) 2,6	(18) 7,8
(19) 3,9	(20) 9,7	(21) 2,4	(22) 1,8	(23) 3,2	(24) 2,8
(25) 8,3	(26) 8,9	(27) 6,4	(28) 6,2	(29) 5,7	(30) 6,7

58.

(1) 4,3	(2) 3,4	(3) 3,8	(4) 8,8	(5) 3,2	(6) 7,8
(7) 5,8	(8) 8,9	(9) 1,8	(10) 9,3	(11) 6,8	(12) 6,7
(13) 4,8	(14) 8,9	(15) 4,9	(16) 1,9	(17) 3,4	(18) 2,7
(19) 2,9	(20) 4,2	(21) 7,7	(22) 7,2	(23) 8,8	(24) 9,3
(25) 6,7	(26) 5,2	(27) 8,4	(28) 9,8	(29) 6,9	(30) 7,8

59.

(1) 2,3	(2) 3	(3) 6	(4) 35	(5) 70	(6) 4,7
(7) 8	(8) 1,9	(9) 20	(10) 3,2	(11) 9	(12) 7,3
(13) 80	(14) 7,2	(15) 7	(16) 7,9	(17) 30	(18) 64
(19) 65	(20) 3,8	(21) 65	(22) 55	(23) 333	(24) 75
(25) 4,3	(26) 36	(27) 1,8	(28) 2,5	(29) 8,4	(30) 9,9

60.

(1) 65	(2) 4,8	(3) 2,7	(4) 7,6	(5) 60	(6) 4,9
(7) 65	(8) 6,2	(9) 30	(10) 45	(11) 7,3	(12) 95
(13) 8,3	(14) 8,8	(15) 2,3	(16) 65	(17) 70	(18) 9
(19) 5,8	(20) 10	(21) 40	(22) 75	(23) 95	(24) 4,4
(25) 7,7	(26) 8,9	(27) 3,3	(28) 3,8	(29) 55	(30) 90

Bibliografia

Amaral, António et al. (s.d.). *As Maravilhas Da Matemática 6- Livro do Aluno.* Plural Editores.

Armelim, Maria Marcelina et al. (2000). *Desafios Matemáticos- Matemática 5º ano.* Porto: Porto Editora.

Bianchini, Edwaldo et al. (2002). *Matemática- 6ª Série.* São Paulo: Editora Moderna, Lda.

Bianchini, Edwaldo et al. (2002). *Matemática-7ª Série.* São Paulo: Editora Moderna Lda.

Cavalcante, Luiz et al. (2001). *Mais Matemática, 7ª Série.* São Paulo: Editora Saraiva.

Chissaque, Hermínia P. et al. (s.d.). *Eu Gosto de Matemática 3-Livro do Aluno.* Plural Editores.

Costa, Dinis et al. (2008). *Descobrindo a Matemática *Matemática* 2ª Classe.* Cape Town.

Draisma, Jan et al. (1986). *Eu gosto de Matemática-5ª Classe.* Maputo: INDE.

Draisma, Jan et al. (1987). *Eu gosto de Matemática-6ª Classe.* Maputo: INDE.

Duave, Arnaldo et al. (2007). *Vamos aprender a contar.* Maputo: Macmillan Moçambique Lda.

Langa, Heitor et al. (s.d.). *Descobrir a Matemática 5- Livro do aluno.* Plural Editores.

Murimo, Adelino et al. (2004). *O Jogo Dos Números. Matemática. 4ª Classe.* Maputo: Texto Editores.

Murimo, Adelino et al. (2006). *Didática da Matemática.* Maputo: Texto Editores.

Nhêze, Ismael Cassamo et al. (s.d.). *Matemática 10ª Classe.* Diname.

Rolo, Alice et al. (2001). *Onda matemática-Matemática 5º ano.* Porto: Livraria Arnado.

Sapatinha, João Carlos et al. (2014). *Saber Matemática 9.* Maputo: Pearson.

Shinko Shuppansha KEIRINKAN Co., Ltd. (2012). *Fun with Math for Elementary School.* Osaka: Shinko Shuppansha KEIRINKAN Co., Ltd.

Shinko Shuppansha KEIRINKAN Co., Ltd. (2013). *Gateway to the future Math for Junior High School Mathematics.* Osaka: Shinko Shuppansha KEIRINKAN Co., Ltd.

Zavala, Cardoso et al. (2004). *A Maravilha Dos Números. Matemática.7ª.Classe.* Maputo: Texto Editores.